Aktivitetsoplæg til mellemtrinnet

Samling af alle elevoplæg til mellemtrinnet i bogens afsnit.
Klik på aktivitetsoplægget for at gå til siderne.

Aktivitetsoplæg	Side	Indskoling	Mellemtrin	Udskoling
Afsnit 1 Slip Videnskabsheltene fri – Escaperoom				
Slip videnskabsheltene fri B	24-25, 38-49, 62		x	
Afsnit 2 Matematik som videnskab				
Hypotese og bevis	67-68, 71		x	
Vinkelsum i en polygon	69, 71		x	
Mange forskellige firkanter	70-71		x	
Eulers polyedersætning	76-86	x	x	
Afsnit 3 Matematik og forskning i vand				
Fra vand til is	101-103, 105	x	x	
Snefnug og krystaller	104-105	x	x	
Afsnit 4 Matematik i mennesket				
Historie og fakta om meteren	119	(x)	x	(x)
Kroppen og ansigtet	120-122, 126-130		x	
Det gyldne snit, Gyldne trekanter	132-133, 136		x	x
Det gyldne snit i mennesket	134-136		x	(x)
Afsnit 5 Matematik fra hverdagssprog til videnskabssprog				
Udfoldede prismer	146-147, 151-158		(x)	x
Afsnit 6 Matematik og historie				
Tidslinje	160-166, 174	x	x	x
Byg en skalamodel	167, 174	x	x	x
Mål en gravhøj	168, 174		(x)	x
Knud den Helliges gavebrev	169-171, 174		x	x
Matematik i krigens tjeneste	172-174		x	x
Eventyrlig matematik	175-177		x	(x)
Afsnit 7 Matematik til stort og småt				
Meget store tal	180-183, 186		x	x
Meget små tal	184-188		x	x
Afsnit 8 Matematik og astronomi				
Hvor langt kan vi se?	190, 196		(x)	x
Hvad kunne Andreas Mogensen se?	191, 196		(x)	x
Er Jorden rund?	192, 196		(x)	x
Tal om Universet	193, 196		(x)	x
Modeller af vores solsystem	194-195, 196		(x)	x
Afsnit 9 Matematik og fysik				
Chillfaktor	201-203		(x)	x
Pendulets svingningstid	206-207, 209-210		x	
Afsnit 10 Leg med matematikken				
Fællesregneren	212-215	x	x	
Kryds og bolle	216-219	x	x	x
Mellemruller	221-222		x	
Afsnit 11 Musik og nodevidenskab				
Brøker og noder	227-230		x	

x *Aktiviteten henvender sig til dette trin.*

Slip videnskabsheltene fri! Escaperoom

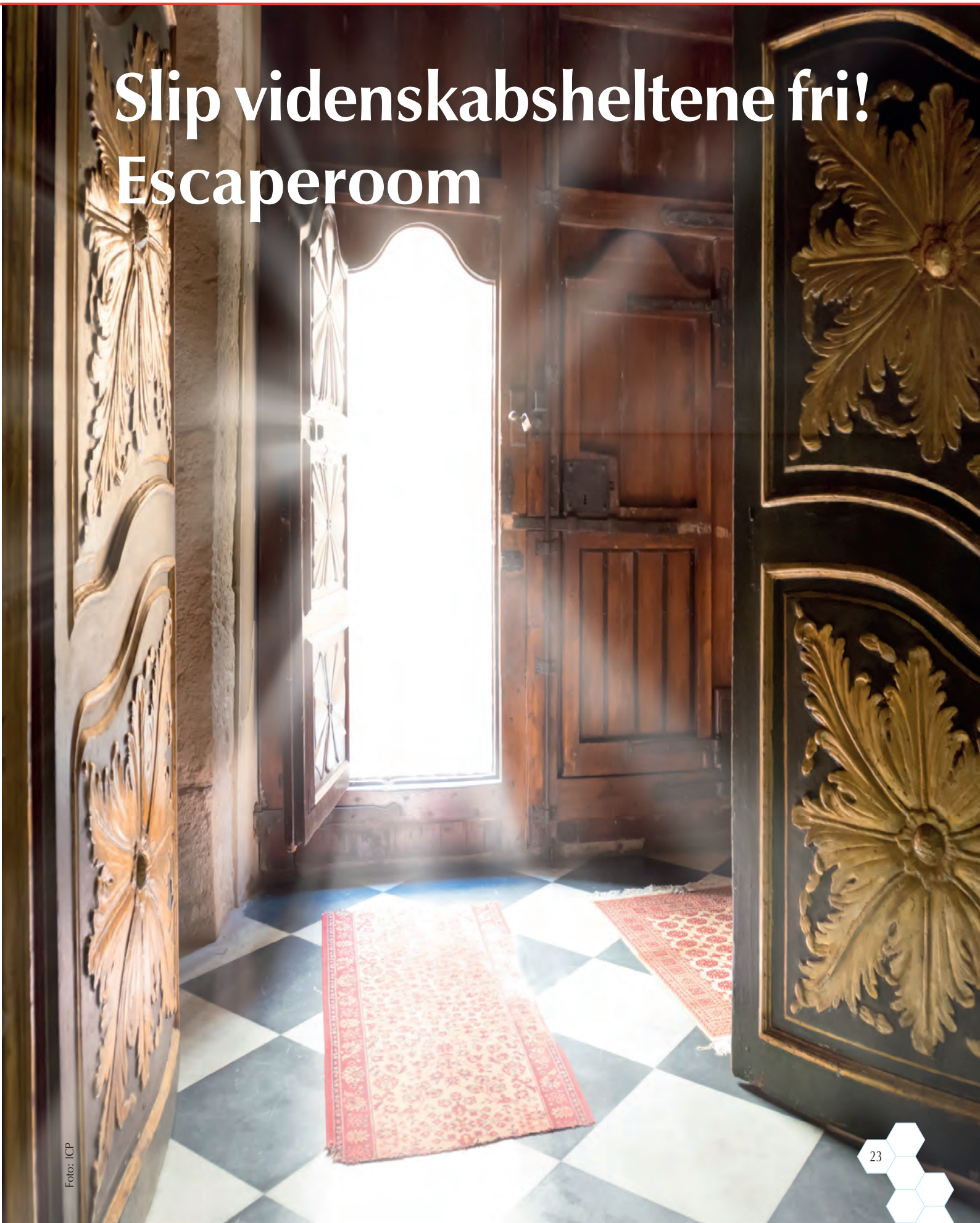


Foto: ICP

Slip videnskabsheltene fri!

Escaperoom

Dr. Doom har kidnappet 11 af historiens største videnskabsfolk og låst dem inde i hver sin celle. Nu vil han bruge dem til at udføre verdens mest spektakulære forbrydelse!



Målet er, at I kan

- få lidt viden om de forskellige videnskabsfolk
- bruge jeres matematiske færdigheder.

Find koden og lås celledøren op

For at åbne dørene ind til cellerne skal I løse de matematiske udfordringer, som Dr. Doom har sat op.

Det er vigtigt, at I løser udfordringerne i den rigtige rækkefølge, ellers sender Dr. Dooms tidsmaskine jer tilbage til start.

Ved hver celle finder I en konvolut med en udfordring – løser I den korrekt, så kan I finde koden til celledøren.

Indtast koden i GoogleForms og håb at videnskabshelten har en idé om, hvor I nu skal gå hen…

Materialer

Blyant
Udregningspapir
Mobil, tablet eller PC
Kort over celler
Link til GoogleForms

Undersøg

Efter aktiviteten så find mere information om den videnskabshelt, der interesserede dig mest!

Bruger vi dét, de er kendt for den dag i dag?

Fremlæg hvad I har fundet ud af på en spændende måde.

Ideer

Prøv at udtænke jeres eget escaperoom.

Brug GoogleForms til at låse siderne bag et kodeord.

Udtænk opgaver, der ender med at give koden, der åbner for næste udfordring.

Slip videnskabsheltene fri! – Escaperoom

Klassetrin og omfang
Indskoling: A, Post 1-11.
Mellemtrin: B, Post 1-11.
Udskoling: C, Post 1-11.
Varighed: 2-4 lektioner.

Elevforudsætninger
1 telefon, tablet eller PC pr gruppe. Matematik og læsning skal være alderssvarende.

I indskolingen kan man klare sig uden elektronik og bruge et fælles smartboard i stedet.

Forberedelser
Print et sæt poster, se Escaperoom A, B og C. Vær opmærksom på at printe til det rigtige trin. Læg posterne og tilhørende materiale i hver sin kuvert. Posterne placeres rundt om på skolen. Husk at markere hvor på et kort, så eleverne kan finde dem. *Dr. Dooms fangeoversigt* på side 62 kan også bruges.

Eleverne inddeles i grupper, max 10 grupper i alt.
2-3 elever pr. gruppe anbefales.
Del GoogleForms-linket med eleverne i hver gruppe.

Svar i GoogleForms
For at sprede grupperne får hver gruppe et link til GoogleForms til at indskrive svar i.

Gr. 1 https://kortlink.dk/2g2a3
Gr. 2 https://kortlink.dk/2g2a4
Gr. 3 https://kortlink.dk/2g2a5
Gr. 4 https://kortlink.dk/2g2a6
Gr. 5 https://kortlink.dk/2g2a7
Gr. 6 https://kortlink.dk/2g2a8
Gr. 7 https://kortlink.dk/2g2a9
Gr. 8 https://kortlink.dk/2g2aa
Gr. 9 https://kortlink.dk/2g2ab
Gr.10 https://kortlink.dk/2g2ac

Forløb **Slip Videnskabsheltene fri!** **Escaperoom A, Post 1-11** **Escaperoom B, Post 1-11** **Escaperoom C, Post 1-11**	Matematiske kompetencer	Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder							
Tal og algebra							
Geometri og måling			■				
Statistik og sandsynlighed							

Aktiviteter
Send grupperne ud til hver deres post, så ingen starter det samme sted. Hver post har en kuvert med en eller flere opgaver samt relevante materialer. Når eleverne har løst en opgave, ender de med en kode, som tastes i gruppens link til GoogleForms. Er koden korrekt bliver eleverne sendt videre til den næste post. Når de har løst alle 10 poster, vender de tilbage til klassen – her skal de løse en fælles opgave, så de kan sende videnskabsheltene tilbage til deres egen tid igen.

Facitliste
Facit på de tre niveauer er ens.

Inge Lehmann	7746
Albert Einstein	60
Rosalind Franklin	TGCA
Marie Curie	8
Niels Bohr	Lilla
Charles Darwin	50
Tycho Brahe	Leo
H.C. Ørsted	3792
Niels Steensen	1000
August Krogh	10
Marie Hammer	4

ALLE grupper slutter med Marie Hammer. Denne post bør være i klassen som det endelige opgør.

Marie Hammer, mellemtrin, B
Asien går fra (9,4) til (-1,0)
altså 10 venstre og 4 ned
NA går fra (-7,0) til (-3,-2)
altså 4 højre og 2 ned
SA går fra (-7,1) til (1,-1)
altså 8 højre og 2 ned
Afrika går fra (4,-2) til (2,0)
altså 2 venstre og 2 op
Endeligt svar = 4

Inge Lehmann, udskoling, C
Radius fra centrum til indre kerne er $r = 93$. Svar = 584,04
Fra indre kerne til ydre kerne er afstanden = 132. Svar = 1413
Fra ydre kerne til nedre kappe er afstanden = 258. Svar = 3033,24
Fra nedre kappe til øvre kappe er afstanden = 7. Svar = 3077,2
Læg de fire resultaterne sammen (8107,48) og træk derefter antallet af (grader i en cirkel (360) + 1,48) fra.

Evaluering
Tal om opgaverne i plenum: Hvad var svært? Hvad var vigtigt? Lad eventuelt hver gruppe fremlægge deres fremgangsmåde og løsning af én af opgaverne for resten af klassen.

Inge Lehmann



Foto: Det kongelige bibliotek og Københavns Universitets bibliotek

Jordens kerne

Inge Lehmann var en ukuelig seismolog, der trods et mandsdomineret forskningsmiljø blev en af verdens største kvindelige forskere. Ved hjælp af jordskælvs-data viste hun, at jorden har en fast indre kerne.

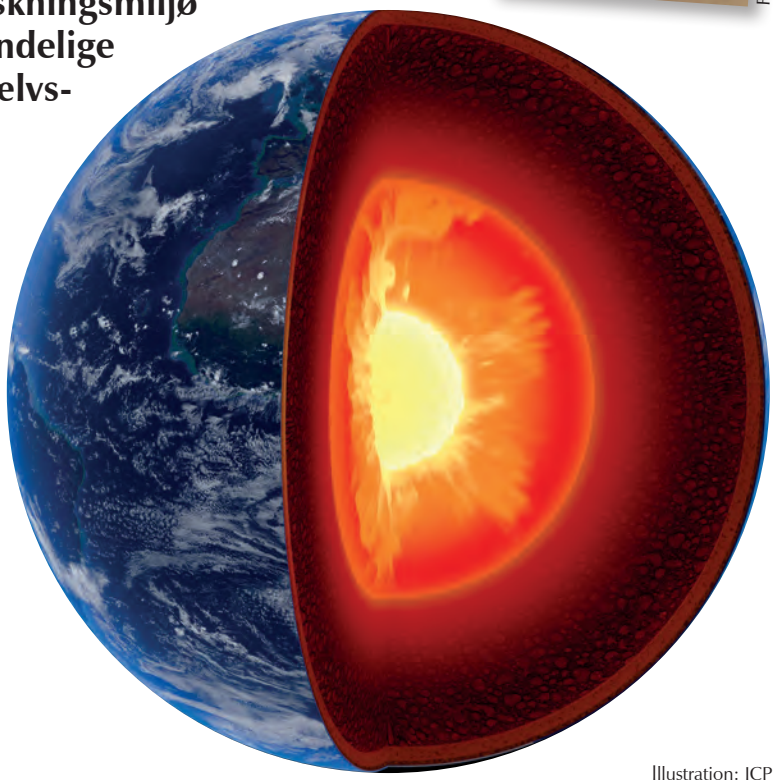


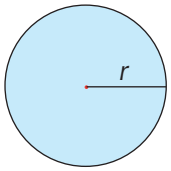
Illustration: ICP

Hej, mit navn er Inge Lehmann. Jeg blev født i Danmark i år 1888 og døde i år 1993. Jeg blev 104 år.

Jeg er geofysiker og seismolog, og i år 1936 skrev jeg artiklen 'P', hvor jeg argumenterede for, at Jorden har en fast indre kerne.
Det er netop den opdagelse, jeg blev kendt for, men først i 1970'erne blev det endeligt bevist ved hjælp af nye og mere følsomme seismografer.

Befri Inge Lehmann

Jorden er blevet skrumpet af Dr. Doom, og I skal nu beregne omkredsen af de fire dele af jordens indre, så I kan indstille skrumpemaskinen rigtigt igen.



Radius r

Omkreds = $2 \cdot \pi \cdot r$
π (pi) kan her sættes til 3

Fra centrum til indre kerne er r = 93 km
Fra centrum til ydre kerne er r = 225 km
Fra centrum til nedre kappe er r = 483 km
Fra centrum til øvre kappe er r = 490 km

Læg nu alle fire resultater sammen og indtast svaret i skrumpemaskinen.

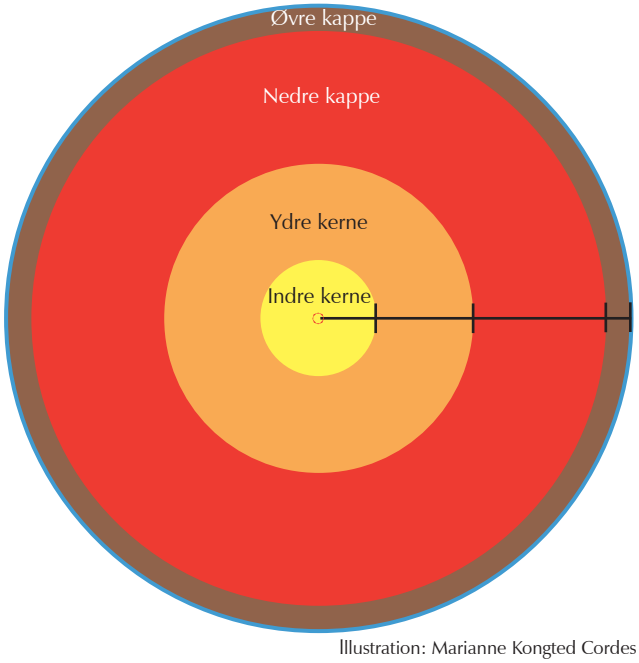


Illustration: Marianne Kongted Cordes

Albert Einstein

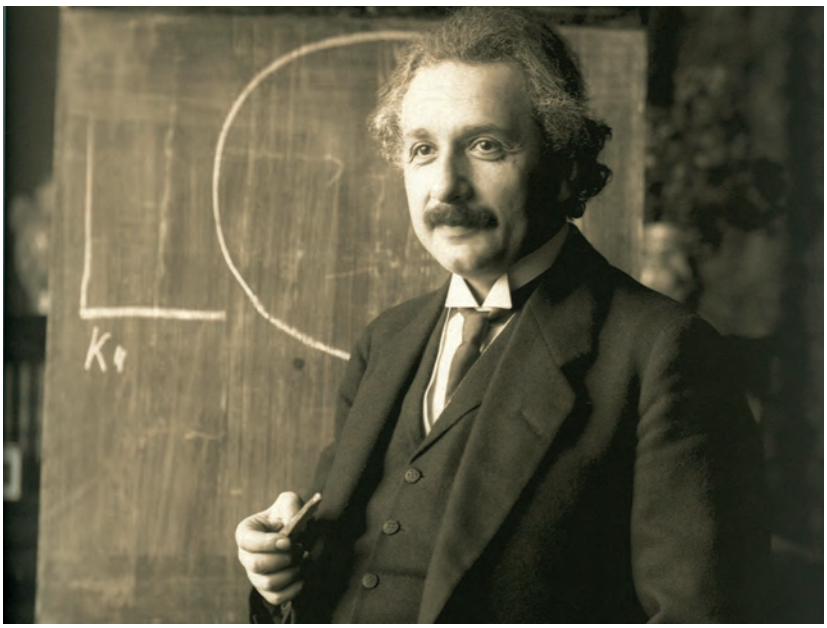
Relativitetsteorien

Albert Einstein var en tysk fysiker, men grundet at nazisterne fordrev ham fra Tyskland, flyttede han i stedet til USA før 2. verdenskrig gik i gang.

Hej, jeg hedder Albert Einstein. Jeg blev født i Tyskland i år 1879 og døde i år 1955. Jeg blev 76 år gammel.

Jeg er fysiker. Jeg er nok mest kendt for relativitetsteorien; $E=mc^2$ som fortæller at energien (E) er lig med massen (m) ganget med lysets hastighed (c) i kvadrat.

Det betyder, at energi og masse kan ændre sted, da energien kan tilbageholdes i stoffer med en masse, og den energi kan senere frigives.



Befri Albert Einstein

Dr. Doom har pillet ved en af Einsteins teorier, så skoledagen nu føles uendelig lang.

Hjælp Einstein med at finde løsningerne på disse ligninger, så skoledagen kan blive normal igen.

Find Y når $X = 7$

Tast svaret ind.

$$Y = X \cdot 3 + 39$$

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	42						

Rosalind Franklin



DNA

Rosalind Franklin var en britisk røntgen-krystallograf, som gjorde store og betydningsfulde opdagelser af strukturerne i DNA, en struktur hun i 1953 bidrog til opdagelsen af.

Hej, jeg hedder Rosalind Franklin. Jeg blev født i England i år 1920 og døde i år 1958. Jeg blev kun 37 år gammel.

Jeg er biofysiker og røngten-krystallograf og havde en afgørende rolle i klarlæggelsen af DNA's molekylære struktur.

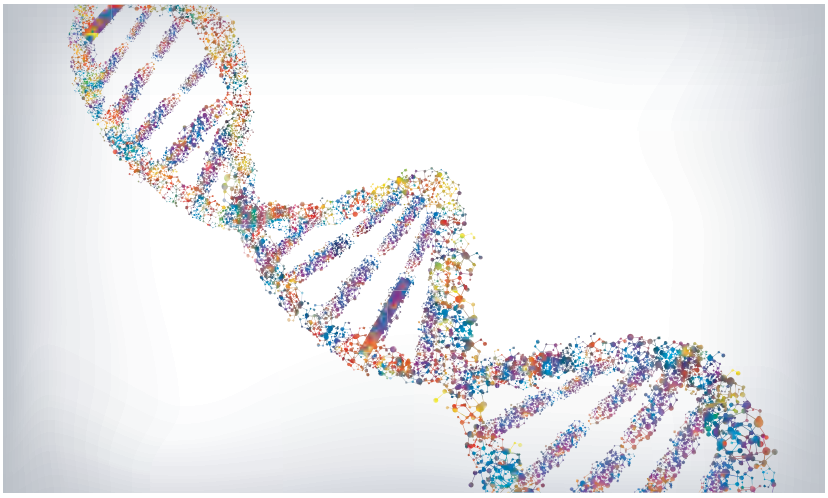


Illustration: ICP

Befri Rosalind Franklin

Dr. Doom har lavet rod i menneskets DNA-sekvenser, og de nye babyer, der bliver født, ligner nu alle Dr. Doom – med overskæg og det hele!

Hjælp Rosalind Franklin med at få styr på DNA'et igen!

Forsæt mønstret



Hver farve i DNA'et har et bogstav.



Indtast de sidste fire bogstaver i mønsteret for at få babyerne til at blive normale.

Bogstaverne I indtaster skal være store!

Marie Curie



Polonium og Radium

**Marie Curie var en polskfødt kemiker og fysiker.
Under sit studieophold i Paris forelskede Marie sig.
Kærligheden vandt og Marie giftede sig med Pierre Curie.**

Hej, jeg hedder Marie Curie.
Jeg blev født i Polen i år 1867
og døde i Frankrig i år 1934.
Jeg blev 66 år gammel.

Jeg var den første person, der
fik to Nobelpriser.
En Nobelpris i fysik i år 1903 og
en Nobelpris i kemi i år 1911.

I år 1898 opdagede min mand
og jeg to nye grundstoffer, som
vi kaldte Polonium og Radium.

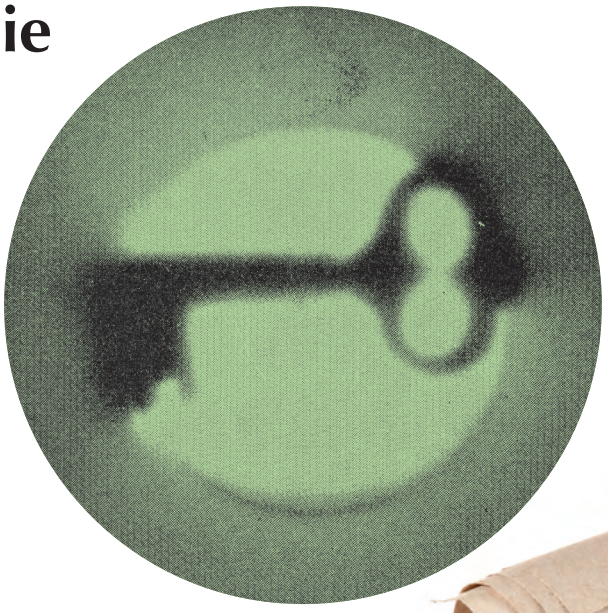


Befri Marie Curie

Dr. Doom har stjålet Marie
Curies eksamenspapirer, og
hun kan nu ikke længere få
lov til at forske.

Hjælp Marie med at udregne
hendes eksamensgennemsnit.

Fag	Karakter
Fysik	12
Matematik	12
Musik	10
Fransk	7
Idræt	4
Madkundskab	2
Biologi	10
Tysk	7

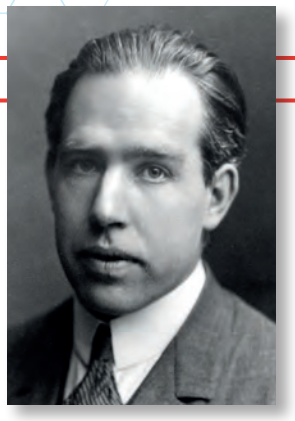


Illustrationer: ICP

Indtast gennemsnitskarakteren,
så Marie Curie kan fortsætte
forskningen og I kan komme
videre.



Niels Bohr



Atommodellen

Niels Bohr var optaget af at forstå de mindste bestanddele i vores verden: atomerne. Han udviklede en atommodel, der revolutionerede vores forståelse af, hvordan atomet og alle grundstoffer er opbygget.

Hej, jeg hedder Niels Bohr. Jeg blev født i Danmark i år 1885 og døde i år 1962. Jeg blev 77 år gammel.

I år 1913 lykkedes det mig at forklare, hvordan et atom fungerer. Det vil sige jeg forklarede, hvordan et atom er bygget op og hvilke grundlæggende matematiske regler, der gælder for det.
I dag kalder I den opdagelse for Niels Bohrs atommodel. Med den opdagelse fik jeg i år 1922 den fornemste forskningspris, Nobelprisen.

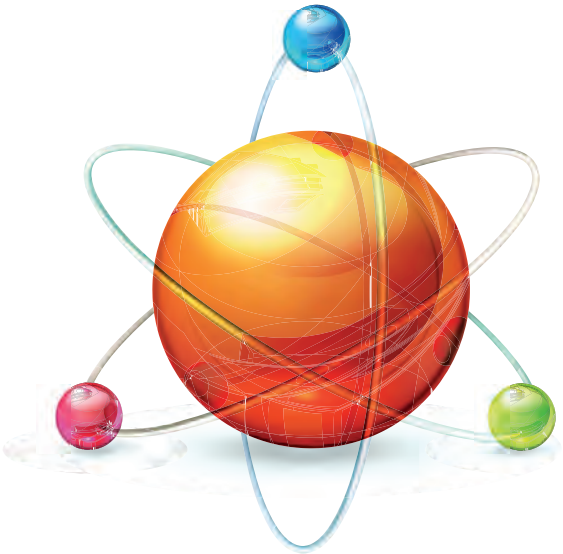


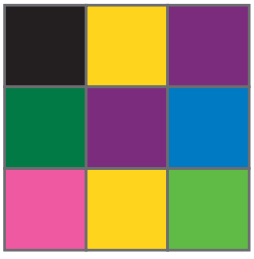
Illustration: ICP

Befri Niels Bohr

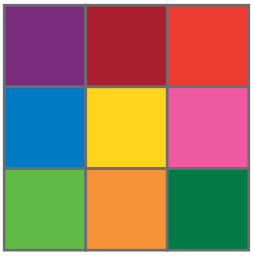
Dr. Doom har lavet rod i en af universets vigtigste byggesten: atomet!
Niels kan ikke rette op på atomet, før I får styr på Dr Dooms nye atomarbejdstegninger:

Kan I, ud fra arbejdstegningerne, regne ud hvilken farve denne centicube har?

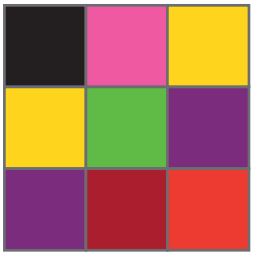
I skal skrive svaret med stort begyndelsesbogstav.



Fra siden



Forfra



Oppefra

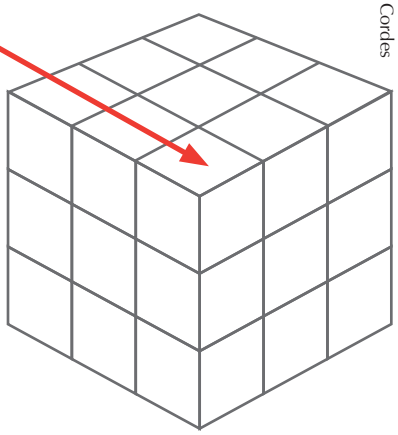
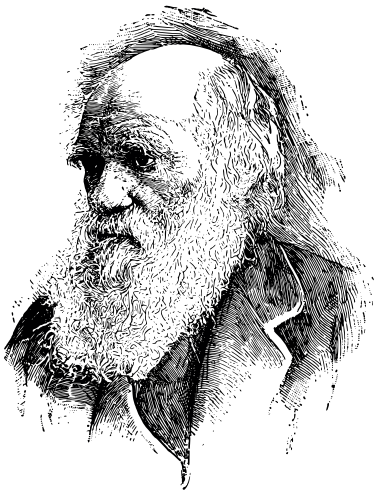


Illustration: Marianne Kongted Cordes

Charles Darwin

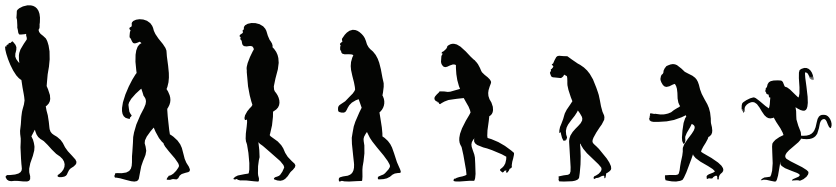
Evolutionsteorien

Charles Darwin var en britisk naturforsker og sandsynligvis den enkeltperson, der har haft størst betydning for den moderne biologis udvikling.



Hej, jeg hedder Charles Darwin. Jeg blev født i England i år 1809 og døde i 1882. Jeg blev 73 år gammel.

Min teori om den naturlige evolution, evolutionsteorien, er selve grundlaget for de fleste menneskers opfattelse af, hvordan livet har udviklet sig.



Befri Charles Darwin

Dr. Dooms tidsrejser har ændret evolutionens gang og Charles Darwin er nu nødt til at vende tilbage til Galapagos øerne og tælle fuglearter.



Darwin har genopdaget fem forskellige typer af finker.
Hver type spiser noget forskelligt – og deres næb passer til den mad finken spiser.

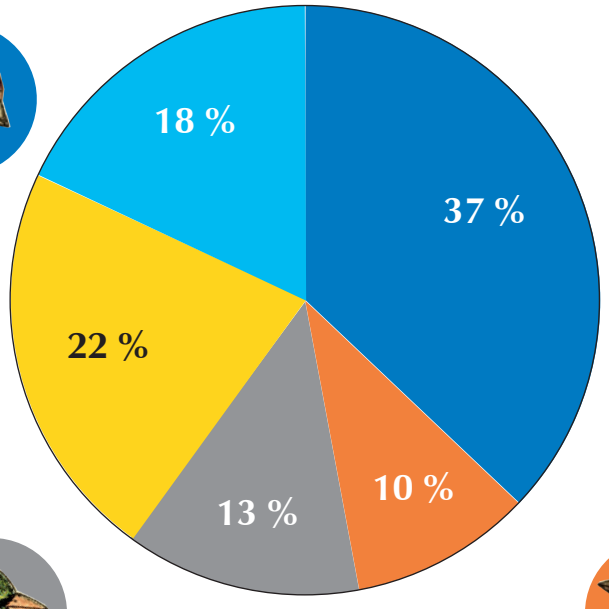
Hjælp Darwin med af aflæse cirkeldiagrammet og bestem frekvensen af finke 1 og 3.

Tast tallet ind i evolutionsmaskinen.



Finker

Cirkeldiagram over finker med forskellige næb.
Frekvens af finker målt i procent.







Illustrationer: ICP



Tycho Brahe

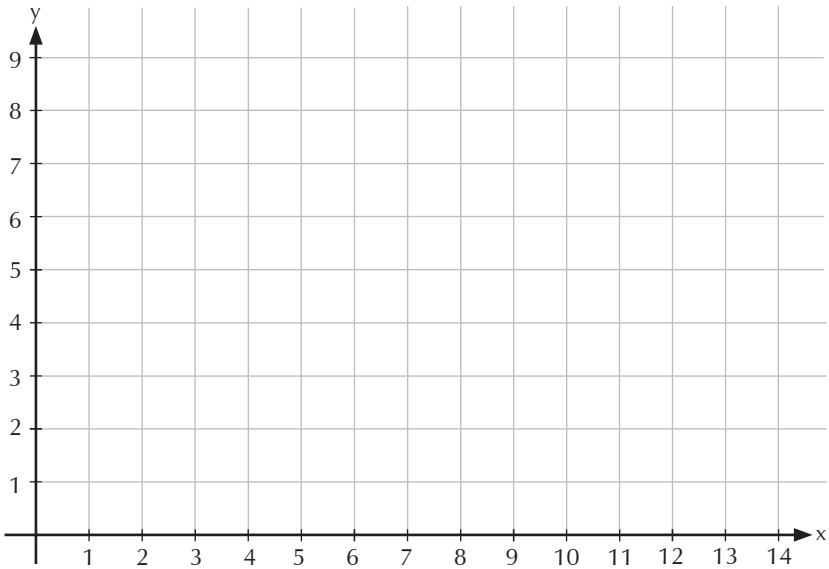
Astronomi

Tycho Brahe viede sit liv til at studere stjernehimlen. Han lavede de hidtil mest præcise opmålinger af himmelrummet. Hans opmålinger har dannet skole for den moderne naturvidenskabelige metode.

Hej, mit navn er Tycho Brahe. Jeg blev født i Skåne i år 1546 (dengang var Skåne en del af Danmark), og jeg døde i Prag, Tjekkiet i år 1601. Jeg blev 54 år gammel.
Jeg er en videnskabsmand, som beskæftiger mig med, hvordan universet skal forklares og kortlægges. Mit mål var at måle stjernerne og planeternes bevægelser med højest mulig præcision.



Befri Tycho Brahe

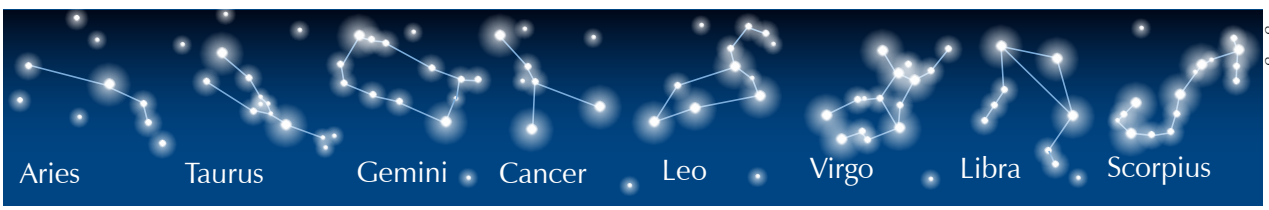


Dr. Doom har lavet rod i stjernehimlen. Hjælp Tycho med at få stjernehimlen på plads igen.

Indsæt Tycho Brahes koordinater i koordinatsystemet og forbind punkterne.

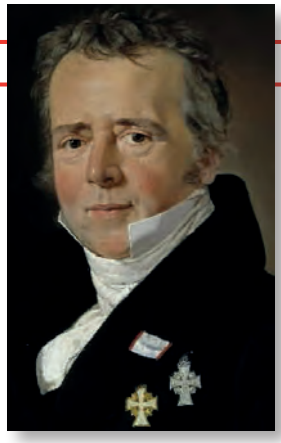
A(14 ; 8)→**B**(13 ; 9)→**C**(11 ; 7)
→**D**(11 ; 6)→**E**(5 ; 5)→**F**(3 ; 1)
→**G**(6 ; 2)→**H**(13 ; 3)→**I**(12 ; 5)
→**J**(11 ; 6).

Sæt streg imellem alle punkterne og find ud af hvilket stjernebillede der er tale om.
Brug stjernebillederne til at finde det rigtige navn. Skriv jeres svar med stort begyndelsesbogstav.



Tegning: Marianne Cordes

H. C. Ørsted



Elektromagnetismen

Hans Christian Ørsted var en flittig og begavet forsker. I hans forsøg på at skabe en stor sammenhængende teori, der kunne forklare kemi og fysik, opdagede han sammenhængen mellem elektrisk strøm og magnetisme, elektromagnetismen.

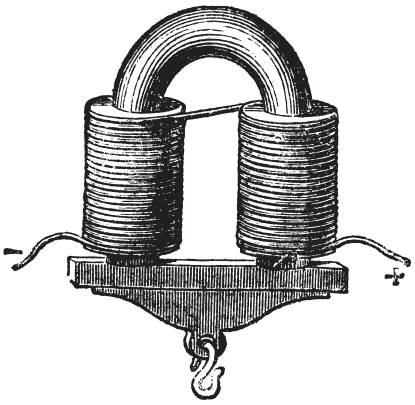


Illustration: ICP

Hej, jeg hedder Hans Christian Ørsted, også kaldet H. C. Jeg blev født i Danmark i år 1777 og døde i år 1851. Jeg blev 73 år gammel.

Jeg opdagede elektro-magnetismen og det er den bedrift, jeg er mest kendt for. Jeg har altid været meget nysgerrig og eksperimenterede med mange forsøg inden for kemiens og fysikkens verden. Jeg var specielt optaget af at forstå naturens grundlæggende love og sammenhænge. Min overbevisning om, at der er en sammenhæng mellem magnetisme og elektricitet, fik jeg påvist i 1820.

Befri H. C. Ørsted

Dr. Doom har sendt H. C. Ørsted til året 1891, til det år, hvor det første elværk åbnede. I skal nu hjælpe H. C. Ørsted med at finde forskellen på en elregning fra år 1891 og år 2022, før H. C. Ørsted kan sendes tilbage til sin egen tid.

Find forskellen på en elregning fra 1891 og nu i år 2022.

Elregningen anno 1891 lyder på 12 kr. pr kvartal

H.C Ørsted har i år 2022 fået en elregning på 960 kr. pr kvartal.



Hvor meget mere skulle H. C. Ørsted bruge på el i hele år 2022, end han skulle i 1891? Skriv jeres svar kun med tal.

Niels Steensen



Tegning: J. P. Tarp 1868

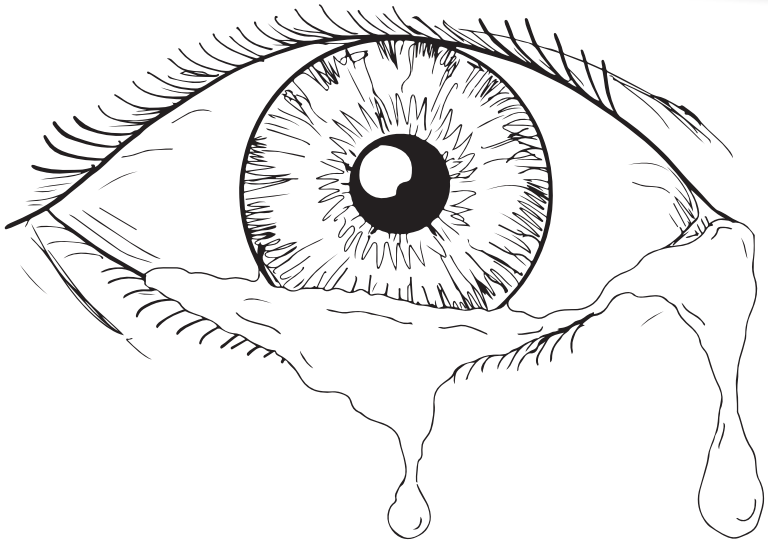
Geologi og anatomi

Niels Steensen var med til at grundlægge to videnskaber. Ved hjælp af skalpel, hammer og enorm nysgerrighed gjorde han skelsættende anatomiske opdagelser om mennesket, og etablerede også videnskaben, vi kender som geologi.

Hej, jeg hedder Niels Steensen. Jeg blev født i Danmark i år 1638 og døde i Tyskland i år 1686. Jeg blev 48 år gammel.

Jeg havde en stor interesse i at undersøge, hvordan mennesket og verden fungerer.

Jeg var blandt andet den første, der kunne forklare, hvordan vi græder, og jeg påviste også, at Jordens geologiske lag er dannet over tid.



Befri Niels Steensen



Illustrationer: ICP

Fakta
Deciliter og liter
10 dL = 1 L



Dr. Doom har tappet alle videnskabsheltenes tårer, fordi han er træt af at høre dem tude i deres celler, og har nu tårerne i en stor tank.

Der er 100 L tårer i tanken.

Niels har kun et decilitermål til at få tårerne tilbage i grædemaskinen.

Hvor mange gange skal Niels hente tårer med sit decilitermål, før alle videnskabsheltene har fået deres tårer tilbage?

August Krogh

Fysiologi

August Krogh var en dygtig fysiolog, der fandt svar på, hvordan levende organismer egentlig fungerer. Han fik Nobelprisen i 1920 for at forklare, hvordan skjulte blodårer og kapillærer er ansvarlige for at få blod ud til musklerne, når de arbejder hårdt.

Hej, jeg hedder August Krogh. Jeg blev født i Danmark i år 1874 og døde i år 1949, to dage før jeg ville være blevet 75 år gammel.

Jeg er zoofysiolog og havde en stor interesse i, hvordan dyr og menneskers kroppe fungerer. Jeg var med til at få insulin-produktionen til Danmark i år 1923, hvor Novo Nordisk fik sin spæde begyndelse.

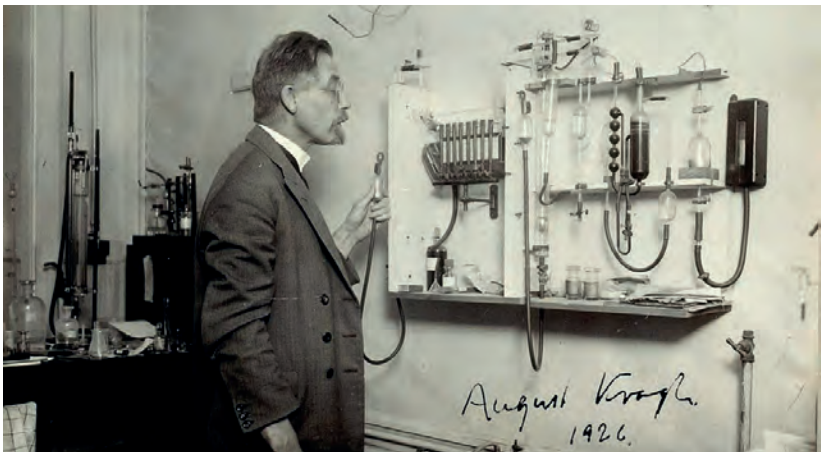


Foto: Wikimedia Common

Befri August Krogh

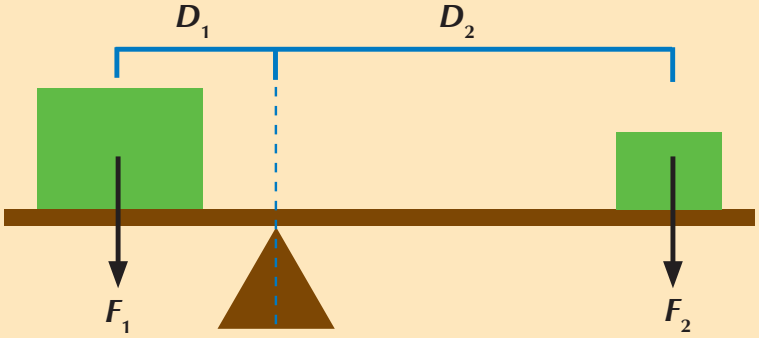
Dr. Doom har fanget August på en vippe. Med sin uddannelse i dyrefysiologi er August ekspert i vægtstangsprincippet, men desværre arbejder han ikke godt under pres.

Hjælp August med at regne ud hvor langt fra midten han skal placere sig, for at få vippen i ligevægt.

Vægtstangsprincippet

$F_1 \cdot D_1 = F_2 \cdot D_2$

F står for force (kræft)
D står for distance (afstand)



August har allerede arbejdet lidt på regnestykket og har fundet ud af at vægten i den anden ende af vippen vejer 250 kg og er 3 meter fra midten.

August vejer selv 75 kg.

Et lidt forsimplet regnestykke ser sådan her ud, siger August:

$$250 \cdot 3 = 75 \cdot X$$

Hvor langt skal August være fra midten, for at få vippen i ligevægt?

Skriv kun tal i svaret.

Marie Hammer

Zoologi

Marie Hammer var zoolog. Hun havde en stor interesse for mosmiden. Gennem hendes forskning i dette meget lille dyr, og et utal af rejser til flere kontinenter og lande, opdagede Marie, at alle landene på jorden engang havde været én stor ø.

Hej, jeg hedder Marie Hammer. Jeg blev født i Danmark i år 1907. Jeg døde i år 2002. Jeg blev 95 år gammel.

Jeg har rejst rundt i hele verden for at blive klogere på mosmiden. I min søgen efter mosmiderne, fandt jeg ud af, at alle landene på jorden engang har været én stor ø.

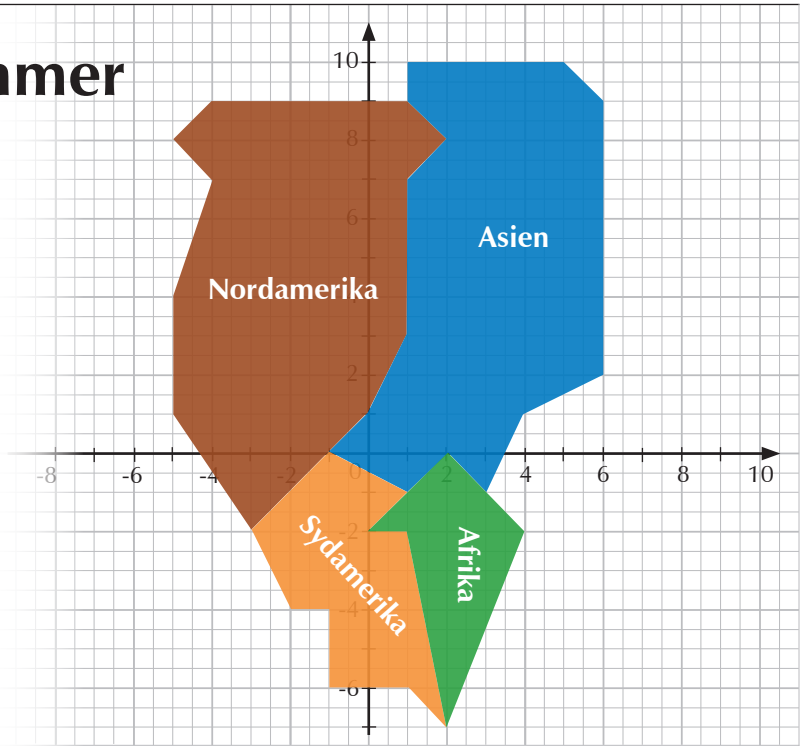


Befri Marie Hammer

Dr. Doom er ved at indse, at han har tabt og at hans spektakulære forbrydelse ikke bliver til noget.

For at sætte et endeligt stop for Dr. Doom, skal I nu samle Pangea, så tidsmaskinen kan blive nulstillet, og derved får I endeligt sat alle videnskabsheltene fri, så de kan komme tilbage til deres egne tidsperioder.

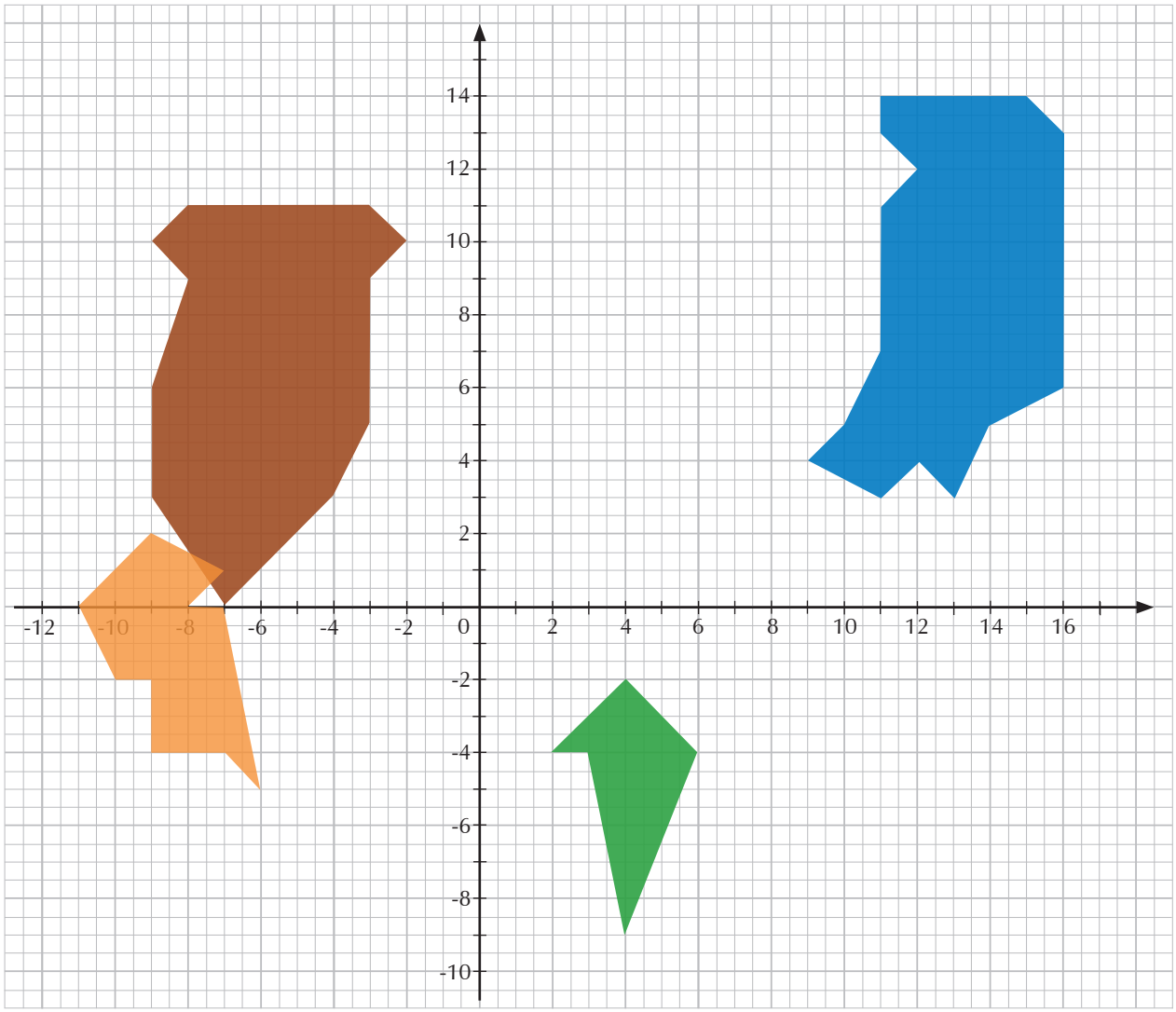
Marie Hammer ved, at det samlede Pangea skal se sådan her ud:



Verdensdelenes bevægelse

Pangea

Jeres job er at samle Pangea, så det ser ud sådan, som Marie Hammer viser.



Når I har samlet Pangea, skal I finde ud af, hvor meget kontinenterne har flyttet sig, for at regne det endelige svar ud.

[Afrika →] skal læses som "Hvor langt er Afrika rykket til højre når Pangea er korrekt samlet?"

Den endelige kode er

[Asien ←] – [Nordamerika ↓] – [Sydamerika ↓] – [Afrika ↑] = ?

Dr. Dooms fangeoversigt

Her er videnskabsheltene

Dr. Doom har lavet denne oversigt, så han kan huske, hvor han har placeret videnskabsheltene.

Nu har I fået fingre i oversigten. Brug den til at finde og befri videnskabsheltene.

4
Marie Curie
er fanget ved:



8
H.C. Ørsted
er fanget ved:



1
Inge Lehmann
er fanget ved:



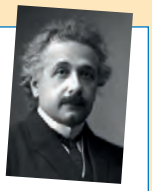
5
Niels Bohr
er fanget ved:



9
Niels Steensen
er fanget ved:



2
Albert Einstein
er fanget ved:



6
Charles Darwin
er fanget ved:



10
August Krogh
er fanget ved:



3
Rosalind Franklin
er fanget ved:



7
Tycho Brahe
er fanget ved:



11
Marie Hammer
er fanget ved:



Afsnit 2

Matematik som videnskab



Foto: iCP

Hypotese og bevis

Undersøg en påstand

Påstand: Der er altid et tal fra 6-tabellen før eller efter et primtal.

Målet er, at I kan

- undersøge en hypotese
- bevise en hypotese og dermed finde en sætning
- bevise om den omvendte sætning er sand.

Undersøg om hypotesen gælder

Brug kopiarket *Taltavle*.

Hint
Giv primtallene og 6-tabellen på taltavlen hver sin farve.

Gælder hypotesen for alle primtal i tabellen?

Kan vi være sikre på, at det også gælder for alle andre primtal?



Foto: Marianne Kongsted Cordes

Materialer
Kopiark med taltavle
Farveblyanter eller tusser

Bevis
I skal prøve at bevise, at påstanden er sand for alle primtal.

Hints
Hvad ved I om primtal?

Hvad ved I om lige tal?

Hvad ved I om ulige tal? Fx hvilke slags tal er lige før og lige efter et ulige tal?

Hvad kan vi vide om tre tal på række?

Fakta
Primtalsliste
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139,

Taltavle

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140

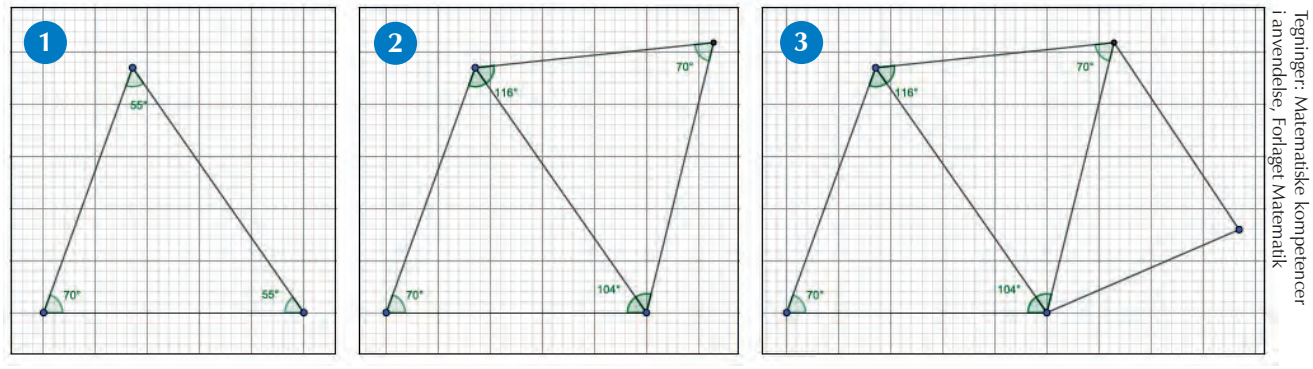
Vinkelsum i en polygon

Hvor stor er vinkelsummen i en mangekant?

I skal forske i, hvad der sker med vinkelsummen, når man ændrer på en mangekant.

Målet er, at I kan

- undersøge vinkelsummen i en polygon (mangekant)
- finde en regel for vinkelsummen i en polygon.



Tegninger: Matematiske kompetencer i anvendelse, Forlaget Matematik

Fremgangsmåde

Tegn en dynamisk trekant i et dynamisk geometriprogram fx GeoGebra.

Undersøg vinkelsummen. Er den det samme, når I trækker i et af hjørnerne?

Tegn nye trekanter til den første (se tegningen ovenfor) og mål de nye figurers vinkelsum.

Skriv jeres resultater ind i skemaet.

Vinkelsummer

Antal trekanter	Antal trekanter i polygonen	Vinkelsum	Regneudtryk
3-kant	*1*	*180°*	
4-kant	*2*		
5-kant			
6-kant			
n-kant			

Undersøg

Undersøg størrelsen af en vinkel i en regulær polygon (en mangekant), hvor alle sider og vinkler er lige store.

Find en regel for vinkelsummen i en *n*-kant.

Kan I finde en forklaring på reglen?

Materialer

Et dynamisk geometriprogram fx GeoGebra
Eventuelt papir til skitser

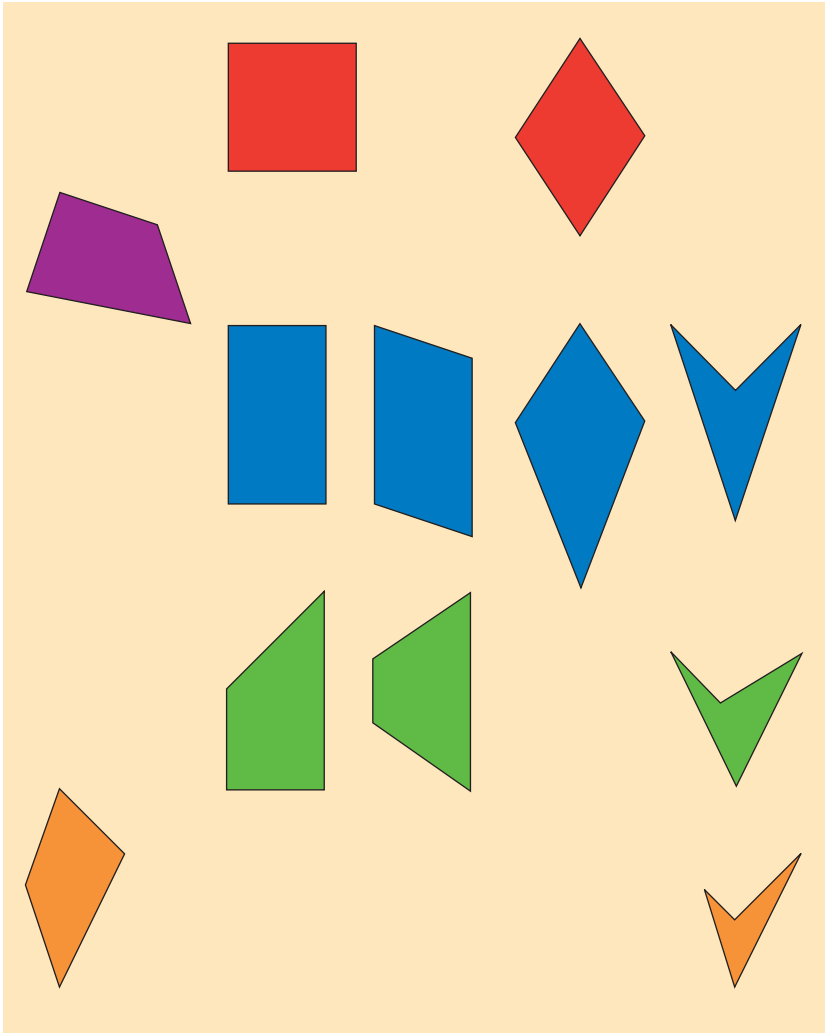
Mange forskellige firkanter

Firkanters egenskaber

I skal undersøge ligheder og forskelle mellem forskellige firkanter.

Målet er, at I kan

- undersøge egenskaber ved firkanter og give nogle af dem navn.



Fremgangsmåde

1

I skal se på firkanterne her på siden.
Hvad er fælles for firkanterne med samme farve?

2

I skal finde det matematiske navn på flest mulige af firkanterne.

3

Tegn nogle af firkanterne i et dynamisk geometriprogram. Jeres tegninger skal være dynamiske.

Undersøg

Undersøg diagonalerne i nogle af firkanterne.

Hvad kan I fx sige om dem fx:

Står de vinkelret på hinanden?

Halverer de hinanden?

Bliver kun den ene halveret?

Er de lige lange?

Materialer

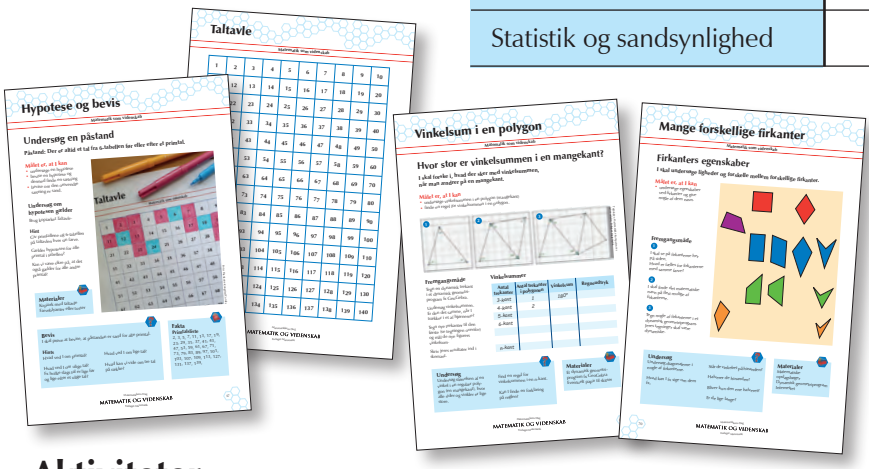
Matematiske opslagsbøger
Dynamisk geometriprogram
Internettet

Matematik som videnskab

Klassetrin og omfang
Mellemtrin
6 lektioner.

Elevforudsætninger
Kendskab til lige og ulige tal, samt primtal.
Tegning af dynamiske figurer i fx GeoGebra og måling af vinkler.

Forløb Hypotese og bevis Vinkelsum i en polygon Mange forskellige firkanter	Matematiske kompetencer	Problembehandling	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder							
Tal og algebra				■			
Geometri og måling				■			
Statistik og sandsynlighed							



Aktiviteter
Elevoplægget
Hypotese og bevis
Når eleverne har gennemført de første undersøgelser om hypotesen, skal de i gang med et egentligt bevis.
Eleverne kan arbejde i små grupper. Ind imellem tages en fælles samtale om forskellige måder at komme i gang på.

Der er altid en eller flere elever, der bemærker, at primtallene 2 og 3 ikke ligger ved siden af et tal i 6-tabellen, derfor må hypotesen omformuleres:
Hypotesen gælder kun for primtal større end 3.
De skal gerne opdage, at det har noget med lige og ulige tal at gøre. Der er i elevernes oplæg nogle spørgsmål som hints.

Elevoplægget
Vinkelsum i en polygon
Eleverne skal undersøge vinkelsummen i en trekant ved at tegne en dynamisk trekant i fx GeoGebra og måle vinkelsummen. Det er ikke et bevis for at summen er 180°.

Derefter udvides tegningen ved at tegne nye trekanter (se elevoplægget) og måle vinkelsummen.
Resultaterne skrives ind i skemaet. Målet er at finde en regel for vinkelsummen i en n-kant og eventuelt argumentere for den matematisk.

Elevoplægget
Mange forskellige firkanter
Eleverne skal finde ligheden for firkanter af samme farve (det handler om antallet af lige lange sider).

Begreberne konveks og konkav kan indføres.

To firkanttyper har ikke et fast dansk navn.
Man kan kalde den ene for en dragefirkant, og den anden for en deltafirkant (de tre konkave firkanter).

Ekstra
I dette afsnit er de næste tre sider med elevoplæggene
Definition, hypotese, sætning
Alt skal bevises
Alt kan ikke altid bevises - endnu
målrettet udskolingen, men kan også anvendes til udfordringer på mellemtrinnet.

Evaluering
Tegninger og resultater af undersøgelserne fremlægges.

Eulers polyedersætning

Passer det?

I skal undersøge om Euler har ret i sin sætning.

Målet er, at I kan

- vise, at en regel, som en gammel matematiker har fundet frem til, gælder.

Materialer

Forskellige rumlige geometriske figurer enten som store rumlige figurer eller terninger.

Polyederskema på papir eller en computer eller iPad med skemaet.

Eulers sætning

Euler beviste, at
sider+hjørner
er samme antal som
kanter+2
i et polyeder.

Vi skriver det matematisk:

$$s + h = k + 2$$

I skal vise, at sætningen passer.

Undersøg

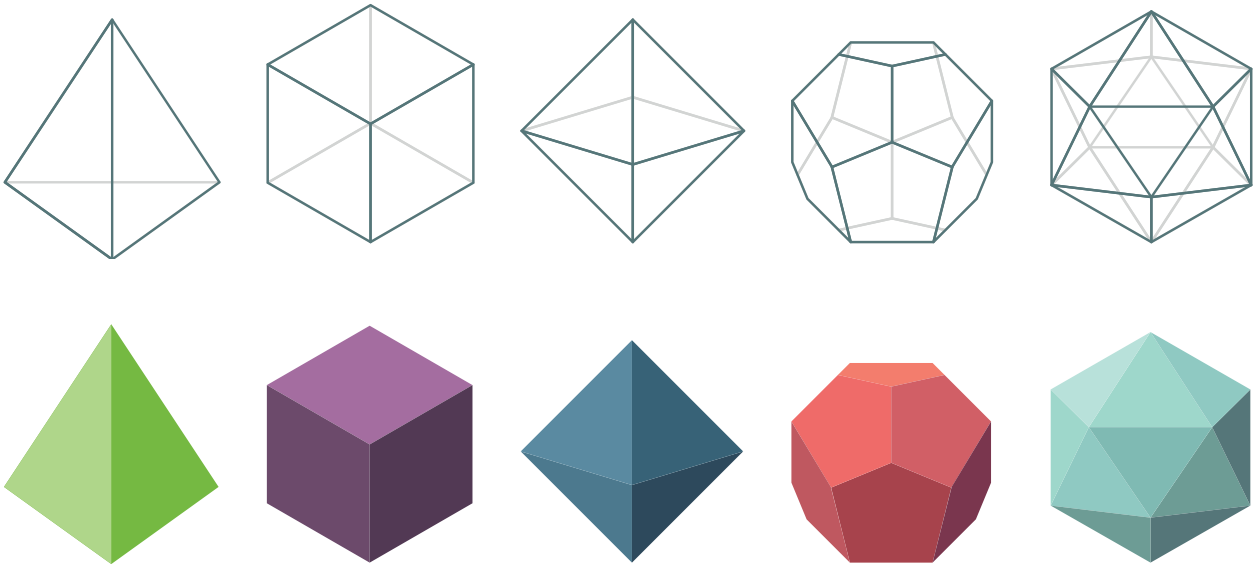
Udfyld polyederskemaet.

Tal om, hvordan det passer. Har Euler ret?



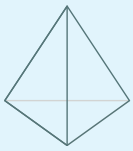
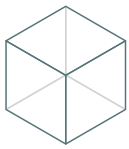
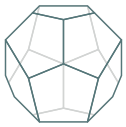
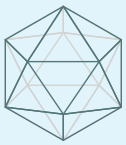
Leonhard Euler. 1707-1783
Schweizisk matematiker.

De Platoniske Legemer



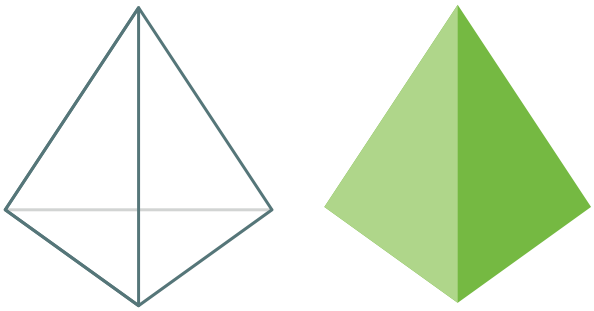
Polyederskema

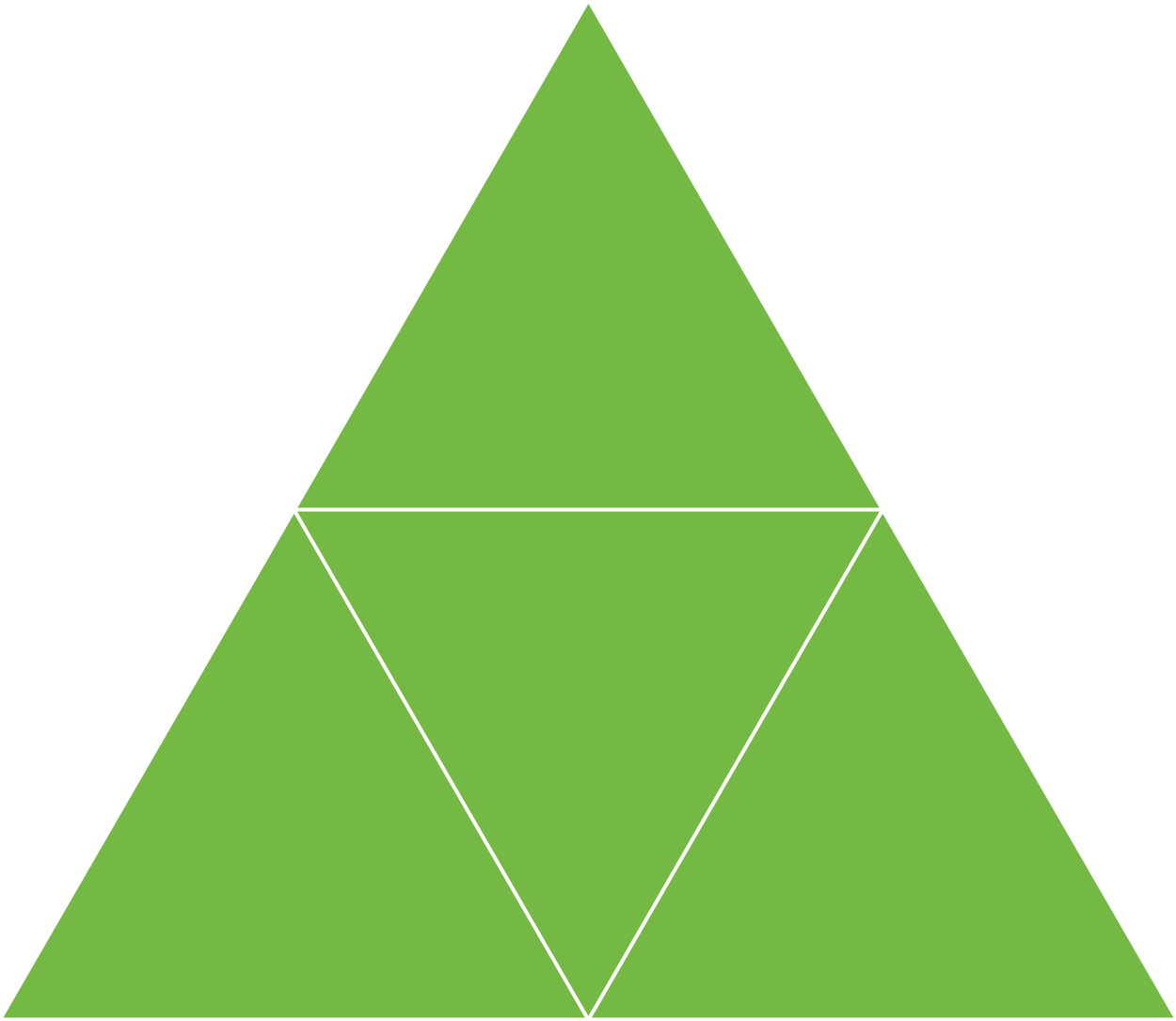
Optælling af sider og kanter

Figur	Antal sider (s)	Antal hjørner (h)	Sider+hjørner ($s+h$)	Antal kanter (k)	Kanter+2 ($k+2$)
					
					
					
					
					
					
					

Udfoldning

Klip ud, fold og tape kanterne sammen.

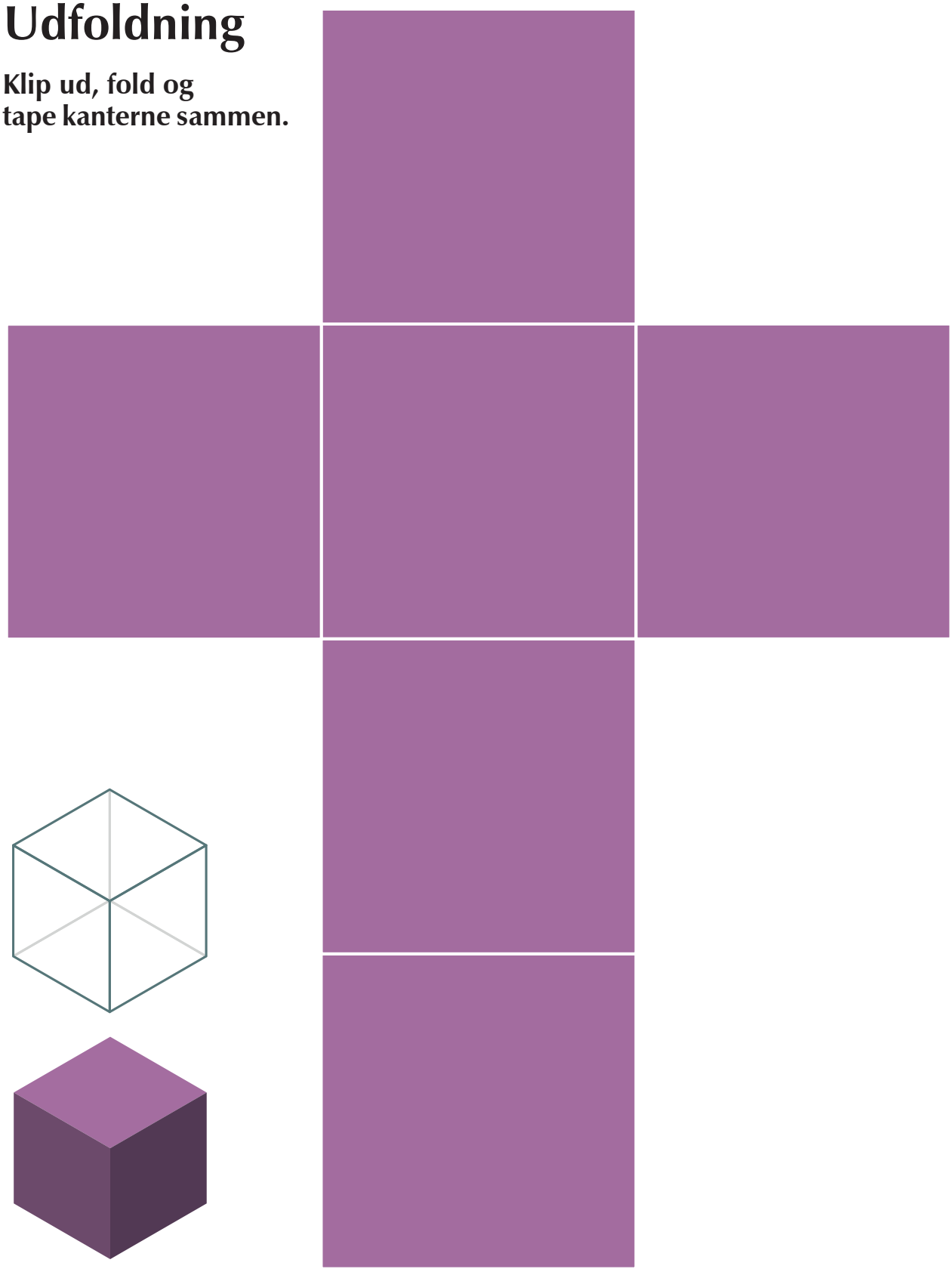




Kube

Udfoldning

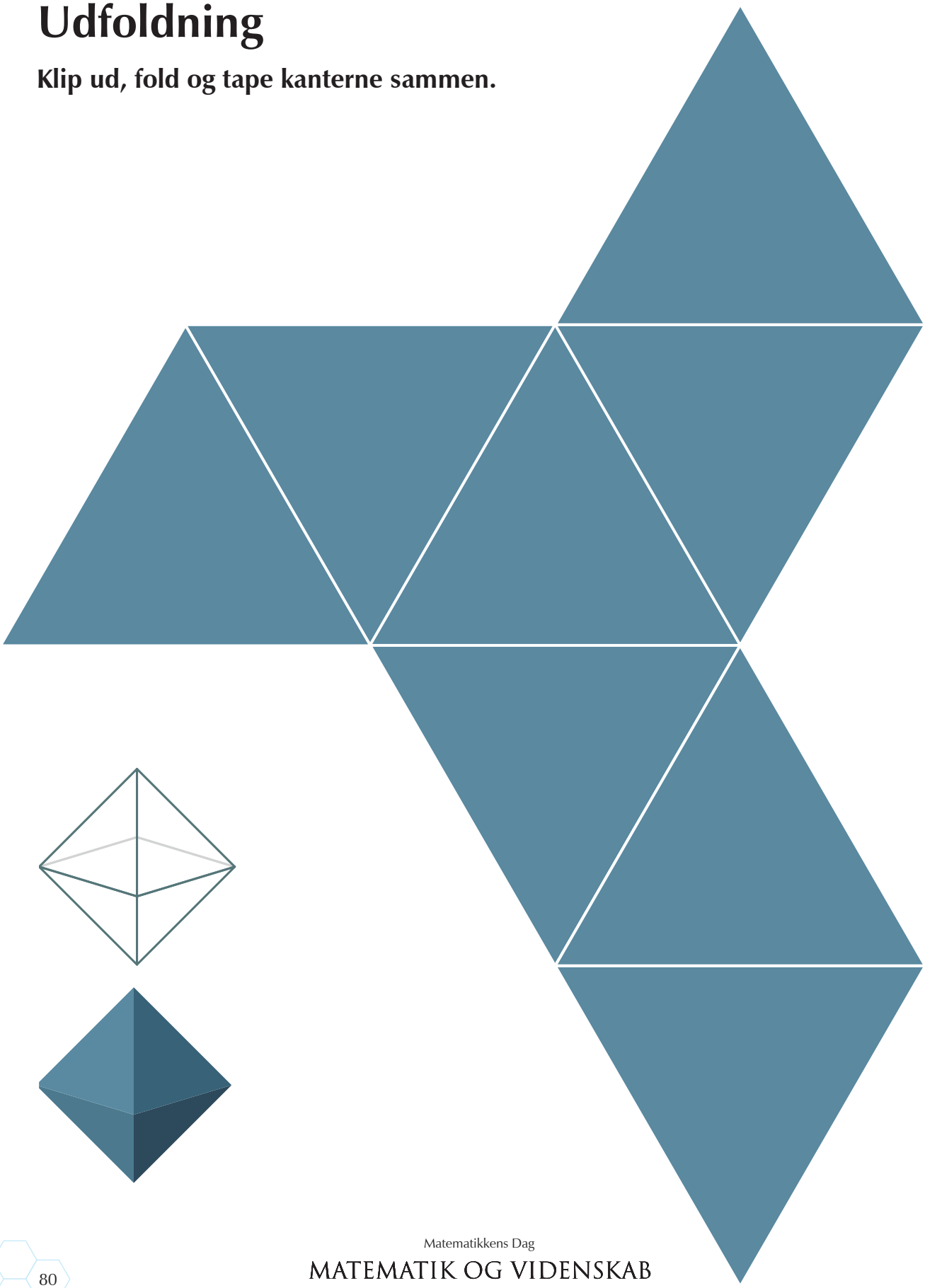
Klip ud, fold og tape kanterne sammen.



Oktaeder

Udfoldning

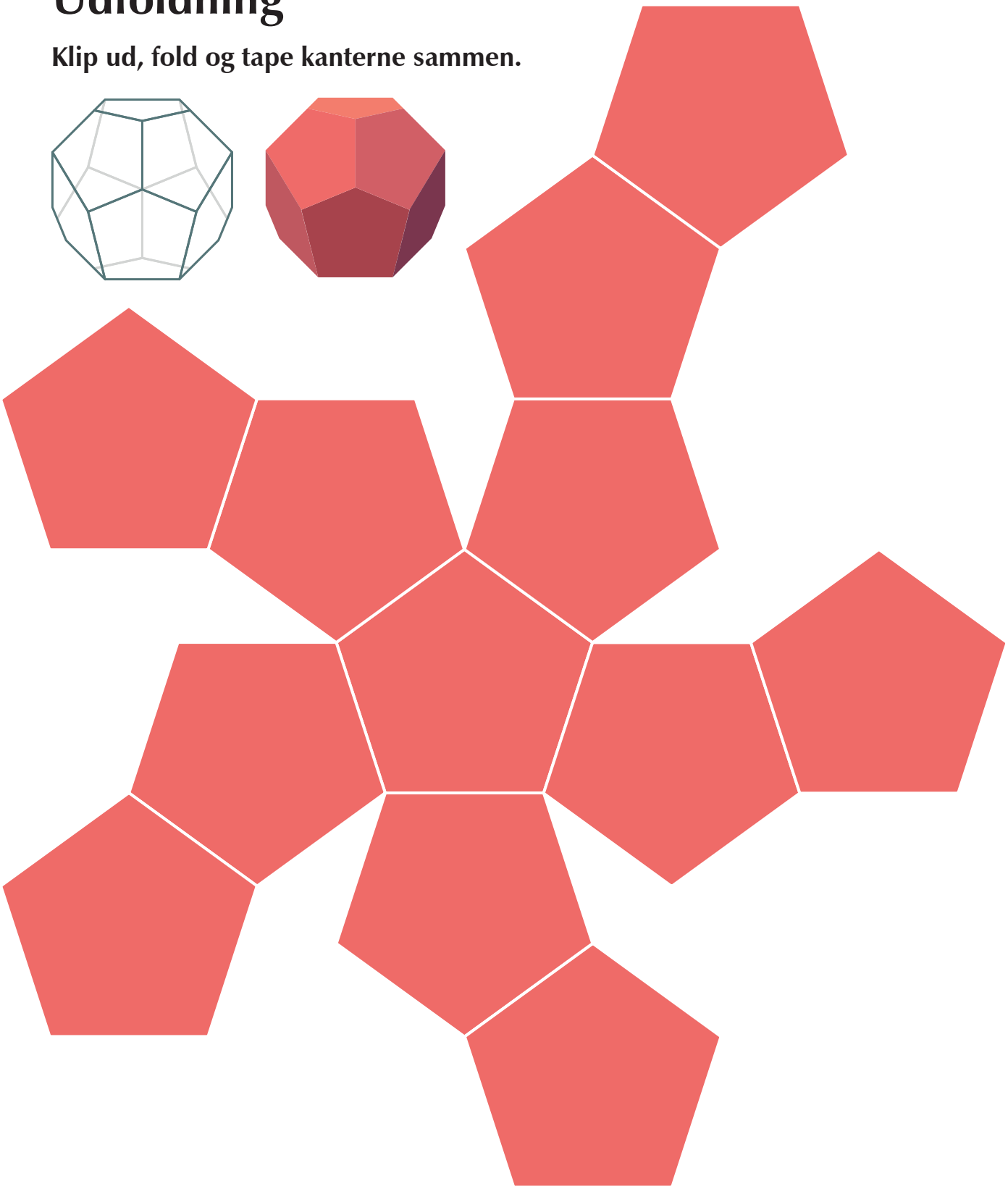
Klip ud, fold og tape kanterne sammen.



Dodekaeder

Udfoldning

Klip ud, fold og tape kanterne sammen.



Ikosaeder

Udfoldning

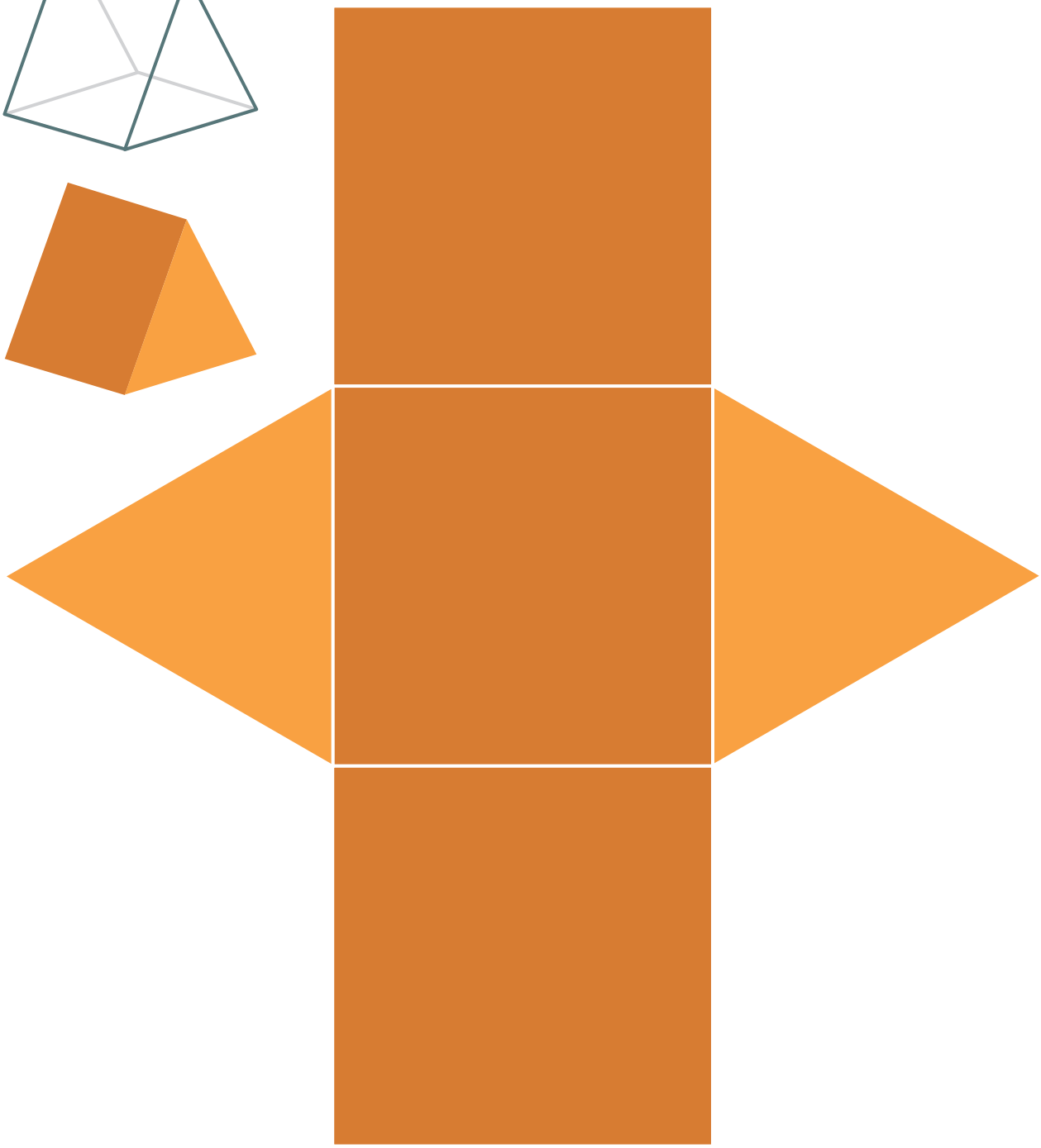
Klip ud, fold og tape kanterne sammen.



Udfoldning

Klip ud, fold og tape kanterne sammen.



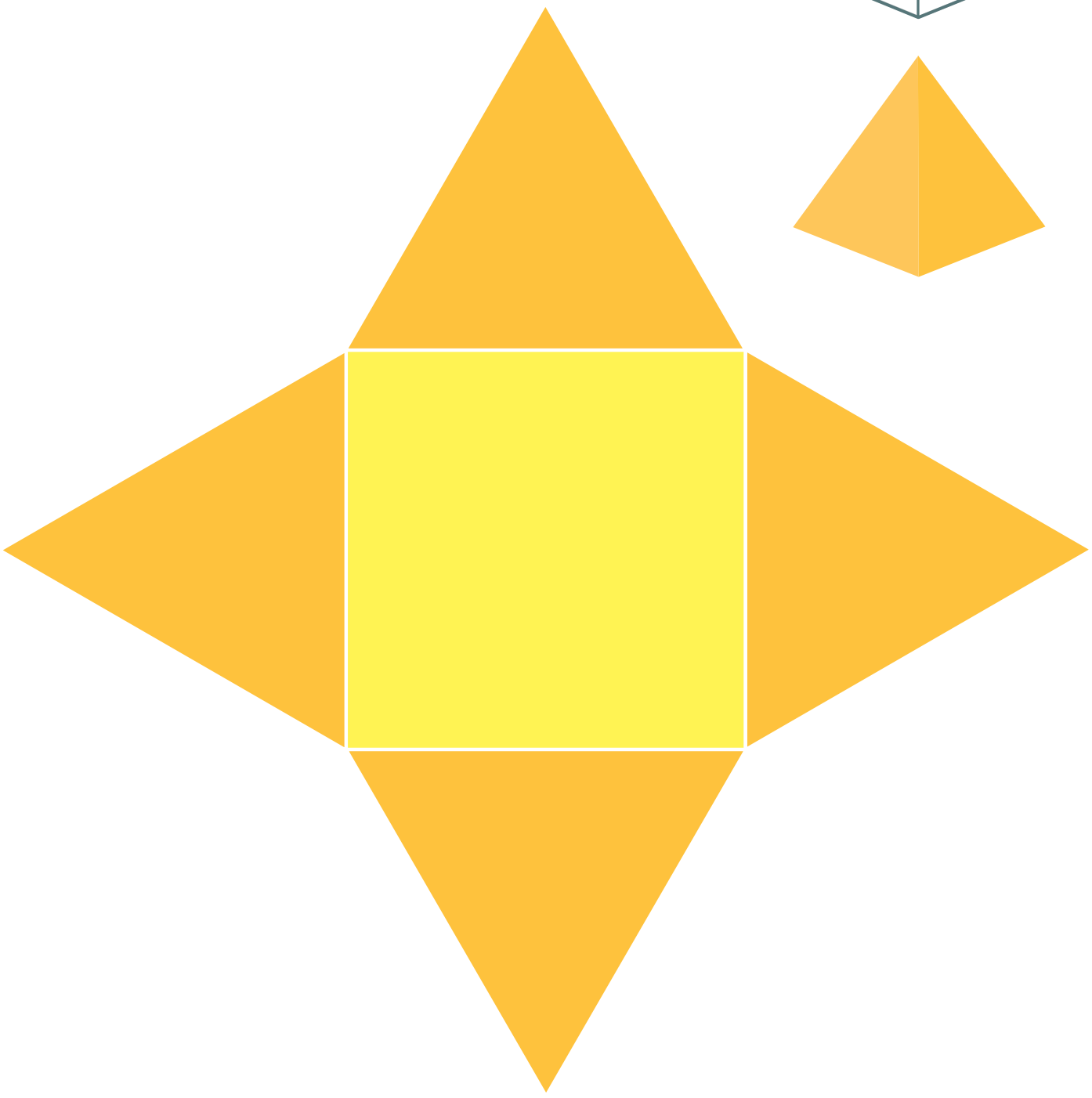


Pyramide

Udfoldning

Klip ud, fold og tape kanterne sammen.





Fodbold

Udfoldning



Print eventuelt udklipsarket i A3. Klip ud, fold og tape kanterne sammen.

Eulers polyedersætning

Klassetrin og omfang
Begyndertrin eller mellemtrin.
Varighed: 2-4 lektioner.

Elevforudsætninger
Eleverne skal vide, hvordan en figur beskrives.

Aktivitet
Gennemgå ordene side, kant og hjørne.

Opgaven kan bruges på begyndertrinnet ved at anvende konkrete figurer og tælle på dem.
Figurerne kunne være kube, kasse, prisme, pyramide og lignende.

På mellemtrinnet kan man fremstille fx Platons legemer og et prisme, en fodbold mm.

Ekstra
Opgaven kan differentieres ved, at nogle efterviser Eulers polyerdesætning, og andre fremstiller de platoniske legemer for at kunne vise, at det er sandt.

På begyndertrinnet er det nok at fokusere på skemaet, på mellemtrinnet kan eleverne fremstille Platons legemer.

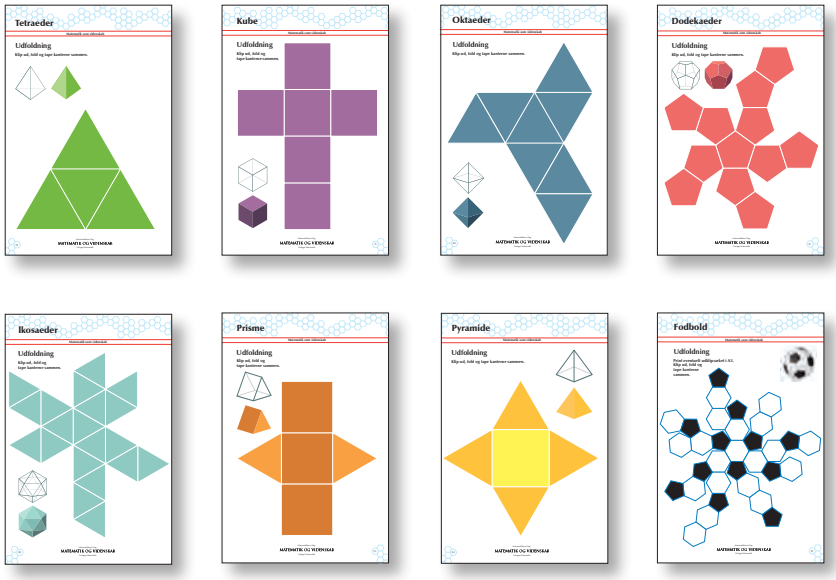
Eleverne kan også afprøve sætningen på andre legemer.

Evaluering
Evalueringen kan foregå ved at eftervise sætningen på de fysiske legemer.

Forløb

Eulers Polyedersætning

Matematiske stofområder	Problembehandling	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling			■			
Statistik og sandsynlighed						



Anvend udklipsarkene eller lad eleverne tegne i et dynamisk geometriprogram.

Fakta
Eulers polyedersætning angiver en simpel sammenhæng mellem antallet af sideflader (s), kanter (k) og hjørner (h) for et vilkårligt konvekst polyeder.

Eulers sætning:
$s + h = k + 2$ eller
$h - k = s - 2$

Sætningen blev fundet og bevist af Euler.

Afsnit 3

Matematik og forskning i vand



Foto: ICP

Historie om Nys



Alfen Nys møde med is og snefnug

Historie til højtlæsning i klassen som introduktion.

Alfen Nys bor langt ude i skoven under et stort træ. Han er en ung alf på 100 år og er lige flyttet hjemmefra. Han er en lille alf på kun 15 cm uden sin hue.
Huen fik han i 100 års fødselsdagsgave af sin mormor. Han har den på, både dag og nat. Huen kan trylle ham andre steder hen, han skal bare sige nogle hemmelige trylleord. Trylleordene lærte han på sin 100-års fødselsdag af sin morfar. De bad ham om at passe meget på, hvor han ønskede sin hen, og at han ALDRIG måtte blive set af menneskene eller endnu værre - tale med dem.

Men Nys har mødt Tilde, som er et menneskebarn, og de er blevet rigtig gode venner. Nys er ikke hans rigtige alfenavn, men han bliver altid kaldt Nys, fordi han er meget nysgerrig.

En snevejrsdag går Nys en tur i skoven. Nys tager lidt sne op i hånden og undrer sig over, hvorfor der er forskel på størrelsen af de forskellige snefnug, og han bliver enig med sig selv om, at det må han spørge Tilde om næste gang de ses. I det samme hører han en velkendt stemme, og han bliver meget glad, da han ser Tilde komme syngende hen af stien. Nys kan se, hun går rundt med et forstørrelsesglas i hånden og kigger på snefnuggene. Nys spørger, hvad hun laver, og hun fortæller, at hun kigger på sneen, at hun igennem forstørrelsesglasset kan se, at der er rigtig mange forskellige snefnug. Nys har helt glemt sneen i sin hånd, og da han kigger ned, er sneen helt smeltet, og der er nu kun vand og nogle små støvkorn tilbage i hans hånd. Hvor blev sneen af, og hvor kommer støvkornene fra?



Tegninger: S. Haugaard

Tilde fortæller, at de i skolen har lært, at snefnug er et iskrystal, som dannes af vand oppe i skyerne. Og at et snefnug altid har form som en stjerne med seks arme. Tilde fortæller videre, at et snefnug er som et brev fra en anden verden, da hvert snefnug er bygget op omkring et støvkorn, som kan komme fra hele verden.
Når det er rigtig koldt oppe i skyerne, samler de små vanddråber fra skyen sig omkring støvkornet og fryser, så der opstår et snefnug, som på en snevejrsdag falder ned som sne.
Tilde finder en bog frem fra sin taske, og hun viser Nys en side i bogen, der fortæller om Willi Dansgaard, som var en kendt dansk glaciolog. Det vil sige at han forskede i is, og han beviste for mange år siden, at isen gemmer på viden fra fortiden.

Willi startede sin forskning ved at indsamle regnvand i flasker ude i haven og fra en flyvemaskine oppe i skyerne. Han fandt ud af, at der er forskel på temperaturen på regndråberne, som kommer ned fra skyerne. Hvis regndråberne kommer fra nederste del af skyen, er de varmere end de regndråber, som kommer fra den øverste del af skyen. Det er ligesom om, at dråberne har et lille termometer inde i sig, og de kan derfor fortælle, hvad temperaturen var oppe i skyen. Senere undersøgte Willi indlandsisen på Grønland, men det er en helt anden historie.
Nys kan godt forstå det Tilde siger, men undrer sig stadig over, hvor hurtigt snefnugget i hans hånd smeltede og blev til vand. Han syntes også, at han havde meget mere sne i hånden, end han nu har vand. Kan det være rigtigt?

Kan vandet blive til sne eller is igen? Nys spørger Tilde, men hun ved det heller ikke.
Så har I ikke lyst til at hjælpe Nys og Tilde med at undersøge, hvordan vand bliver til is, og is bliver til vand?

Fra vand til is

Forsøg med målinger

Indsamling og forsøg med regnvand samt forsøg med en isklump.

Målet er, at I kan

- opnå en forståelse af forskellen mellem frossen og flydende vand.

Forsøg med vand

I skal indsamle vand på en regnvejrsdag. Brug gerne flere forskellige beholdere til at opsamle vandet i. Fx en flaske, gryde eller skål.



Fotos: Susanne Haugaard

Undersøg

Hvor meget vand har klassen indsamlet, og er der den samme i mængde i alle beholdere?

Fyld vandet op til randen i en skolemælkskarton, og undersøg vandet ved at udfylde skemaet.
Husk, at før I vejer og måler, skal I gætte på resultatet.

Frys jeres mælkekartoner med vand.

Når vandet er frosset undersøges isen, og I skal igen udfylde skemaet.

Sammenlign tallene fra jeres skema, og undersøg om der er forskel på flydende vand og fast is?

Undersøg, hvor lang tid det tager, før isen er smeltet?

Diskuter om vand kan fryse igen, og hvordan I vil undersøge det.

Forsøg med isklump

Læg en isklump ned i en gennemsigtig beholder med vand.



Undersøg

Hvad sker der med isklumpen?

Mål temperaturen på vandet flere gange.

Hvor lang tid tager det før isen er smeltet?

Når isen er smeltet, mål igen temperaturen.

Tal med hinanden om, hvad der skete med isklumpen og temperaturen på vandet under forsøget.

Materialer

Beholder til indsamling af vand.
Vægt
Litermål
Decilitermål
Mælkekartoner til nedfrysning af vand
Ur
Gennemsigtig beholder

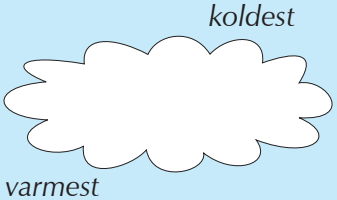
Ideer

Hvis I ikke har mulighed for at indsamle regnvand, kan kunstigt regnvejr fremstilles ved hjælp af en vandkande, eller I kan hælde almindeligt vand i mælkekartonen.

Hvis der er sne, kan man vælge at bruge en snebold i stedet for en isklump af frossent vand.

Tænk engang

En sky er varmest forneden og koldest for oven.



Skema til forsøg

Forsøg fra vand til is	Flydende		Frossen		Efter 30 min.		Smeltet	
	Gæt	Måling	Gæt	Måling	Gæt	Måling	Gæt	Måling
Temperatur								
Vægt								
Højde på vandstanden								
Omkreds af beholderen								

Snefnug og krystaller

Fremstil krystaller

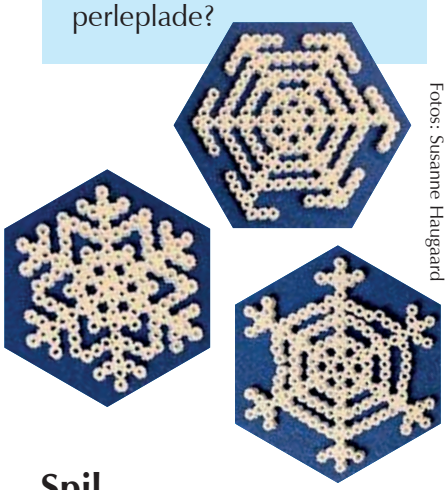
Sne indeholder mange iskrystaller, som har forskellige størrelser og former. En iskrystal er altid et sekskantet prisme. Man kan også sige, at det er en stjerne med seks arme. Det påstås, at der ikke er to iskrystaller, som er ens.

Målet er, at I kan

- opnå en forståelse af iskrystallernes opbygning.

Undersøg

Iskrystaller på perleplader
Hvor mange forskellige iskrystaller kan I bygge med perler på en sekskantet perleplade?



Fotos: Susanne Haugaard

Spil

Tag et foto af jeres perleplader eller tegn iskrystaller til spillet. Saml alle tegninger eller fotos. Kopier to sæt til hvert hold.

Spil vendespil med kortene ved at lægge hvert et sæt i hver sin ende af lokalet.

En elev må nu vende et kort fra den ene bunke og løbe over til den anden bunke og prøve at finde makker-kortet til det første kort. Der må kun vendes et kort fra hver bunke pr. omgang. Når eleven har et par må det fjernes.

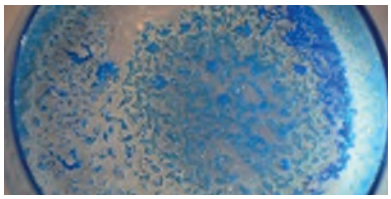


Foto: Susanne Haugaard

Krystaller af kobbersulfat

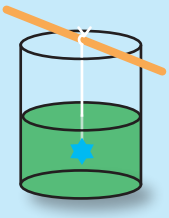
Undersøg

Fremstil et krystal

Bland 50 g kobbersulfat med 100 ml varmt vand.
Hæld blandingen op i en skål med stor overflade.
Lad det stå mindst et døgn.
Skålen må ikke røres.

Nu skulle der gerne være små krystaller i skålen.

Finde det største krystal, og bind det på en træpind med en fiskesnøre eller sytråd.



Hvis I ønsker et større krystal

Bland 100 g kobbersulfat med 200 ml vandt vand.
Hæld blanding op i et glas, og hæng eller læg krystallet ned i opløsningen.
Lad det stå mindst et døgn.
Skålen må ikke røres, og krystallet skulle gerne begynde at vokse.

Materialer

Sekskantede perleplader
Hvide perler
Bagepapir
Strygejern

2 kopier pr. hold af alle iskrystallerne til spillet

Kobbersulfat til krystal
Vand
Skål med stor overplade
Højt glas
Træpind
Fiskesnøre/sytråd

Ideer

Forståelse af isboringer

Bag en kage med flere lag i forskellige farver.
I kan eventuelt komme salt i det ene lag.
I kan bore ned i kagen med et tykt gennemsigtigt rør, fx et reagensglas for at undersøge, hvilke farver kagen har i de forskellige lag.

Tænk engang

At isen på fx Grønland gemmer på viden om fortiden. Man kan simpelthen læse hele jordens klimahistorie i en iskerne.

Fra vand til is, Snefnug og krystaller

Klassetrin og omfang
Indskolingen/mellemtrinnet.
Varighed: 4-6 lektioner over mindst to dage.

Elevforudsætninger
Eleverne skal have kendskab til de før-faglige-ord og begreber, der knytter sig til symmetriske mønstre samt måling af temperatur og vægt.

Aktiviteter
Dette oplæg er delt i to aktiviteter "Fra vand til is" og "Snefnug og krystaller".

Fra vand til is
Eleverne skal enkeltvis eller parvis blive enige om, hvordan de vil indsamle vandet og efterfølgende undersøge forskellen på vandet før og efter, vandet er frossent.
Her skal de yngste have mulighed for at udvikle en strategi til at måle. Dette kan gøres ved, at de i fællesskab benytter forskellige måleredskaber.

Undervejs i forløbet sættes fokus på de før-faglige ord, begreber og matematiske ord som benyttes.

Fokus ord
Vægt
Temperatur
Iskrystal /snefnug
Undersøge
Flydende
Frossent

Forløb

Alfen Nys
Fra vand til is
Snefnug og krystaller

Matematiske stofområder	Matematiske kompetencer: Problembehandling	**Modellering**	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling		■	■			
Statistik og sandsynlighed						



Foto: Susanne Haugaard

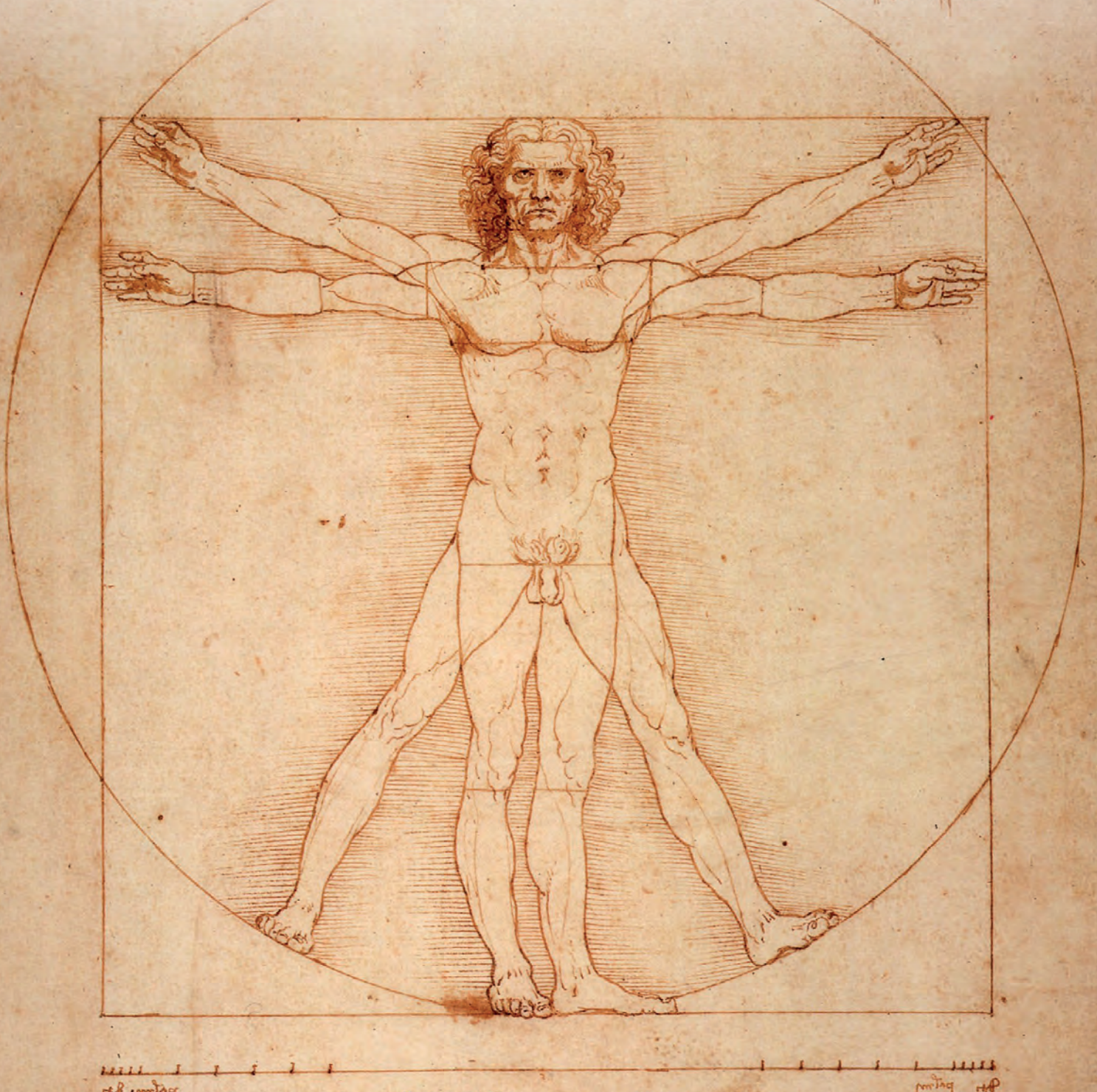
Forsøg med en isklump
Isklumpen skal have en vis størrelse for at vende sig, og der skal være et rimeligt forhold mellem vand og is.

Snefnug og krystaller
Det kan anbefales at begynde med et simpelt iskrystal og herefter udbygge det. Målet med denne opgave er at arbejde med den sproglige udvikling. Derfor er det vigtigt at give eleverne god tid til at overveje og argumentere både i gruppearbejdet og fælles i klassen.

Ved fremstilling af krystaller kan der også benyttes kaliumaluminiumsulfat (alun) 15 g stof til 100 ml. vand, dette giver en klar krystal eller kaliumchrom(lll)-sulfat (chromalun) 45g stof til 100 ml vand giver en næste sort krystal. Hvis man vælger at få krystallen til at vokse, kan der med fordel laves en mere koncentreret opløsning end beskrevet. Hvis man ikke kan opløse kemikaliet, er det en god ide at hælde blandingen igennem et tefilter.

Evaluering
Forløbet kan afsluttes med en samtale om elevernes undersøgelser og overvejelser.
To firemandsgrupper sættes sammen og præsenterer deres undersøgelse for hinanden.
I samtalen skal der være fokus på det matematiske sprog.
Klassen forbereder og arrangerer en fælles udstilling, hvor de udstiller deres perleiskrystaller, samt i fællesskab taler om spørgsmålene fra undersøgelserne.

Matematik i mennesket



Historie og fakta om meteren

Til højtlæsning

Mål i gamle dage

For over hundrede år siden brugte man ikke meter og centimeter, gram og kilo, sådan som vi gør i dag.
Dengang målte man i tommer, fod og alen, når man målte længder.

I flere byer blev der ved kirken eller ved rådhuset opsat en jernstang, der viste, hvor lang en fod var.

I Frankrig var det engang sådan, at det var længden på det yderste led på kongens tommeltot, der bestemte, hvor lang en tomme var. Længden på kongens fod bestemte, hvor lang en fod var.
Kongen bestemte alt.

I 1789 startede Den Franske Revolution. Det handlede om, at der i Frankrig var mange, som mente, at kongen havde for meget magt. Det endte med, at kongen blev halshugget. Nu ville man gerne have, at det var naturen, der skulle bestemme, hvordan man skulle måle.

Metron betyder mål på græsk. Man besluttede, at det nye mål skulle kaldes "meter".

Man brugte 7 år på at finde ud af, hvor langt der var fra Nordpolen til ækvator. Denne afstand ville man dele med 10 millioner. Resultat skulle vise, hvor lang en meter skulle være.



I 1875 mødtes Danmark med 16 andre lande i Paris. Her skulle man blive enige om at bruge den samme måde at måle på. Den nye måleenhed kaldte man for meter.
Først ca. 30 år efter blev det indført i Danmark.
På Danmarks Nationale Metrologiinstitut (DFM) kan man i kælderen finde en meter-stok fra dengang, man blev enige om, hvordan man skulle måle.

I dag har man besluttet, at en meter er den afstand, som lys bevæger sig i løbet af et meget kort øjeblik, $\frac{1}{299792458}$ sekund.

Kilder: Kraftig inspiration fra "Historien om meteren", Forlaget Matematik.
Kurt Petersen "Mål og vægt i Danmark" Polyteknisk Forlag.
https://kortlink.dk/DFM/2fqmc

Fakta

Centi betyder "delt i 100" på latin.
En centimeter betyder altså en meter delt i 100 dele.
Milli betyder "delt i 1000" på latin.
En millimeter betyder altså en meter delt i 1000 dele.

Den vitruvianske mand

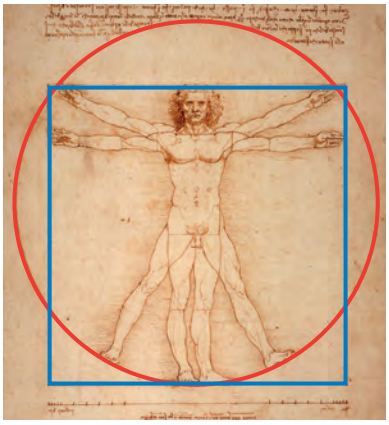
Overordnet introduktion til elevoplæg

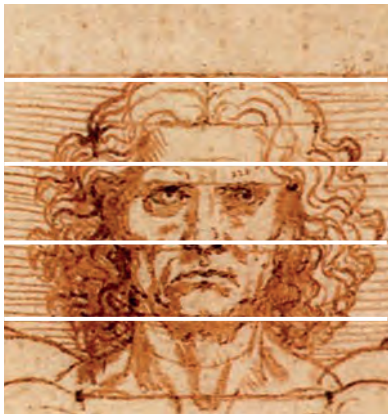
Leonardo da Vinci var både videnskabsmand og kunstner. I ca. 1485 tegnede Leonardo da Vinci den vitruvianske mand, hvor han viser, hvordan han forestiller sig, at den perfekte menneskekrop er opbygget.

Marcus Vitruvius Pollio var en romersk arkitekt og ingeniør. Han er kendt for værket De Architectura, som er skrevet omkring 35 f.Kr. og genfundet i 1414. I værket beskriver Vitruvius arkitektur som billeder af naturen, hvor menneskekroppen defineres som det mest veldimensionerede bygningsværk i forhold til indbyrdes målforhold. Derfor mente Vitruvius, at templer skulle bygges efter principperne om det velproportionerede menneske.



Leonardo da Vinci arbejdede videre med Marcus Vitruvius Pollios teorier. Han tegnede den vitruvianske mand, der står på to forskellige måder, hvor kroppen har udstrakte arme og ben, der er indskrevet i både en cirkel og et kvadrat.





Alle mennesker er forskellige, hvorfor ingen kan forventes at leve op til Leonardo da Vincis ideal om det perfekte menneske. Derfor skal tegningen af den vitruvianske mand betragtes som en model.
Modellen viser, hvordan det perfekte menneske ville være opbygget, hvis det var skabt ud fra geometriske figurer og bestemte målforhold.

Fakta

Nogle af Leonardo da Vincis målforhold:

Personens højde er den samme som længden på tværs med udstrakte arme og hænder.

Hovedets højde er $\frac{1}{8}$ af personens højde.

Fodens længde er $\frac{1}{7}$ af personens højde.

Håndens længde er $\frac{1}{10}$ af personens højde.

Skridthøjden er $\frac{1}{2}$ af personens højde.

Armens længde er $\frac{2}{5}$ af personens højde.

Længden af øret er en $\frac{1}{3}$ af hovedets højde.

Afstanden fra albuen til armhulen er $\frac{1}{8}$ af personens højde.

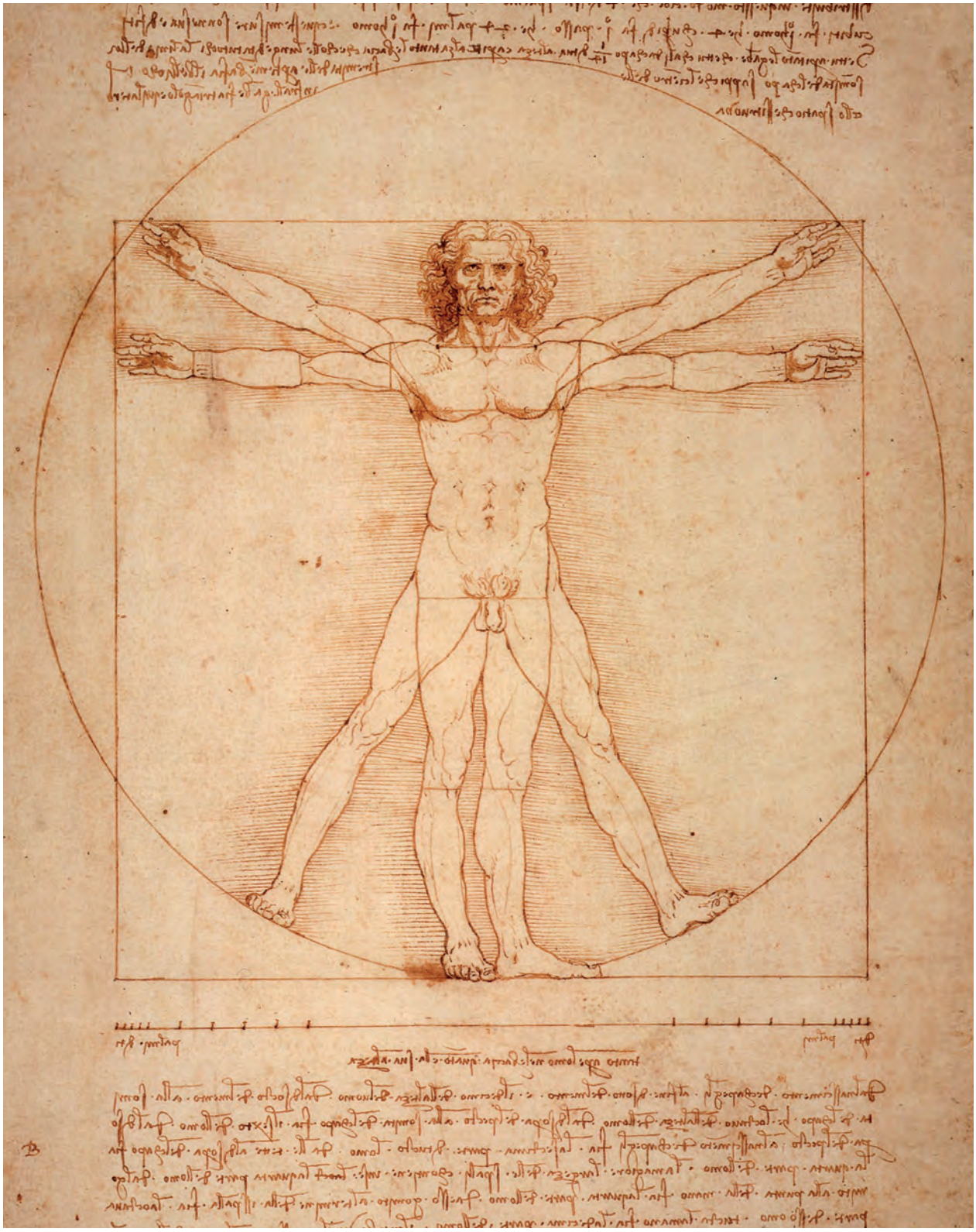
Afstanden fra albuen til fingerspidserne er $\frac{1}{5}$ af personens højde.

Afstanden fra hagen til næsen er $\frac{1}{3}$ af ansigtets længde.

Afstanden fra hagen til næsen er den samme som afstanden fra issen til øjenbrynene.

Den vitruvianske mand

Kopiark



Kroppen og ansigtet

Målforhold

I skal måle og undersøge forskellige sammenhænge mellem længdeforhold på kroppen og i ansigtet.

Målet er, at I kan

- finde sammenhænge mellem forskellige mål og længdeforhold på kroppen og i ansigtet
- sammenligne mål og længdeforhold i forhold til virkeligheden og størrelsesforhold på tegninger
- anvende jeres viden om brøker til beskrivelse af forskellige målforhold.



Foto: Mette Eis-Hansen

Kroppens mål og forhold

I skal tage billeder af jer selv, hvor I står på samme måde som den vitruvianske mand.

I skal tegne cirkler og kvadrater om jeres kroppe på samme måde, som på tegningen af den vitruvianske mand.

I skal tage billeder af hinandens ansigter, som I skal opdele i målforhold.

I skal måle og finde forhold mellem længder og afstande på kroppen og i ansigtet.

I skal opstille brøker og målforhold i tabeller.

I skal sammenligne jeres målforhold med Leonardo da Vincis teori om den vitruvianske mand.

Undersøg

I skal undersøge om Leonardo Da Vincis tegning og teori om målforhold passer.

I skal undersøge, om I kan finde andre sammenhænge mellem målforhold på kroppen og i ansigtet.

I skal opstille tabeller, der viser sammenhænge mellem målforhold på kroppen og i ansigtet.

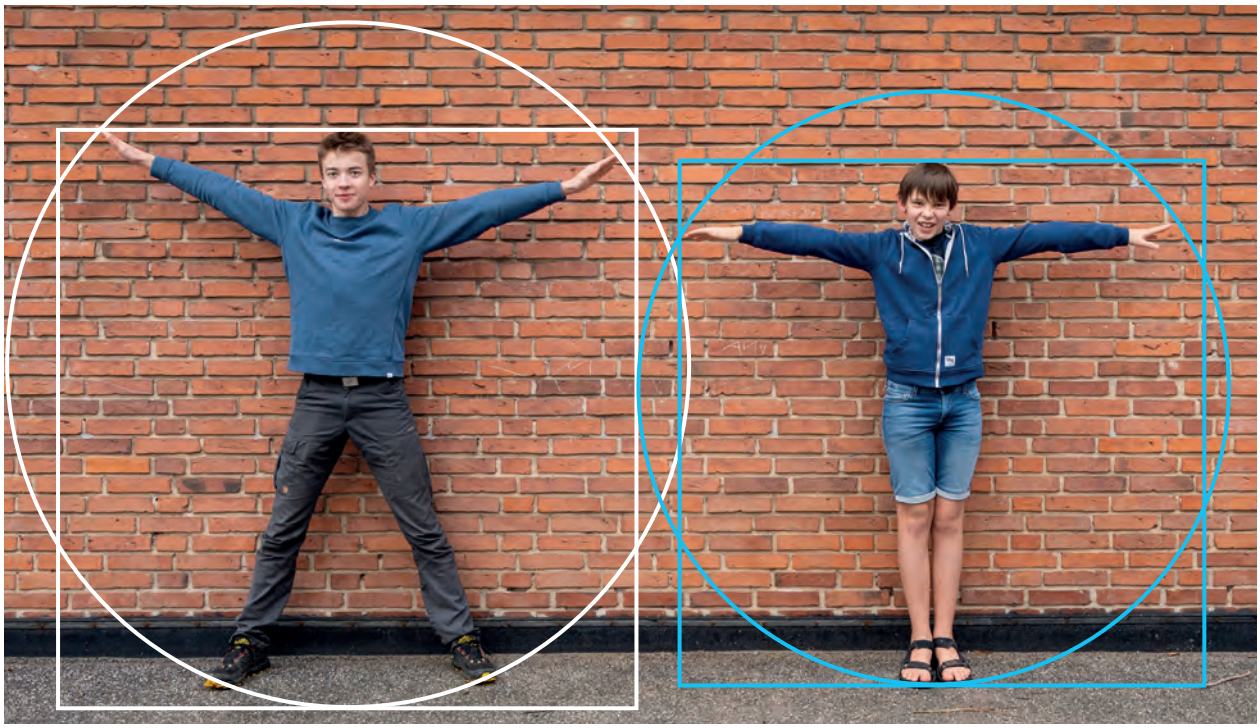
Materialer

Papir
Blyanter
Farver
Passere
Linealer
Målebånd
Regnemaskiner
Mobiltelefon eller lignende til fotos
Print af fotos i A4 og A3
Dynamisk geometriprogram fx GeoGebra

Se fotos og ideer på næste side.

Mål på fotografier

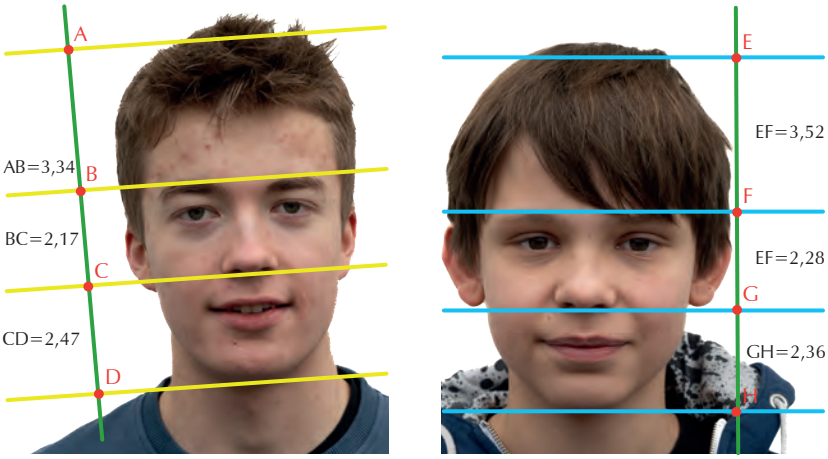
Fotografer jeres kroppe i helfigurer i de to positioner og ansigter i pasfotoformat.



Fotos: Mette Eis-Hansen

Den vitruvianske mand - Kroppen.

Print billeder med jer selv opstillet i de to positioner i A4 eller A3-format samt portrætbilleder i A4-format til indtegning af målforhold.
I et dynamisk geometriprogram tegnes cirkler og kvadrater om jeres kroppe samt indskrivning af målforhold i ansigtet. Det kan være en hjælp til forholdsberegningerne, hvis I bruger fx GeoGebra til at måle afstande mellem punkter og linjer på billederne i relation til bestemmelse af målforhold på kroppen og i ansigtet.



Den vitruvianske mand - Ansigtet. Målene på billederne er formindsket fra original størrelse i tegneprogrammet.

Ideer

I kan sammenligne jeres forskellige mål og målforhold i tabellerne.

I kan sammenligne jeres tegninger af jer selv indskrevet i kvadratet og cirklen.

I kan sammenligne jeres målforhold i ansigtet ud fra tegningerne.

I kan tegne modeller af kroppe og ansigter ud fra jeres observationer om sammenhænge mellem længde- og afstandsforhold.

Mine mål

Fotos: Mette Eis-Hansen

Højde



Mål

Spændvidde



Mål

Skridthøjden



Mål

Fodens længde



Mål

Armens længde



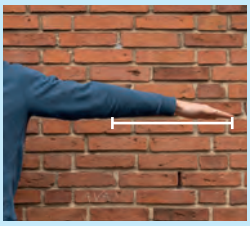
Mål

Afstand fra albuen til armhulen



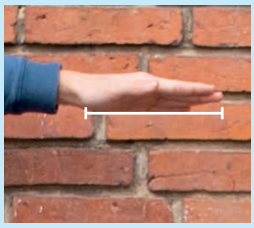
Mål

Afstand fra albuen til fingerspidserne



Mål

Håndens længde



Mål

Hovedets højde



Mål

Afstand fra issen til øjenbrynene



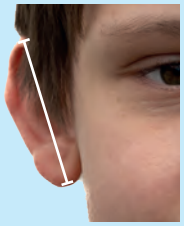
Mål

Afstand fra hagen til næsen



Mål

Ørets længde



Mål

Andet

Mål

Andet

Mål

Andet

Mål

Andet

Mål

Mine målforhold

Mål	Brøk	Målforhold
$\frac{\text{Højde}}{\text{Spændvidde}} = _____$	_____	_____ : _____
$\frac{\text{Armens længde}}{\text{Højde}} = _____$	_____	_____ : _____
$\frac{\text{Afstand albue-armhule}}{\text{Højde}} = _____$	_____	_____ : _____
$\frac{\text{Afstand albue-fingerspidser}}{\text{Højde}} = _____$	_____	_____ : _____
$\frac{\text{Håndens længde}}{\text{Højde}} = _____$	_____	_____ : _____
$\frac{\text{Skridthøjde}}{\text{Højde}} = _____$	_____	_____ : _____
$\frac{\text{Fodens længde}}{\text{Højde}} = _____$	_____	_____ : _____
$\frac{\text{Hovedets højde}}{\text{Højde}} = _____$	_____	_____ : _____
$\frac{\text{Afstand hage-næse}}{\text{Ansigtets længde}} = _____$	_____	_____ : _____
$\frac{\text{Afstand hage-næse}}{\text{Afstand isse-øjenbryn}} = _____$	_____	_____ : _____
$\frac{\text{Ørets længde}}{\text{Hovedets højde}} = _____$	_____	_____ : _____
_____ = _____	_____	_____ : _____
_____ = _____	_____	_____ : _____
_____ = _____	_____	_____ : _____

Kroppen og ansigtet

Klassetrin og omfang
Mellemtrinnet.
Varighed: 5-6 lektioner.

Elevforudsætninger
Eleverne skal have kendskab til målforhold.
Eleverne skal have kendskab til ligedannethed i forhold til størrelsesforhold mellem virkelighed og tegning som model.
Eleverne skal have kendskab til sammenhænge mellem måleenheder.
Eleverne skal have kendskab til brøker og forkortning heraf.



Start med at gennemgå den indledende side til elevoplægget.

Forløb **Matematik i kunst og mennesket** **Den vitruvianske mand** **Kroppen og ansigtet** **Mål på fotografier**	Matematiske kompetencer: Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder						
Tal og algebra						
Geometri og måling		■				
Statistik og sandsynlighed						

Aktiviteter
Eleverne skal enten parvis eller i grupper tage billeder af hinanden i samme positioner som den vitruvianske mand til indtegning af cirkler og kvadrater samt andre målforhold.

Eleverne skal tage portrætbilleder af hinanden til indtegning af målforhold.

Eleverne skal sammenligne deres egne længde- og afstandsforhold med den vitruvianske mand.

Eleverne skal indtegne kvadrater og cirkler om deres kroppe i de to positioner på enten udprintede ark med fotos eller via indsættelse af fotos i eksempelvis GeoGebra.

Eleverne skal indtegne målforhold på portrætbillederne på udprintede ark eller via indsættelse af billederne i eksempelvis GeoGebra.

Eleverne kan sammenligne hinandens målforhold ud fra tabellerne og indtegninger af målforhold på billederne.

Eleverne kan sammenligne deres målforhold i virkeligheden med størrelsesforholdet på tegningerne.

Ekstra
Der kan differentieres i forhold til, om eleverne skal indtegne cirkler, kvadrater og andre målforhold for deres kroppe og ansigter på papir eller i tegneprogrammer fx GeoGebra.

Eleverne kan også animere deres tegninger i fx GeoGebra.

Eleverne kan også arbejde videre med det gyldne snit fx i relation til indtegning af deres kroppe i pentagram.

Evaluering
Eleverne skal præsentere deres tegninger og tabeller med målforhold for hinanden gennem fremlæggelser i klassen eller mellem grupper.

Tegninger og tabeller kan også præsenteres gennem fælles opslag i en Padlet eller lignende.

Det gyldne snit

Matematik i kunst og mennesket

Det gyldne snit handler om at opdele et linjestykke i to stykker. Forholdet mellem det største og det mindste stykke svarer til forholdet mellem hele linjestykket og det største stykke.

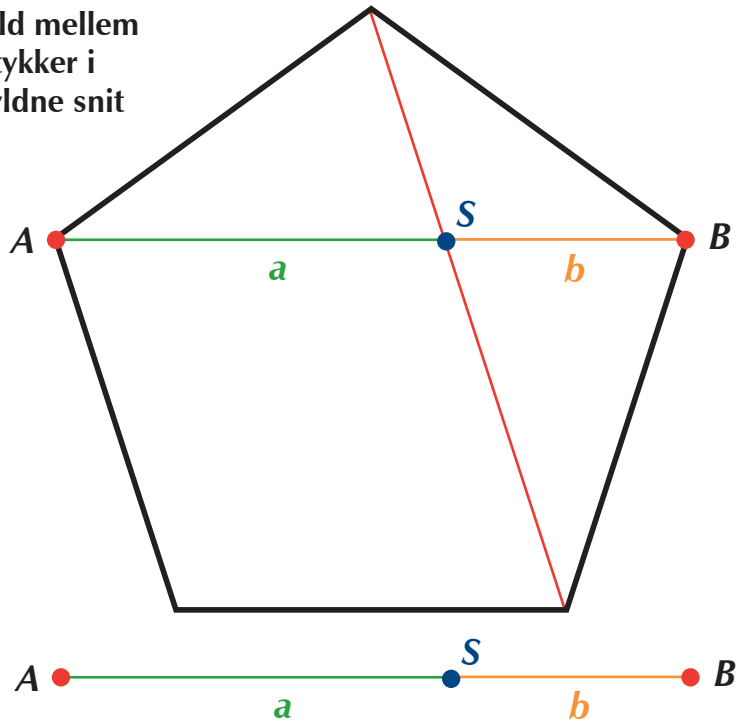
Linjestykket *AB* er delt i det gyldne snits forhold, når punktet S er placeret sådan, at hele linjestykket *AB* forholder sig til det lange linjestykke *a*, som det lange linjestykke a forholder sig til det korte linjestykke *b*. Forholdet er det gyldne snit og betegnes med det græske bogstav phi φ.

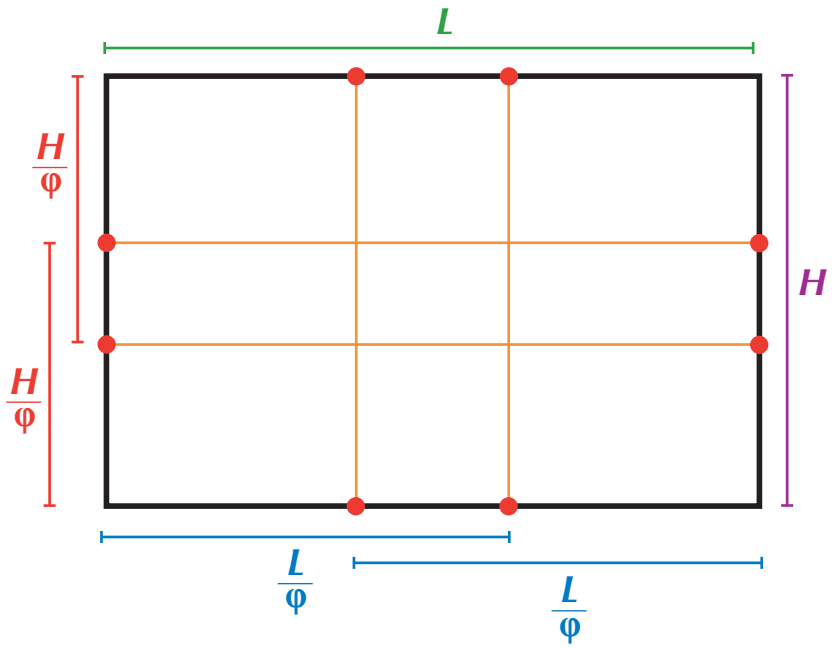
Linjestykkerne i pentagrammet er diagonalerne i pentagonen. Alle 5 linjestykker i pentagrammet skærer hinanden i det gyldne snit.

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi = 1{,}61803398...$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{1}{\varphi} = 0{,}61803398...$$

Forhold mellem linjestykker i det gyldne snit





Fakta

Forhold i det gyldne snit betyder:

Det store linjestykke er ca. 61,8% længere end det lille stykke.

Det lille linjestykke udgør ca. 61,8% af det store linjestykke.

Hele linjestykket er ca. 61,8% længere end det store stykke.

Det store linjestykke udgør ca. 61,8% af hele linjestykket.

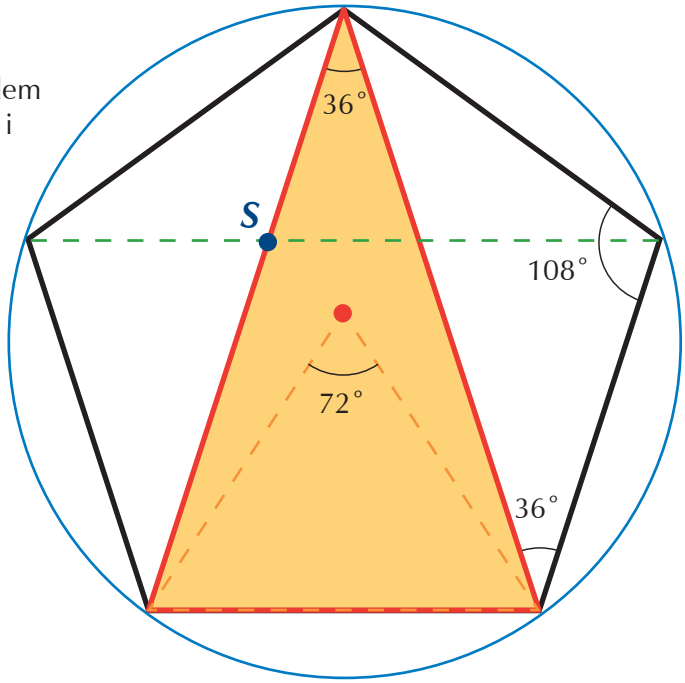
Gyldne trekanter

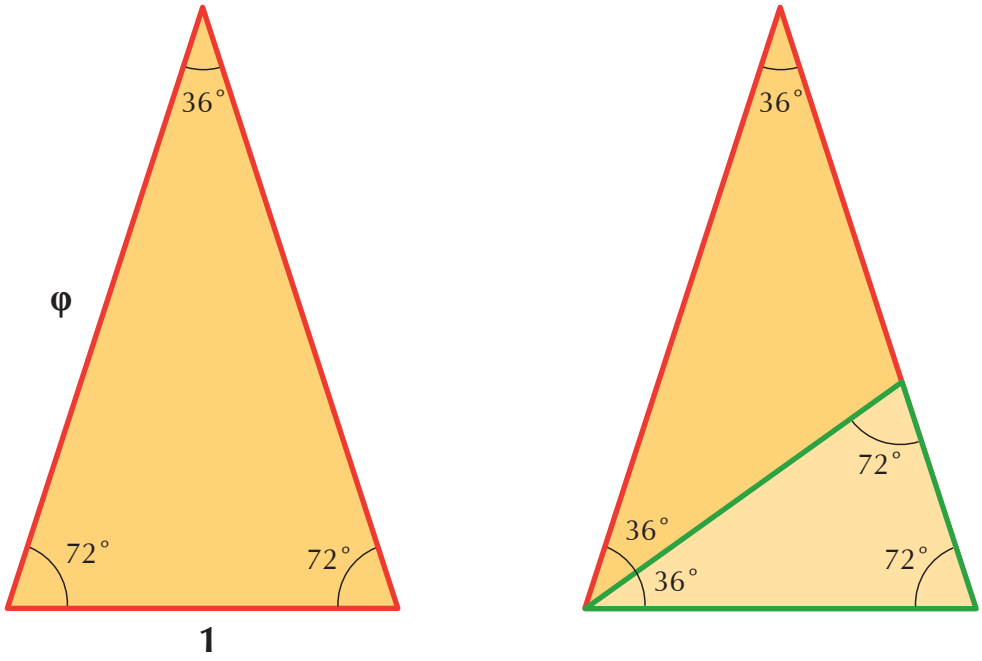
Pentagrammet og gyldne trekanter

Både de spids- og stumpvinklede trekanter, der fremkommer ved indtegnelse af diagonalerne i pentagonen, er gyldne trekanter.

Det er fordi forholdet mellem trekanternes sider er φ.

Forholdet φ findes mellem en lang og en kort side i trekanterne.





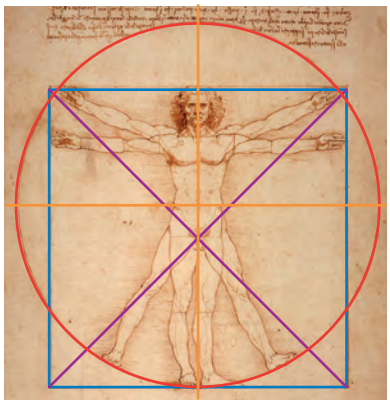
Det gyldne snit i mennesket

Matematik i kunst og mennesket

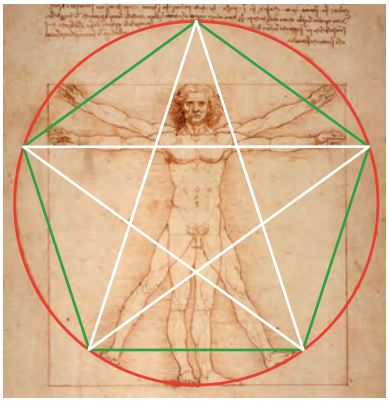
I skal undersøge forskellige sammenhænge omkring det gyldne snit.

Målet er, at I kan

- finde sammenhænge mellem forskellige mål, der viser det gyldne snit
- sammenligne forskellige metoder til at finde det gyldne snit
- anvende jeres viden om ligedannethed, regulære polygoner og andre geometriske figurer.



Tegning til undersøgelse 1.



Tegning til undersøgelse 2.

Kroppens mål og forhold

I skal tage billeder af jer selv, hvor I står på samme måde som den vitruvianske mand.

I skal tegne cirkler og kvadrater om jeres kroppe på samme måde, som på tegningen af den vitruvianske mand.

I skal tage billeder af hinandens ansigter, som I skal opdele i målforhold.

I skal indtegne og beskrive forskellige typer polygoner og figurer tegnet på den vitruvianske mand og billeder af jer selv.

I skal måle og finde det gyldne snit på forskellige måder på tegningen af den vitruvianske mand og billederne af jer selv.

I skal sammenligne jeres målforhold med Leonardo da Vincis teori om den vitruvianske mand.

Undersøgelse 1

I skal undersøge om Leonardo Da Vincis tegning og teorien om det gyldne snit passer med målforholdene på tegningen af den vitruvianske mand.

I skal sammenligne målforholdene på den vitruvianske mand med målforhold på jeres egne tegninger.

I skal undersøge størrelsesforholdet mellem kvadratets og cirklens areal på tegningen af den vitruvianske mand og jeres egne tegninger.

I skal undersøge, om skridthøjden på jeres egne fotos med tegninger også er i diagonalernes centrum af kvadratet.

Undersøgelse 2

I skal undersøge, hvordan det gyldne snit kan findes, når to diagonaler skærer hinanden i et pentagram.

I skal undersøge om navlen, som er centrum for cirklen, i forhold til issen, sidder i det gyldne snit på jeres egne fotos/tegninger.

I skal undersøge og finde sammenhænge mellem mål på forskellige gyldne trekanter, der kan indtegnes i pentagrammet.

I skal undersøge om teorien om de gyldne trekanter gælder for alle trekanter, der kan indtegnes i pentagrammet.

I skal undersøge om I kan finde andre sammenhænge mellem målforhold på kroppen, der kan beskrives ud fra det gyldne snit.

Matematik i kunst og mennesket

Klassetrin og omfang
Udskolingen.
Varighed: 5-6 lektioner.

Elevforudsætninger
Eleverne skal have kendskab til målforhold.
Eleverne skal have kendskab til ligedannethed og kongruens i forhold til størrelsesforhold og sammenhænge.
Eleverne skal have kendskab til regulære polygoner.
Eleverne skal have kendskab til vinkler, vinkelsum og vinkelhalveringslinjer.
Eleverne skal have kendskab til parallelforskydning, drejning og spejling.



Start med at gennemgå den indledende side til elevoplægget.

Forløb **Matematik i kunst og mennesket** **Den vitruvianske mand** **Kroppen og ansigtet** **Mål på fotografier**	Matematiske kompetencer	Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder							
Tal og algebra							
Geometri og måling			■				
Statistik og sandsynlighed							

Aktiviteter
Eleverne skal enten parvis eller i grupper tage billeder af hinanden i samme positioner som den vitruvianske mand til indtegning af cirkler, kvadrater, pentagoner, pentagrammer, trekanter og andre målforhold. Se billederne til oplægget for mellemtrinnet.

Eleverne skal indtegne de geometriske figurer om deres kroppe, i de to positioner, på enten udprintede ark med fotos eller via indsættelse af fotos i eksempelvis GeoGebra.

Eleverne skal indtegne målforhold på deres billeder på udprintede ark eller via indsættelse af billederne i eksempelvis GeoGebra.

Eleverne skal sammenligne deres målforhold ift. det gyldne snit med tegningen af den vitruvianske mand.

Eleverne kan sammenligne hinandens målforhold ud fra deres tegninger på billederne.

Ekstra
Der kan differentieres i forhold til, om eleverne skal indtegne de geometriske figurer og andre målforhold for deres kroppe på papir eller i tegneprogrammer fx GeoGebra.

Eleverne kan også animere deres tegninger i fx GeoGebra eller lignende programmer.

Eleverne kan også arbejde videre med det gyldne snit i relation til andre temaer, hvor det indgår i matematik.

Eleverne kan også udlede Phi gennem opstilling og løsning af en andengradsligning.

Evaluering
Eleverne skal præsentere deres tegninger og udregninger med målforhold for hinanden gennem fremlæggelser i klassen eller mellem grupper.

Tegninger og udregninger kan også præsenteres gennem fælles opslag i en Padlet eller lignende.

Matematik fra hverdagssprog til videnskabssprog



Foto: ICP

Udfoldede prismer

Konstruer prismer på 1 liter

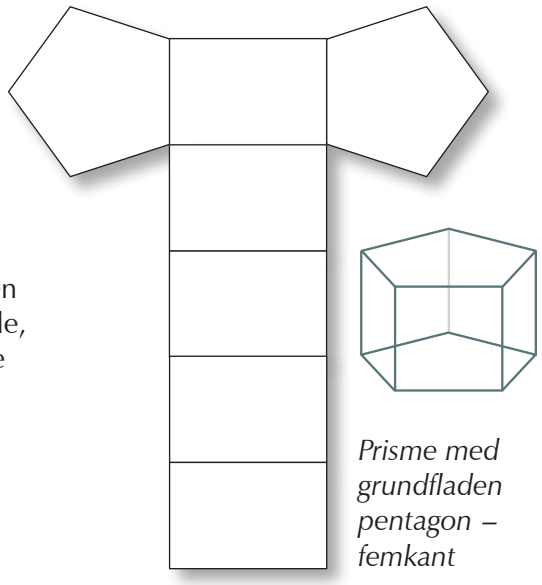
**De udfoldede prismer har ikke mål, som kan rumme 1 liter.
Tegningerne er en hjælp til at kunne se udfoldningen af de enkelte prismer.**

Tegn forskellige figurer, som har rumfanget 1 liter, og grundfladen er en ligesidet trekant, regulær femkant, regulær ottekant, …

Find målene på figuren ud fra given grundflade, når figuren skal kunne rumme 1 liter.

Byg figuren i karton og efterprøv, om den kan rumme fx 1 liter salt eller 1 liter ris.

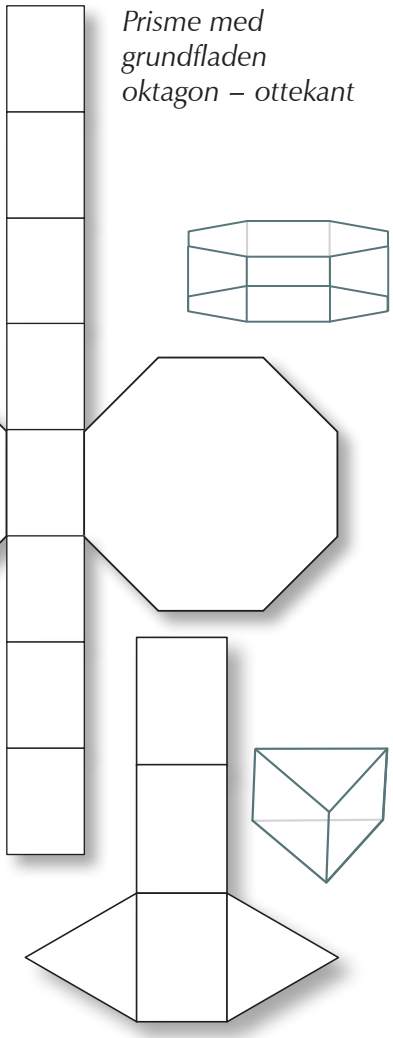
Volumen-Densitet.xlsx er en hjælpefil med 11 regneark på https://kortlink.dk/2g53e



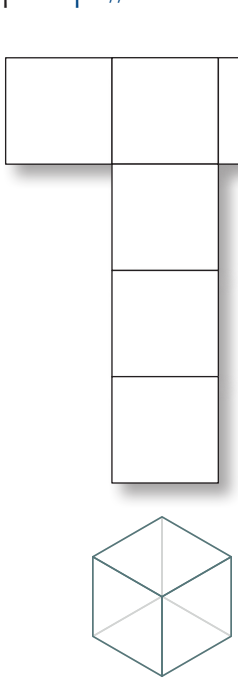
Prisme med grundfladen pentagon – femkant

Beregn målene

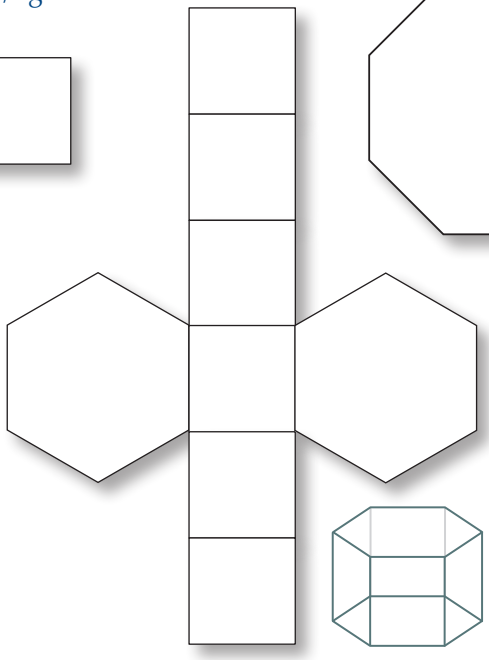
I kan bruge regnearket *Volumen-Densitet.xlsx* til at beregne mål på prismets højde, når grundfladens side er givet, eller mål på prismets grundflade, når højden er givet, så prismet kan rumme 1 liter.



Prisme med grundfladen oktagon – ottekant



Prisme med grundfladen kvadrat



Prisme med grundfladen heksagon –sekskant

Prisme med grundfladen ligesidet trekant

Matematikkens Dag
MATEMATIK OG VIDENSKAB
Forlaget Matematik

Dodekaeder – Tolvsidet polyeder

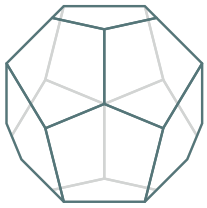
Spil og undersøg

Træk undersøgelseskort eller kast med den tolvkantede spilleterning med krav til figuren, der skal kunne rumme 1 liter.

Kortene eller siderne på den tolvkantede spilleterning viser undersøgelsen: Hvor volumen er 1 liter og

- Grundfladen kan være ligesidet trekant, kvadrat,…
- Grundflade skal være... og højde i figuren skal være...

Find den manglende oplysning, når rumfanget skal være 1 liter - enten højden eller sidelængde i grundfladen.



Undersøg
hvor høj højden skal være i et prisme, hvori grundfladen er en pentagon med sidelængden 4 cm, og det skal rumme 1 liter.

Undersøg
om et prisme, som har højden 2,4 dm og grundfladen er en ligesidet trekant med sidelængden 1 dm, kan rumme 1 liter.

Undersøg
hvor lang en sekskantet grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme 1 liter og har højden 8 cm.

Undersøg
hvor højt et prisme skal være, hvis grundfladen er en hexagon med sidelængden 0,8 dm, og den skal rumme 1 liter.

Undersøg
hvor højt et prisme skal være, hvis grundfladen er en pentagon med sidelængden 4,5 cm, og det skal rumme 1 liter.

Undersøg
hvor lang en ottekantet grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme 1 liter og har højden 6 cm.

Undersøg
hvor lang en kvadratisk grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme 1 liter og har højden 1,5 dm.

Undersøg
hvor lang en femkantet grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme 1 liter og har højden 10 cm.

Undersøg
om et prisme, hvori grundfladen er et kvadrat med sidelængden 6 cm og højden 28 cm, kan rumme 1 liter.

Undersøg
hvor høj et prisme skal være, hvis grundfladen er en oktagon med sidelængden 6 cm, og det skal rumme 1 liter.

Dodekaeder med undersøgelser

Dette er et udfoldet dodekaeder (tolvkant), som kan samles og kastes.
Siden opad fortæller, hvilken undersøgelse hver af jer skal lave.

Femkanterne kan også klippes ud, så hver elev trækker en undersøgelse i stedet.

Volumen-Densitet.xlsx er en hjælpefil med 11 regneark på https://kortlink.dk/2g53e

Udskrives i A3, klippes ud og samles med tape.

Præfikser, volumen og densitet

Klassetrin og omfang
Udskolingen.
Varighed: 4-6 lektioner.

Elevforudsætninger
Eleverne skal have kendskab til forskellige geometriske figurer, både plane og rumlige. Eleverne skal have kendskab til brug af formler og regneark. Eleverne skal have kendskab til at arbejde eksperimenterende og undersøgende.

Aktiviteter
Filerne med regneark findes på https://kortlink.dk/2g53e
Elevoplægget er inddelt i tre undersøgelsesområder:

Målesystemet og præfikser
Undersøg præfiksers brug i målesystemet, side 138-144
Her bruges regnearkene i filen *Metersystem-Praefix.xlsx*

Volumen
Undersøg sammenhængen mellem de forskellige volumenenheder, side 145-147
Her bruges regnearkene i filen *Volumen-Densitet.xlsx*
Facit til spillet findes på side 152

Elevoplægget om prismer kan suppleres af en eller flere kopisider med udfoldede prismer. De kan samles inden eleverne tegner deres egne prismer på 1 liter. Side 153-158

Densitet
Undersøg volumen og densitet, side 149
Her bruges regnearkene i filen *Volumen-Densitet.xlsx*

Forløb Måleenheder Målesystemet og præfikser Vægt, Skift mellem præfikser Volumen, Udfoldede prismer Dodekaeder - tolvkantet terning Arkimedes' kugle i cylinder Densitet, Brug Arkimedes' princip Matematiske stofområder	Matematiske kompetencer: Problembehandling	Modellering	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling	■	■			■	■
Statistik og sandsynlighed						

Bestem massefylden af en figur fra hverdagen, side 150
Brug Arkimedes' princip.
Find figurens vægt og se, hvor meget vand den fortrænger, når den sænkes ned i et måleglas med vand.

Oplysninger om Arkimedes og nogle af hans forsøg:
https://kortlink.dk/2fsu3

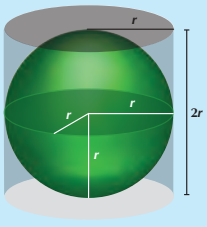
Ekstra
Kuglen og cylinderen, side 148.
"Enhver kugle har både to tredjedele af volumenet og to tredjedele overfladearealet af den omkringliggende cylinder".
Er Arkimedes' påstand rigtig?

Evaluering
Elever fremlægger deres fundne resultater for hinanden.

Fakta
Arkimedes' værker
Der er ni bevarede afhandlinger af Arkimedes på græsk.

I to afhandlinger om kuglen og cylinderen er hovedprincippet, at overfladen af enhver kugle med radius r er fire gange så stor som dens største cirkel (i moderne notation, $S = 4\pi r^2$), og at volumenet af en kugle er to tredjedele af den cylinder, hvori den er indskrevet (fører straks til formlen for Volumenet: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$).

Arkimedes var stolt nok af sidstnævnte opdagelse til at efterlade instruktioner til sin grav, der skulle markeres med en kugle indskrevet i en cylinder.



Marcus Tullius Cicero (106–43 fvt) fandt graven, tilgroet med vegetation, halvandet århundrede efter Arkimedes' død.

Facit til dodekaederspillets undersøgelser

Dodekaederspillet findes på side 147. Til beregningerne bruges regnearkene i filen *Volumen-Densitet.xlsx* på https://kortlink.dk/2g53e



Rumfanget af et prisme



$V = h \cdot G$,
hvor h er højden og
G er grundfladens areal

Ligesidet trekant



Areal af ligesidet trekant med sidelængden *a*

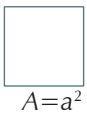
$A = \sqrt{(s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c))}$
Hvor $s = (a+b+c) : 2$
a, b, c er trekantens sidelængder og *s* er trekantens halve omkreds.

Formel i regneark:
A=kvrod(s (s-a)(s-b)(s-c))

Undersøg om et prisme, som har højden 2,4 dm og grundfladen er en ligesidet trekant med sidelængden 1 dm, kan rumme 1 liter.

Trekantens halve omkreds s=1,5
Grundfladens areal A=0,433 dm²
Prismets volumen V=1,039 dm³

Kvadrat



Areal af kvadrat med sidelængden *a*
$A=a^2$
Formel i regneark: $A=a \hat{} 2$

Undersøg om et prisme, hvori grundfladen er et kvadrat med sidelængden 6 cm og højden 28 cm, kan rumme 1 liter.

Grundfladens areal A=36 cm²
Prismets volumen V=1008 cm³

Undersøg hvor lang en kvadratisk grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme

1 liter og har højden 1,5 dm.
Prismets rumfangl V=36 dm³
Grundflades sidelængde
a=0,816 dm

Femkant



Areal af regulær pentagon (femkant) med sidelængden *a*
$A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$

Formel i regneark:
A=a ^ 2*1/4*kvrod((25+10*kvrod(5)))

Undersøg hvor højt et prisme skal være, hvis grundfladen er en pentagon med sidelængden 4,5 cm, og det skal rumme 1 liter.

Grundfladens areal A=34,840 cm²
Prismets rumfang V=1000,000 cm³
Prismets højde h=28,703 cm

Undersøg hvor høj højden skal være i et prisme, hvori grundfladen er en pentagon med sidelængden 4 cm, og det skal rumme 1 liter.

Grundfladens areal A=27,528 cm²
Prismets rumfang V=1000,000 cm³
Prismets højde h=36,327 cm

Undersøg hvor lang en femkantet grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme
1 liter og har højden 10 cm.

Grundfladens sidelængde
a=13,557 cm²
Prismets rumfang V=1000,000 cm³

Sekskant



Areal af regulær hexagon (sekskant) med sidelængden *a*
$A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$
Formel i regneark:
A = 1/2 * 3 * a ^ 2 * kvrod(3)
Undersøg hvor lang en sekskantet grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme 1 liter og har højden 8 cm.

Prismets rumfang V=1000,000 cm³
Grundflades sidelængde
a= 6,936 cm

Undersøg hvor højt et prisme skal være, hvis grundfladen er en hexagon med sidelængden 0,8 dm, og den skal rumme1 liter.

Prismets rumfang V=1,000 dm³
Prismets højde h=0,601 dm

Ottekant



Areal af regulær oktagon (ottekant) med sidelængden *a*
$A = 2 \cdot a^2 \cdot (1+\sqrt{2})$
Formel i regneark:
A = 2 * a ^ 2 *(1 + kvrod(2))

Undersøg hvor høj et prisme skal være, hvis grundfladen er en oktagon med sidelængden 6 cm, og det skal rumme 1 liter.

Prismets rumfang V=1000,000 cm³
Prismets højde h=5,753 cm

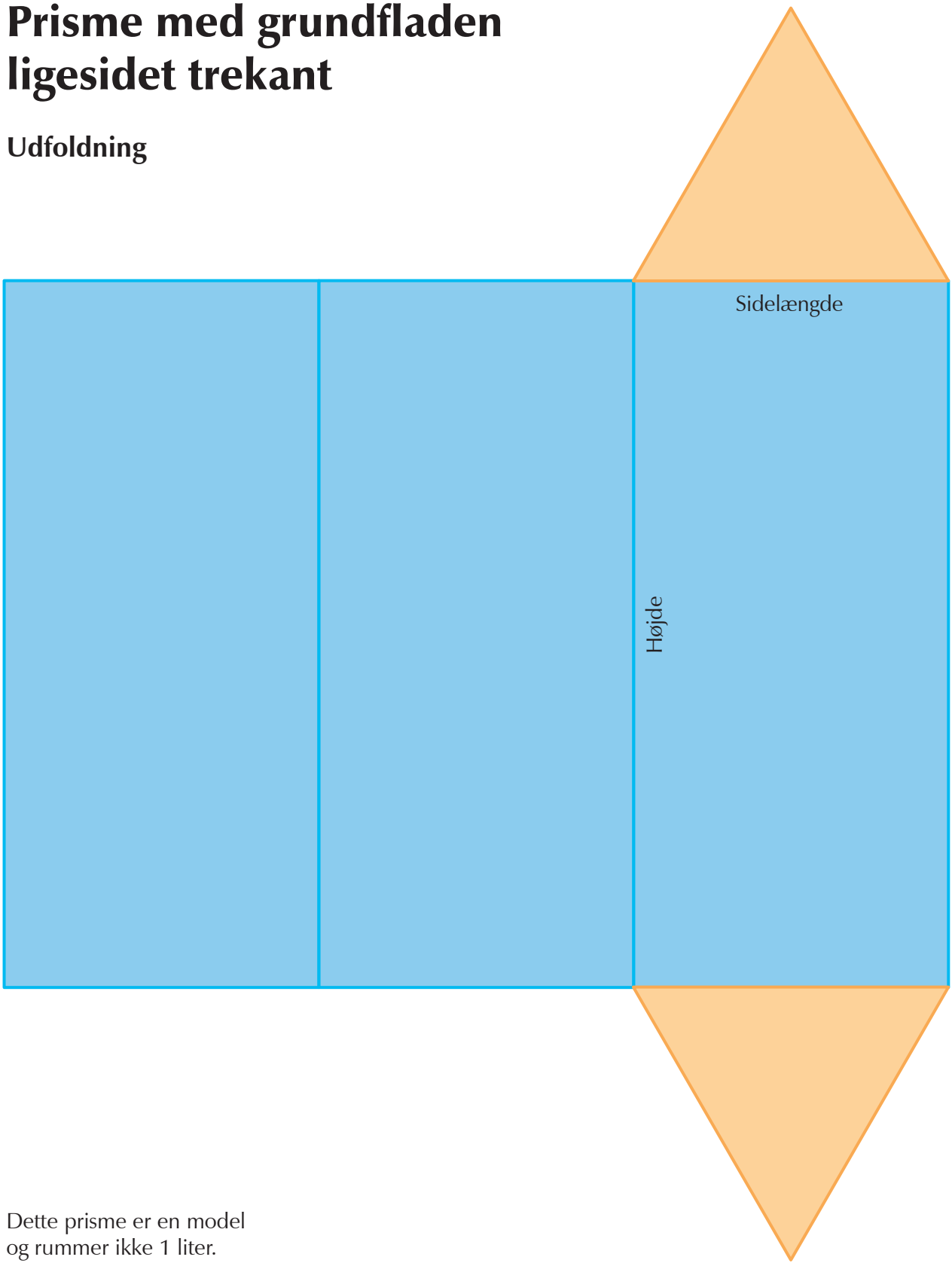
Undersøg hvor lang en ottekantet grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme
1 liter og har højden 9 cm.

Prismets rumfang V=1,000 dm³
Grundflades sidelængde
a= 4,797 cm

Prisme af ligesidet trekant

Prisme med grundfladen ligesidet trekant

Udfoldning

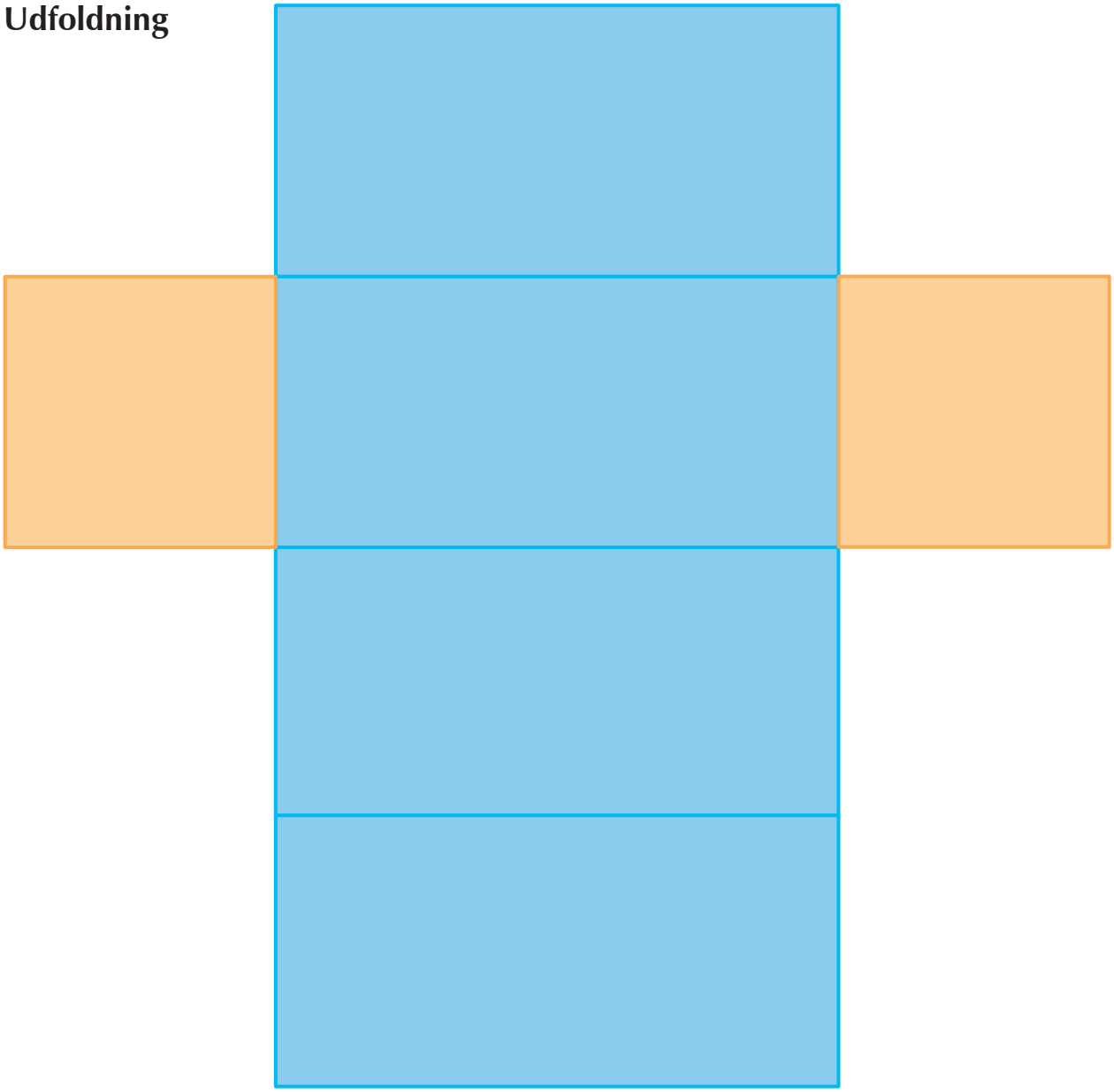


Dette prisme er en model
og rummer ikke 1 liter.

Prisme af kvadrat

Prisme med grundfladen kvadrat

Udfoldning

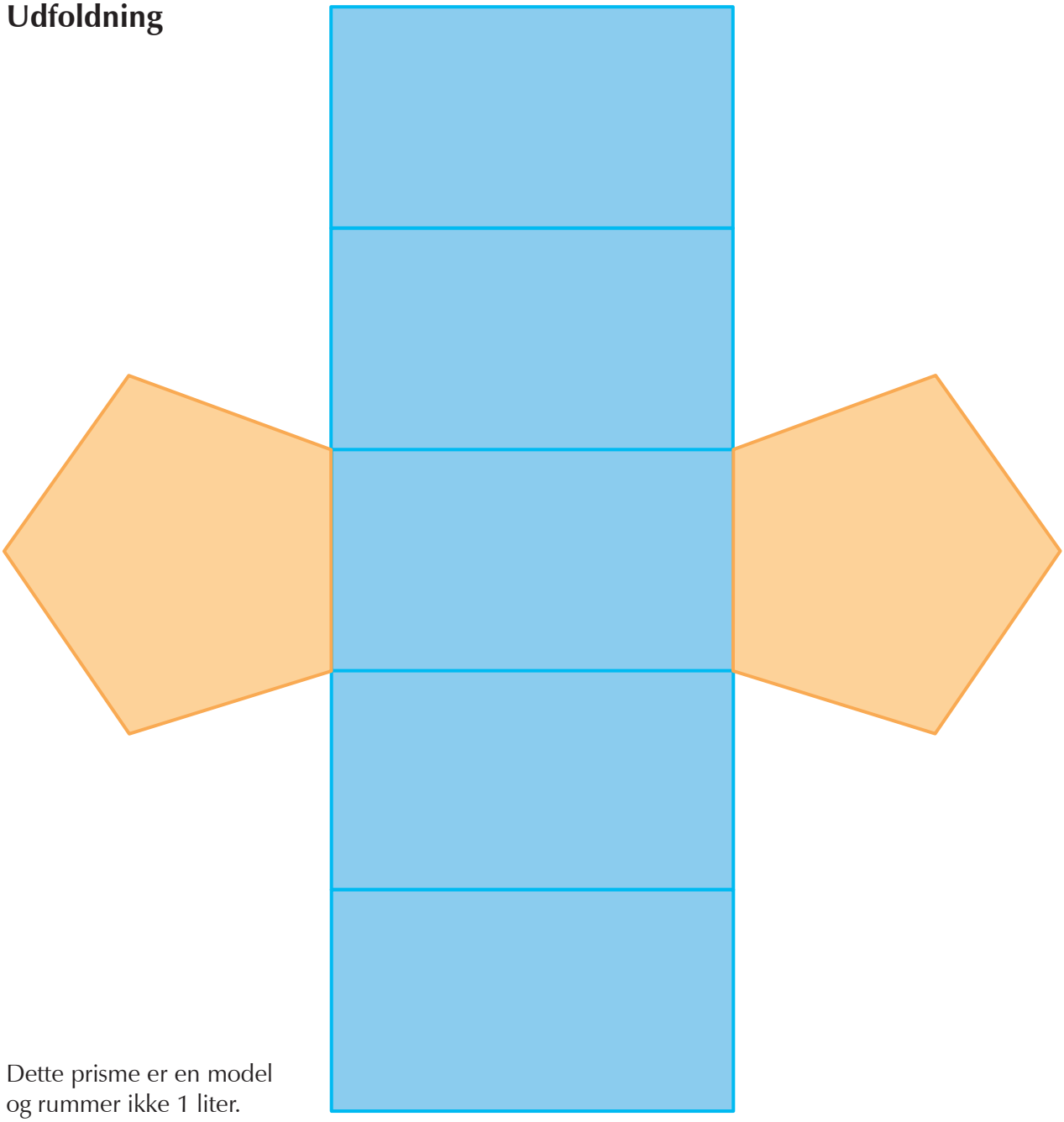


Dette prisme er en model
og rummer ikke 1 liter.

Prisme af regulær pentagon

Prisme med grundfladen regulær pentagon (femkant)

Udfoldning

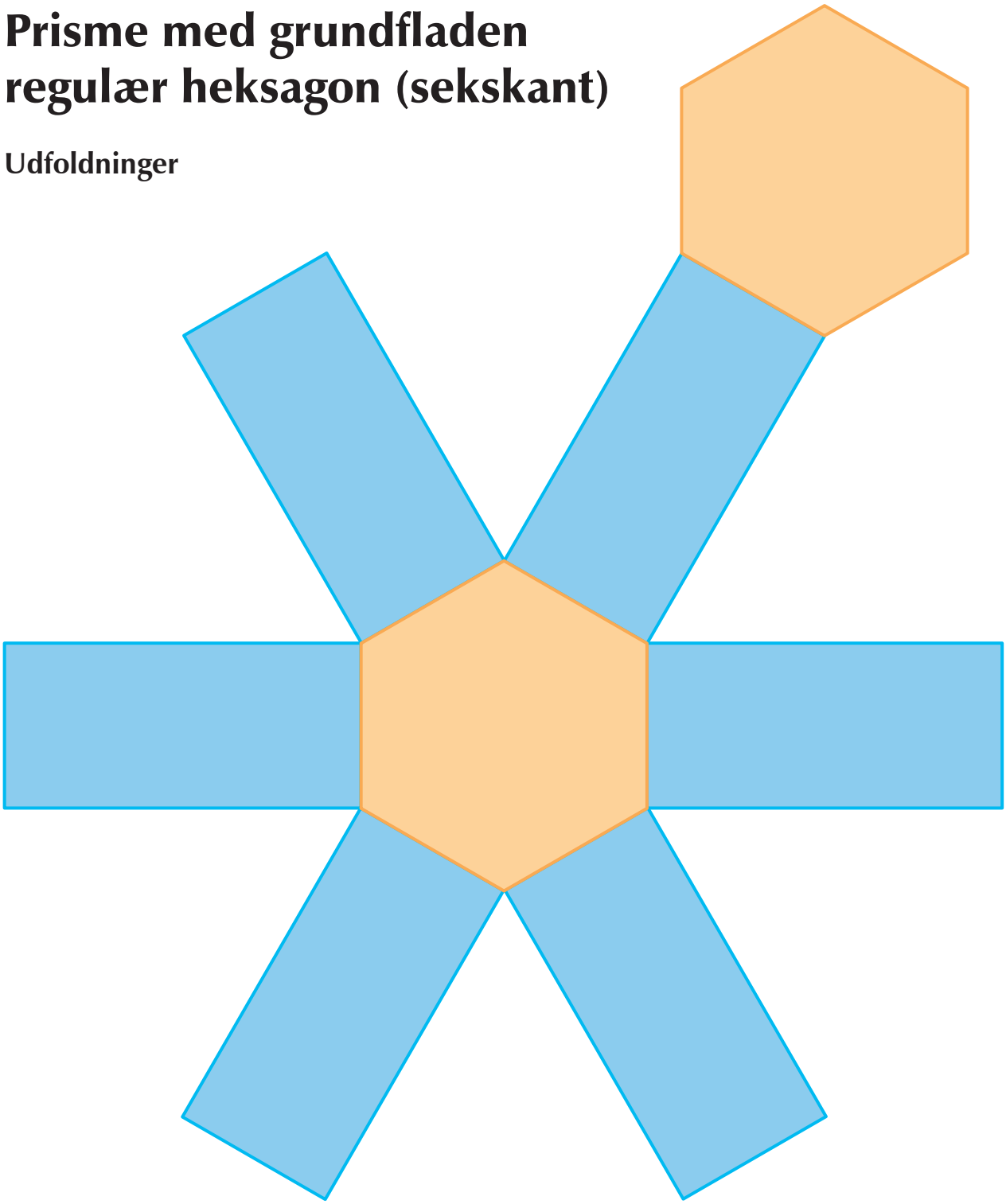


Dette prisme er en model og rummer ikke 1 liter.

Prisme af regulær heksagon

Prisme med grundfladen regulær heksagon (sekskant)

Udfoldninger

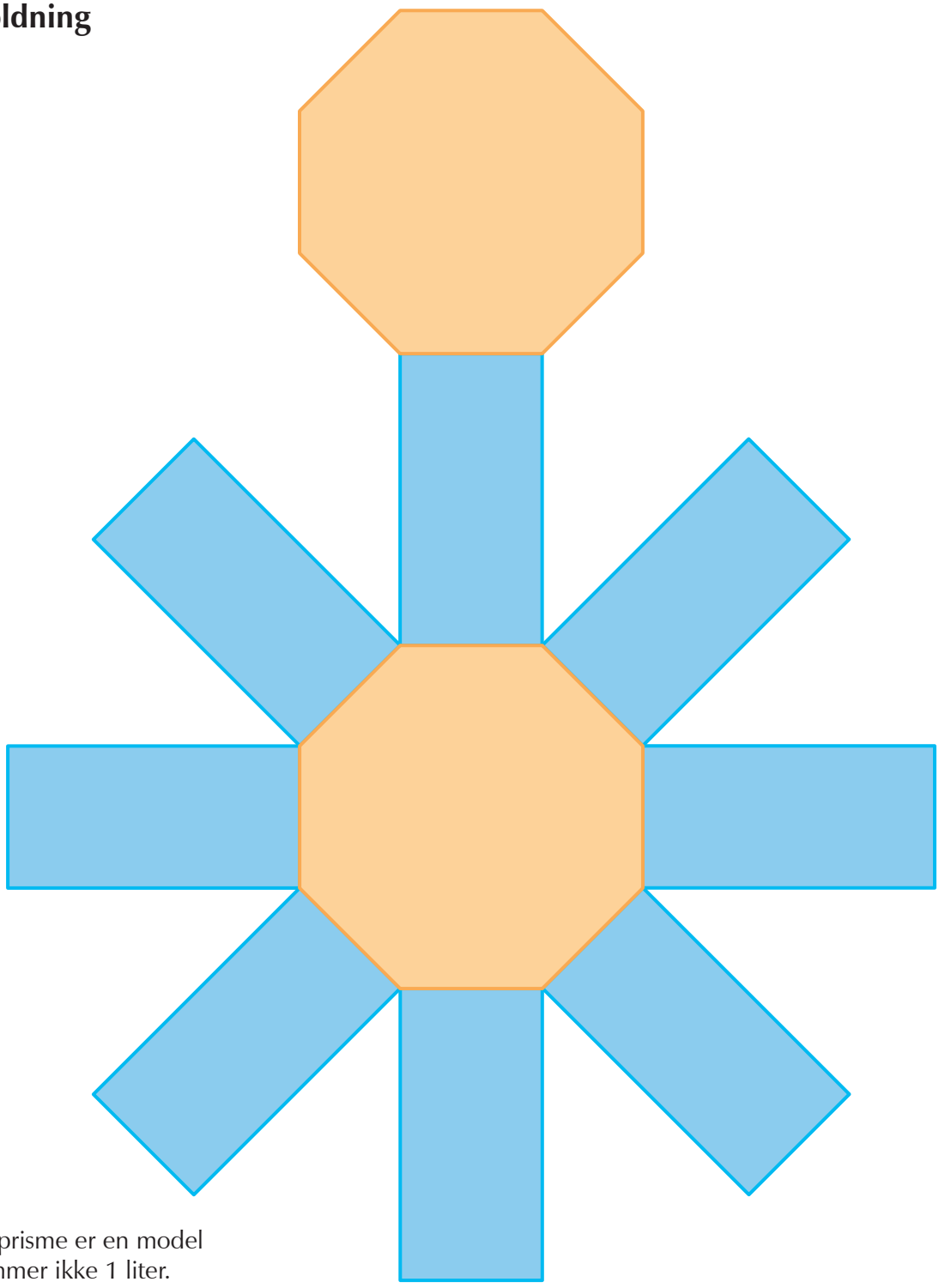


Dette prisme er en model
og rummer ikke 1 liter.

Prisme af regulær oktagon

Prisme med grundfladen regulær oktagon (ottekant)

Udfoldning

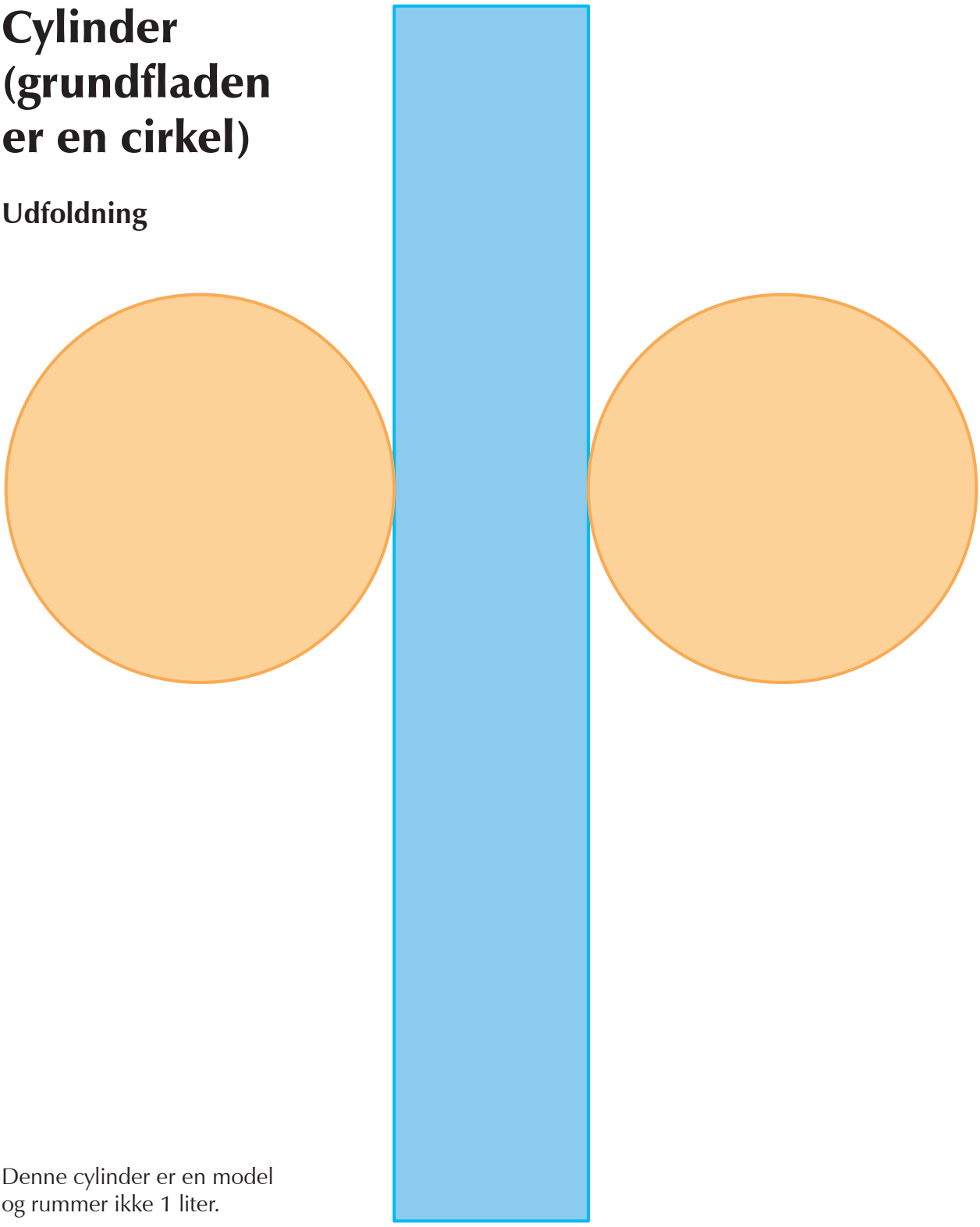


Dette prisme er en model
og rummer ikke 1 liter.

Udfoldning af cylinder

Cylinder (grundfladen er en cirkel)

Udfoldning



Denne cylinder er en model og rummer ikke 1 liter.

Afsnit 6

Matematik og historie



Foto: Marianne K. Cordes

Matematikundervisningens historie

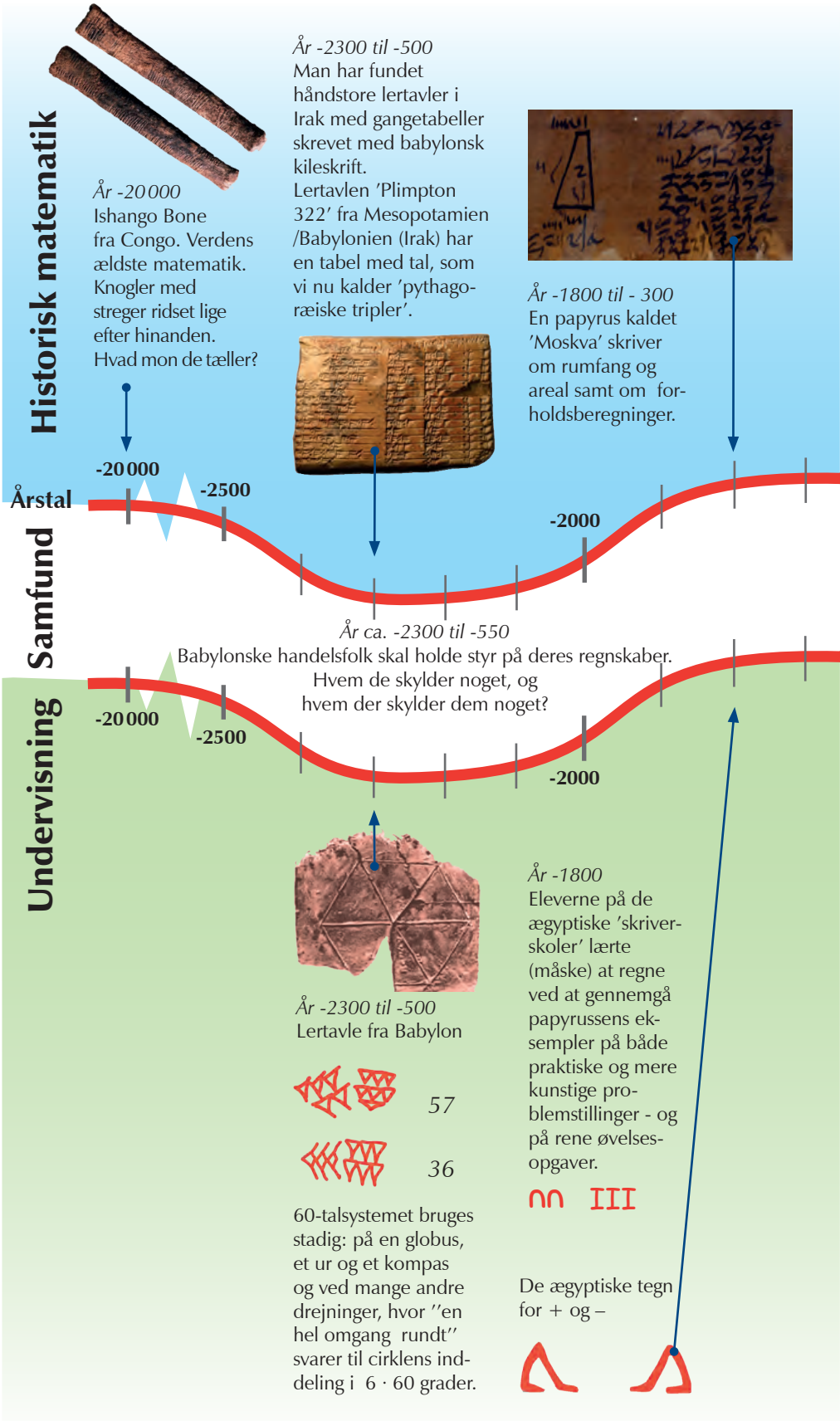
En tidslinje

At nedskrive matematik til andre

Voksne før os har sikkert også vist deres børn det, som de skulle kunne. Måske var det vigtigt at tælle og notere et antal, måske var det vigtigt at måle. Vi ved det kun, hvis dem før os har skrevet noget, eller hvis nogen har nedskrevet det, som de gamle har fortalt.

Denne tidslinje om matematik og matematikundervisning bygger på oplysninger fra en række udvalgte tekster. Tekster som nogen på et tidspunkt har valgt at skrive om det, som andre har fortalt eller noteret.

Når du har set dette igennem, kan du slutte ringen ved at fortælle det, du synes er interessant, videre til dine elever.



20 000 f.Kr. til år 0

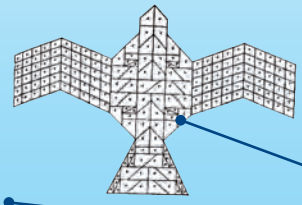
Matematik og historie



Grækeren Pythagoras *(-580 til -500)* holdt skoler om tal og geometri og musik.
Han mente, at ALT kan beskrives med matematik.

Pythagoræerne beviste at trekanters vinkelsum må være 180 gader.

År -500
Den indiske ''Sulvasutra'' (Snoreregler), er på vers og viser løsninger til, hvordan bestemte geometriske altre kan konstrueres ud fra formler, snore og særlige bambuspinde.





År -300
Euklids elementer er kopier af kopier af kopier af 13 papyrusruller. Han samlede al den geometri, han kendte til, og ordnede det således, at alle regler blev bevist ud fra de foregående regler.

År -300
''Ni kapitler om den matematiske kunst'' bliver skrevet af kineseren Chiu Chang Suan Ching.
Bogen blev samlet af bambusstrimler.



-1500 -1000 -500 0

År -800 til -500
Grækerne herskede i det meste af Mellemøsten, det nordøstlige Afrika og det sydøstlige Europa.

År -1800 til -300
Ægyptisk landbrug har brug for kalendere med årstider og måske også for hyppige jordopmålinger efter oversvømmelser.

År -500 til +300
Romerriget herskede over det meste af Europa, Nordafrika og Mellemøsten.

-1500 -1000 -500 0



-580 til -500
Spartanere gik i skole, men normalt fik de græske børn hjemmeundervisning, indtil de som teenagere evt. søgte skole hos en lærd, fx Pythagoras.

ΚΓ (23)

De græske tal var fra ca år 200 skrevet ud fra deres alfabet (hvor deres 27 bogstaver står for tallene 1-9 og 10-90 og 100-900).

Tidligere var de skrevet med en eller flere af tegnene for Ι,

5 (pente: Γ)
10 (deka: Δ)
100 (hekaton: Η)
1000 (Chirioi: Χ) eller
10000 (Myriade: Μ)

Det er denne skrivemåde, der blev til det, vi nu kalder 'Romer'tallene.



År -300
Euklids Elementer er senere blevet brugt som model for lærebøger i geometri for de 'højere uddannelser' - hvor de studerende lærte om det logiske bevis! ''Euklids Elementer'' kom første gang som bog på dansk i 1744.

År ca. -300
I Kina arbejdede man med regnestave, som kunne lægges, så de svarede til cifrene i disse tal:

𝍠 𝍡 𝍢 𝍣

Her er 7619 angivet med vandrette og lodrette streger.
Bambusbogen af Suán shú shu var måske kun noter.



Suánpàn
(kinesisk kugleramme)

År -186
Kineserne regnede med negative tal, dog ikke som facit.

𝍠 + 𝍣 (23)

Således skrives 23 på kinesisk i dag: 2 10 3

Tidslinjen fortsætter på de næste sider.

Matematikundervisningens historie

Matematik og historie

Historisk matematik

År 250
Diophantos skrev symboler for forskellige regneoperationer og for 'ubekendte'.





År 450
Kineseren Tsu Ch'ung-cheih fandt ud af at π måtte ligge mellem 3,1415926 og 3,1415927.

År 600
Brāhma-sphuṭa-siddhānta er en indisk bog på vers. Brahmagupta skriver om tallet 0 og om negative tal.





År 800
Al-Jabr wa-al-Muqabilah blev skrevet af Muhammad ibn Musa al-Kwarizmi. Bogen handler om arabisk algebra.

Årstal

0 100 200 300 400 500 600 700 800

Samfund

År -500 til +300
Romerriget herskede over det meste af Europa, nordafrika og mellemøsten.

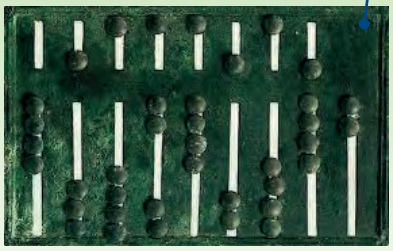
Undervisning

Romerske mønter



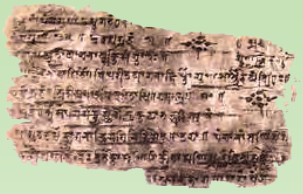
XXIII (23)

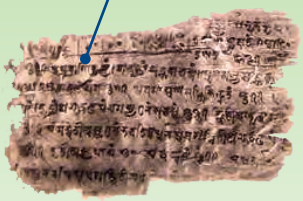
År 250
Romernes større udregninger og regnskaber blev ofte udført af særligt dygtige husslaver.



Abacus (regnemaskine) fra Kina.

År 600
Brāhma-sphuṭa-siddhānta
Små stykker af bogen.







(23)



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 30

År 800
Forfatteren Muhammad ibn Musa al-Kwarizmi lægger navn til algoritme, og titlen lægger navn til algebra.

٢٣ (23)

År 0 til 1799

Matematik og historie

År 1220
Kineserne regnede med decimaltal.

Leonardo af Pisa, søn af italieneren Bonacci, skrev om fibonacci-tallene og om arabisk matematik.



År 1220
'Stor hundred' var 120. (ordet 'Hundred' var kun ti tiere, 100)

År 1300
I stedet for at skrive ordet 'og' begyndte man at bruge tegnet +

År 1630
Filosof og matematiker, René Descartes (1596-1650) opfandt blandt andet koordinatsystemet, så også former og bevægelser kunne beskrives og beregnes med tal!



År 1650
Franskmanden Blaise Pascal (1623-1662) indså nødvendigheden og mulighederne for at regne på sandsynligheder.



1730
Leonhard Euler (1707-1783) standardiserede mange navne og tegn for matematiske begreber.



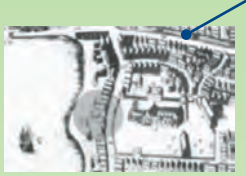
900 1000 1100 1200 1300 1400 1500 1600 1700

Ved Lateranerkonciliet 1215 i Rom besluttedes det formelt, at hver katolsk katedral skulle have en katedralskole, hvor blandt andre kirkerne skulle give gratis undervisning.

År 1250
Præsterne fik indført det arabiske positionssystem i Europa, men mange brugte stadig romertallene i deres praktiske arbejde.

År 1600
Søfarten og dermed også handelen fik god nytte af matematikeres beregninger i tabeller til navigation.

900 1000 1100 1200 1300 1400 1500 1600 1700



Aarhus Katedralskole

År 1250
Kun på de større katedralskoler i Europa blev der undervist i matematik (og ikke kun i regning).

Regning blev lært i en passende udstrækning af de, som skulle bruge det i deres arbejde, ellers tilkaldte man en regnemester til bogføring med videre.

År 1300
Hauksbok af islændingen Haukr Erlendsson har 7 sider om regning. Her kan du læse lidt af hvad der står:

Om fratrekking
Hvis du vil trekke et tall fra et annet, så skriv de to tallene som når du legger til, og sett alltid det minste tallet under, og dessuten like langt til høyre.



Hauksbok



Skælskør Latinskole

1500-tallet
Latinskoler i større byer havde ofte en særlig skrive- og regneklasse for de kommende bogholdere. Skrive- og regneundervisningen kostede det dobbelte af læseundervisningen, og regning var først og fremmest for drenge. I skrivning skrev de bl.a. tekstopgaver med regning og bogholderi.

1500-tallet
På landet måtte man mange steder nøjes med omgangsskole, hvor en 'lærer' gik rundt imellem flere sogne (kirker) for at holde skole. Omgangslærerne kunne fx være (de fattigere) elever fra de ældste klasser på latinskolen.

Børn skulle ofte arbejde, så de havde måske kun tid og lov til at gå i skole indtil de blev 7-8 år – eller på de tidspunkter, hvor de ikke kunne arbejde – om vinteren eller om aftenen!



1700-tallet
Købstæderne skulle nu sørge for tilbud om skrive- og regneskoler, hvor børn af det velhavende borgerskab undervistes i fag, for at støtte en praktisk handelsuddannelse.

Man begyndte flere og flere steder at adskille piger og drenge i skolerne.

Matematikundervisningens historie

Matematik og historie

Bestemmelser i Danmark

År 1814
Børn fik undervisningspligt fra de var 7 år til de blev konfirmerede.

Alle skulle som noget nyt også lære skrivning og regning (samt evt. sang og gymnastik, hvis læreren kunne).

Almueskolerne i købstæderne og på landet blev gratis for alle fag!

Realskolen kostede penge, og man kunne kun starte dér, hvis man var en dygtig dreng på mindst 9 år.

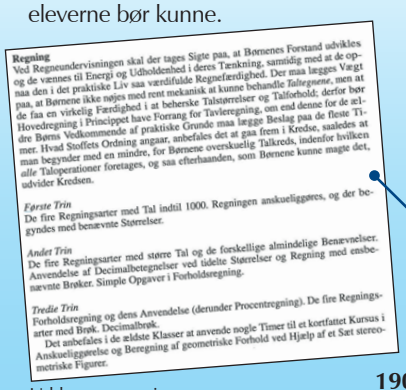
År 1814
Én skolestue vides at være på 2352 kubikfod, en anden at være på 55 m².



Omkring 1864
Det bestemmes, at piger og drenge skulle adskilles - mindst skulle de sidde hver for sig - og at de fx kunne have frikvarter hver for sig! Disse regler blev dog sjældent taget i brug på de små sogneskoler på landet. Derudover skulle de sidde efter deres karakterer, som nu blev udtrykt med:

slet
mdl (mådeligt)
tg (tåleligt godt)
g (godt)
mg (meget godt)
ug (udmærket godt)

Omkring 1914
Kultusminister, biskop H.V. Sthyr, lægger navn til et cirkulære der sætter faste mål for hvad eleverne bør kunne.



Regning
Ved Regneundervisningen skal der tages Sigte paa, at Børnenes Forstand udvikles og de vænnes til Energi og Udholdenhed i deres Tænkning, samtidig med at de opnaa den i det praktiske Liv saa værdifulde Regnefærdighed. Der maa lægges Vægt paa, at Børnene ikke nøjes med rent mekanisk at kunne behandle *Tallegnene*, men at de faa en virkelig Færdighed i at beherske Talstørrelser og Talforhold; derfor bør Hovedregning i Princippet have Forrang for Tavleregning, om end denne for de ældre Børns Vedkommende af praktiske Grunde maa lægge Beslag paa de fleste Timer. Hvad Stoffets Ordning angaar, anbefales det at gaa frem i Kredse, saaledes at man begynder med en mindre, for Børnene overskuelig Talkreds, indenfor hvilken *alle* Taloperationer foretages, og saa efterhaanden, som Børnene kunne magte det, udvider Kredsen.

Første Trin
De fire Regningsarter med Tal indtil 1000. Regningen anskueliggøres, og der begyndes med benævnte Størrelser.

Andet Trin
De fire Regningsarter med større Tal og de forskellige almindelige Benævnelser. Anvendelse af Decimalbetegnelser ved tildelte Størrelser og Regning med ensbenævnte Brøker. Simple Opgaver i Forholdsregning.

Tredie Trin
Forholdsregning og dens Anvendelse (derunder Procentregning). De fire Regningsarter med Brøk. Decimalbrøk.
Det anbefales i de ældste Klasser at anvende nogle Timer til et kortfattet Kursus i Anskueliggørelse og Beregning af geometriske Forhold ved Hjælp af et Sæt stereometriske Figurer.

Uddrag om regning.

Årstal 1800 1810 1820 1830 1840 1850 1860 1870 1880 1890 1900

1800-1900
Industrialiseringens begyndelse.
Dampmaskinen udbredes.
Der beregnes, opfindes, udvikles.

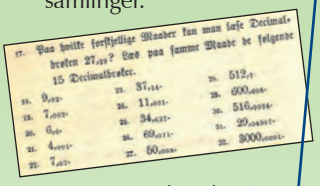
1880-1890
I 1880'erne udvandrede 88000 danskere til USA.

1887
Den første benzindrevne bil bliver opfundet.

Samfund

Omkring 1800
ikke-euklidisk geometri såkaldt 'kuglegeometri' blev beskrevet.

Efter 1814
Der kom nye skolebøger beregnet til klasseundervisning. De tidligere var emneordnede opgavesamlinger.



Fra en hovedregningsbog til skolebrug (1884).



Organisering af undervisningen

År 1814
Man indskrives i skolen enten 1.maj eller 1.november (København havde andre datoer), og der var eksamen en eller to gange årligt, hvorefter man (måske) kunne rykke op i næste klasse.

Den daglige mødepligt kunne ændres af hensyn til børnenes arbejde - hver anden dag på landet og kun om eftermiddagen eller i en kort periode som aftenundervisning i byerne.

Der kom 'standarder' for skolebyggeri (der måtte ikke længere undervises i degnens private stuer).

1814-1914
Forældrene betalte lærerens løn ved fx at sørge for brænde til at varme skolestuen op.
Da skolelæreren også selv var bonde, kunne han bede eleverne hjælpe ham med hans landbrugsarbejde. Derudover var skolelæreren ofte sognets kirkesanger og degn.

Omkring år 1864
Borgerskoler, byskoler og statsskoler var ofte med betaling.

Håndværkere gik til almueskolerne, hvis de ikke betalte for fx private 'tegneskoler' eller akademier.

Kvinder måtte nu gerne arbejde som skolelærerinder (til en lavere løn, da man sagde kvinderne ikke havde forsørgelsespligt)
Én lærer måtte undervise op til 50 børn ad gangen.

1899-1914
Almueskolen kaldes efter 1899 for 'Folkeskolen'.

For de som bestod optagelsesprøverne, blev der nu en mellemskole (6.-9. kl.) kaldet "1.-4. mellem" og én realklasse (10. kl.) i byerne!
Latinskolerne blev til Gymnasieskoler med 11-18-årige 'boglige' elever.



Lærerne fik hele lønnen udbetalt i penge i stedet for delvist i naturalier.

Matematikkens Dag
MATEMATIK OG VIDENSKAB
Forlaget Matematik

År 1800 til 2022

Matematik og historie

Omkring 1914
Der må nu højst være 37 elever pr lærer, der skal være undervisning i mindst 41 uger á 6 dage.

Karakterskalaen udvides til:
slet, slet+,
mdl-, mdl, mdl+,
tg-, tg, tg+,
g-, g, g+,
mg-, mg, mg+,
ug-, ug

1958-1964
Skolens ordning og fagenes indhold beskrives i 'Den blå betænkning'. Mellemskolen blev ændret til almen- og boglig linje for 6.-7. kl. og til 'fri mellem' og tre realklasser for 8.-10. kl.

Den Ørstedske karakterskala bliver udskiftet med 13-skalen:
00, 03, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 og 13

Landsbyskoleloven ophæves. Ca 60 % af børnene boede på landet.



Den blå betænkning

1969
Lørdag bliver skolefri dag. Før var det en halv skoledag for mange.

1972
9 års undervisningspligt indføres.

1975-1993
Kursusdelingen i 8.-10. klasse, kaldet grundkursus og udvidet kursus, indføres i 1975 og ophæves i 1993.

1993
Skolen er nu udelt. Undervisningsdifferentiering blev et princip for al undervisning!

1978
(Tal)færdighedsprøven indføres, og nu må eleverne bruge lommeregner til prøven i problemregning.

2022
Der er nu 10 års undervisningspligt og nationale test.

Man må bruge computer med geometri- og regneprogrammer i de obligatoriske afgangsprøver. Den mundtlige prøve i matematik er genindført.

2007
7-trins karakterskalaen indføres:
-3, 0, 2, 4, 7, 10 12

1910 — 1920erne Flyvemaskinen udvikles.

1920 — 1930erne Økonomisk depression og arbejdsløshed

1930

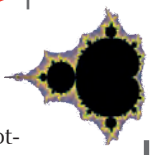
1940 — *1940erne* Militæret får brug for koder - og kodebrydere fx 'Enigma'

1950 — 1957 Den første satellit blev opsendt af Sovjetunionen.

1960

1970 — 1940-2014 Datamaskiner og EDB udvikles

1980 — *1980* Fraktaler som fx Mandelbrotmængden



1990

2000 — 1990-2022 Internettet udbredes og giver nye muligheder for videndeling

2010

2020



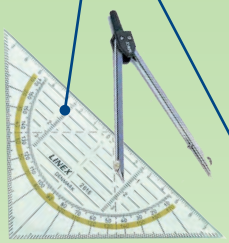
1914
Da skoleuger skulle være på mindst 18-21 timer, kunne timerne stadig fordeles på tre ugedage, dvs hver anden dag!

Skole-halvårene begynder nu flere steder 1. april og 1. oktober i stedet for 1. maj og 1. november.

I København nåede kun 59 % at afslutte 6 klasser - resten gik stadig i en lavere klasse, selvom de var 14 år. På landsplan gennemførte kun ca 25 % af de, der startede i mellemskolen.

1920-1930
Den Kaperske metode bliver mere og mere populær. Metoden består af overhøring og gennemgang af nye opgavetyper som klasseundervisning samt elevernes selvstændig opgaveløsning. Metoden skulle sikre at lærerens viden nåede ud til så mange som muligt.



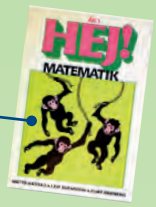


Omkring 1964
Nu får alle elever i 7. klasse geometri - også pigerne!
Den blå Betænkning anbefaler flere tegneredskaber end passer og lineal - fx tegnetrekant og vinkelmåler.
Om faget regning indtil 7. klasse skrives at regneopgaverne ikke må være for komplicerede.

1960-1970
i løbet af tiåret steg andelen af elever, der fortsatte deres skolegang efter 7. klasse fra ca 50 % til ca 94 %.

1967
Lærerne må ikke give klø til eleverne.
Der er ikke længere særlige fag eller klasser for piger og drenge, ligesom skolegårde er fælles.

Skoleåret starter nu 1.august, før i tiden var det 1. april.
Man må ikke længere nøjes med at gå i skole hver anden dag.



1971
Før var skolefaget matematik forbeholdt elever i de boglige linjer som fx mellemskolen, realen og gymnasiet; men faget skiftede navn og blev til regning-matematik. Nu skulle faget forankres i videnskabsfaget, matematik!

2022
Der er stadig flere regnetegn som gælder for det samme
: / ÷ og * · ×

Frit skolevalg i og imellem kommuner.

Tidslinje

I skal sammen fremstille en tidslinje

Brug hele klasselokalet til jeres tidslinje.

Målet er, at I kan

- opmåle og fremstille en tallinje og anvende den til at vise årstallet for forskellige begivenheder.

Materialer

Papir i lange baner
Skrive og tegnematerialer

Fremgangsmåde

1

Opsæt en lang tidslinje af papir
Find et sted, hvor I kan hænge en rulle papir op eller en serie af A4 papirer. Det kan fx være klasse-lokalet rundt langs væggene over døren og over vinduerne.

2

Tag mål i klasselokalet
Mål, hvor langt den del af klasselokalet, I kan hænge jeres papir op, er.

3

Tidslinjens begyndelse
I skal i klassen vedtage, hvor jeres tidslinje skal starte, fx 10 000 år før vor tidsregning eller fra vikingetiden, hvor de første danske konger fik magten.



Foto: Marianne Kongsted Cordes

Undersøg

Hvor mange år skal der være plads til på jeres tidslinje?

Hvor mange centimeter er der til hvert år?

Tegn og skriv et passende antal år ind på linjen.
Find nogle begivenheder, I kan huske årstallet på og skriv ind på årstallinjen
- fx på en stor post-it.

Byg en skalamodel

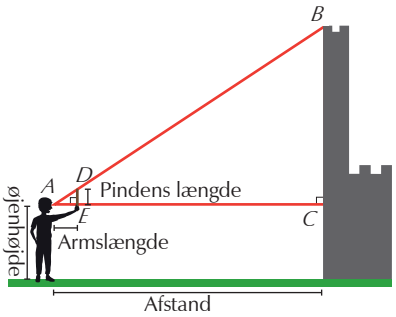
Opmål, tegn og byg

Byg en model af en kirke, en borg eller et gammelt hus.

Målet er, at I kan

- måle en bygning op og fremstille en skalamodel.

I skal arbejde i grupper med ca. 4 i hver gruppe.



Materialer

Måleredskaber
Tykt pap eller masonit
Farver

Ideer

Hvis man har bygninger til en hel landsby, er det et spændende men tidskrævende projekt.



Foto: Marianne Kongsted Cordes

Fremgangsmåde

1

Opmål bygningen

I skal måle jeres bygning i grundplanet.
I skal også måle højden af bygningen og placering af fx vinduer. Her er tre metoder:

Metode A
En elev stiller sig ved muren med en meterstok.
En anden tager et foto hvor hele muren kan ses.
Fotoet kan bruges til at finde bygningens højde.

Metode B
Højdemåling med en pind, se tegningen øverst.
I skal bruge sætningen om ligedannede trekanter.

Metode C
Mål vinklen med fx et klinometer og brug trigonometri eller målfast tegning.

2

Find et målforhold

Ud fra størrelse af det materiale, I skal bygge modellen i, kan I finde et målforhold (hvor mange centimeter fra den virkelige bygning skal svare til en centimeter på byggematerialet).

3

Fremstil modellen

Herefter kan I fremstille alle de dele, der skal bruges til at bygge modellen af virkelighedens bygning.

Har I tid, bliver det flot med nogle farver på modellen.

Mål en gravhøj

En gravhøj bygges af græstørv

Hvor mange kvadratmeter græstørv, skal der bruges for at bygge gravhøjen?



Foto: Erik Lyngsøe

Målet er, at I kan

- måle og beregne rumfang af en gravhøj.

Besøg en gravhøj

Find en gravhøj, som I kan komme til på en relativ enkel måde.

Materialer

Måleredskaber
Hæftet Matematiske formler og fagord

Undersøg

Vurder hvilken eller hvilke rumfigurer, som I kender, der kan være en model af gravhøjen.

Eksempel: Jellinghøjen her på billedet kan opfattes som en stor keglestub.

Vurder, hvilke mål, der er nødvendige at kende, for at kunne beregne rumfanget.

Vurder, hvor dybt fortidens folk mon har gravet for at få et stykke græstørv. Vurder også hvor meget græstørvet vil synke, når det ligger i mange århundreder i en gravhøj.

Når I kender højens rumfang, og hvor højt et græstørv bliver med tiden, kan I finde ud af, hvor mange kvadratmeter græstørv, der skulle graves op og stables for at bygge højen.

Knud den Helliges gavebrev

Hvor stor var Knud den Helliges gave til domkirken i Lund?

I skal undersøge, hvor meget han gav væk i dagens penge.

Målet er, at I kan

- bruge brøkregning
- omsætte middelaldermål til nutidige mål
- finde oplysninger på internettet og vurdere, hvor korrekte de er.

Materialer

Aktivitetsarket
Internettet
Eventuelt opslagsbøger fra skolebiblioteket

Fremgangsmåde

1

Læs brevet
I skal i små grupper læse den gamle tekst på aktivitetsarket *Oversættelse af brevet*. Der er nogle ordforklaringer og andre oplysninger på arket *Et meget gammelt brev*.

2

Hvor meget forærede kongen væk?
I skal finde ud af, hvor meget jord, Kong Knud forærede væk - målt i arealenheden bol.
Og hvor mange penge målt i mark.

3

Hvor meget er et bol?
I skal på nettet finde ud af, hvor meget et bol er i hektarer.

4

Sammenlign og vurder
Sammenlign jeres resultater og vurder, hvilke beskrivelser, der virker mest troværdige.



Foto: Marianne Kongsted Cordes

Broncestatue af Knud den Hellige i Odense.

Undersøg

Foretag en lignende undersøgelse af mønt-enheden mark.

Når I har det samlede antal hektarer landbrugsjord, skal I finde priser på landbrugsjord i vore dage på internettet.

Slut af med at udregne den samlede værdi af Kong Knuds gave i nutidens penge.

Oversættelse af brevet

Fakta
Knud den Helliges gavebrev

I 1084 gav Knud den 4. (efter sin død hed han Knud den Hellige) en stor gave til domkirken i Lund. Gavebrevet er det ældste kendte brev i Danmark. Det blev skrevet på latin, så det I læser her, er en oversættelse.
Det originale brev eksisterer ikke mere, det brændte i 1697, men det kendes fra flere afskrifter.
Oversættelsen her er fra Danmarkshistorien.dk fra Aarhus Universitet.



Foto: Det Kongelige Bibliotek

Tegning af Knud den Helliges segl er det ældste bevarede billede af et segl fra Danmark.
Seglet sad oprindelig på kongens gavebrev til Lund Domkirke af 21. maj 1085, som desværre brændte.
På forsiden ses den tronende konge med krone og herskersymbolet rigsæblet, på bagsiden ses kongen til jagt på hest med en jagtfalk i hånden.

Læs brevet

I behøver kun at læse det, der er i den røde ramme for at kunne løse opgaven. Men man kan lære meget historie ved at læse det hele sammen. Der er ordforklaringer efter brevet.

I den hellige og udelelige treenigheds, faderens og sønnens og den helligånds navn.

Vi ønsker, at det skal være vitterligt for alle kristne, hvorledes jeg Knud den fjerde[1] , kong Magnus'[2] søn, efter at have overtaget riget som arv fra min fader har doneret St. Laurentii kirke[3], som ligger i Lund – endskønt den endnu ikke er fuldført – for at den til evig tid kan være en brud for det lam[4], som bærer verdens synd, hellig for den hellige, ubesmittet for den ubesmittede, værdig for den værdige.

Men vi har gjort åbenbart, hvad og af hvad art denne kirkes brudegave skal være, og vi ønsker med Gud til værn, at den skal være retskraftig og urokkelig til evig tid med disse som vidner: Rikwal, Svend og Sigvard, bisper, Hågen Jarl[5], præsterne Arnold, Theoderik, Henrik og Godskalk, stallerne[6] Alle, Hågen, Peder, Svend og Asser Ågesen. Det er altså den jord, som Øpe Thorbjørnsen i Lund bødede for sin fred[7]. I Lilla Uppåkra fire og et halvt bol[8], i det andet Uppåkra lige så mange bol, i Herrestad otte bol, i Skälshög to bol, i Flädie fem og et halvt bol, som Hågen gav til kongen, i Hilleshög et halvt bol, i Håstad et bol, i Gärd i Venestad et bol, i Skättilljunga et halvt bol, i Sövestad et halvt bol, som Skore betalte for sin fred, og i Karlaby et halvt bol, som samme Skore gav kongen for sin fred, i Brönneslöv et halvt bol, som kongen indløste fra Thorgisl, Gunstens søn, i Göingebygd i Sandby et bol. På Sjælland i Ramsø herred[9] i Øm to bol, i Sømme herred i Tjæreby to bol, i Tune herred i Winningawa[10] to bol, i Horns herred i Skuldelev et bol, i Onsved et bol, i Smørumnedre to Bol, i Lynge herred i Børstingerød to bol, i Jørlunde herred i Tollerup et bol, i Skenkelsø et bol. På øen Amager i Sundbyøster fem bol, i Brøndby tre bol. Af de penge, der årligt gives af tofterne[11] i Lomma tre mark; af samme penge i Helsingborg tre mark, af tofterne i Lund 21 mark.

Hvis nogen mægtig mand, af ædel[12] eller ikke-ædel byrd, født eller ikke-født, opblæst af forvoven dristighed mod den hellige læres forskrift stræber efter at krænke denne overenskomstmæssige beslutning, skal han være forbandet. Ved Herrens genkomst, skal han være fordømt til evig straf, der hvor ormen ikke dør, og

Et meget gammelt brev

ilden ikke slukkes[13]. Hans bord foran ham skal blive til en snare[14], til en gengældelse og til en anstødssten sammen med dem, som sagde til Gud Herren: Gå bort fra os, at kende dine veje er ikke vor lyst.

Men hvad der hører til den kongelige ret[15], af hvad sag den end måtte opstå i forbindelse med omtalte jord, skal høre under provsten og de andre brødres myndighed, hvilke på dette sted tjener Gud; tre forseelser er undtaget: Hvis en bliver lyst fredløs[16], skal han købe fred af kongen, medens hans boslod[17] skal tilfalde provsten og brødrene, Hvis han forsømmer leding[18], skal han bøde til kongen. De skal ikke stille heste til redskud[19], medmindre kongen kommer selv.

Forhandlet i Lund den 21. maj år 1085 efter Herrens menneskevorden i den 8. indiktion, epakten 22, konkurrenten 2, i den herre kong Knuds 5. år[20], idet de fornævnte bisper var nærværende og stadfæstede det med vor herre Jesus Kristus som ophavsmand[21].

Ordforklaringer og andet

[1]**Knud den Hellige** (ca. 1042-1086) var konge af Danmark 1080-1086. Vi kender kun med sikkerhed to konger over Danmark før ham, der hed Knud, hvoraf den ene dog hed Hardeknud. Men der findes overleveringer om en kong Hardeknud i begyndelsen af 900-tallet.

[2]**Knud** var søn af Svend Estridsen (konge 1047-1074/76). Denne kaldes sommetider Magnus. Måske var dette hans kristne navn i modsætning til Svend, som er et gammelnordisk navn.

[3]**St. Laurentii Kirke:** Domkirken i Lund.

[4]**Jesus kaldes ofte Guds Lam**. Når domkirken skal være en brud for Jesus, menes der, at de to skal forenes uadskilligt for evigt.

[5]**Embedet som jarl** kendes både i Danmark, Norge og England i vikingetiden. Det indebærer en form for magt over et territorium – oftest på kongens vegne.

[6]**Stallerne**: hirdembedsmænd. Egentlig betyder det staldpassere, men embedet indebar én eller anden form for lederposition i den kongelige hird (krigerskare).

[7]**Fred** vil sige ophævelsen af fredløshed (straffen hvor et individ blev udstødt af samfundet, og enhver straffrit kunne dræbe vedkommende). Dette skete ved fredkøb, betaling af en meget stor bøde til kongen.

[8]**Bol:** enhed i middelalderens jordinddeling. Angiver et areal, men ordets præcise betydning er omdiskuteret. Der er dog tale om et ganske stort jordareal.

[9]**Herred:** territoriel enhed, som brugtes til en række administrative og retslige formål i middelalderen. Der er enighed om, at man ud fra gavebrevet kan konkludere, at inddelingen af landsbyer i herreder på daværende tidspunkt var indført på Sjælland. Derimod diskuteres det fortsat, om inddelingen også var indført i Skåne på dette tidspunkt.

[10]**Winningawa:** Forsvunden lokalitet.

[11]**Jordlodder**, især brugt om byggegrunde. I byerne betales altså den grundafgift til kongen, som senere kendes som arnegæld eller midsommergæld.

[12]**Ædel byrd:** Fornem slægt.

[13]**der hvor ormen ikke dør, og ilden ikke slukkes:** Det vil sige i Helvede.

[14]**Snare:** fælde.

[15]**Kongen havde altså flere rettigheder end de tidligere og senere nævnte.** Der er efter alt at dømme tale om, at han havde ret til at opkræve bøder i forbindelse med visse forbrydelser. Denne rettighed overgår altså til provsten og brødrene i domkirken. Det, som i hvert fald senere kaldes domkapitlet.

[16]**Lyst fredløs:** udstødt af samfundet som straf.

[17]**Boslod:** alt hvad en person ejer undtagen jorden.

[18]**Leding:** krigstjeneste.

[19]**Redskud:** den ydelse, der skulle stilles til rådighed for kongen og hans følge i form af transporttjeneste.

[20]**Der er her tale om tre tidsangivelser:** den kristne, et middelalderligt tidsangivelsessystem, og kongens regeringstid.

[21]**Sidste sætning:** Hermed underbygges det, at den, der forbryder sig mod brevets bestemmelser, bliver udsat for de før udmalede frygtelige straffe.

Matematik i krigens tjeneste

Matematik og krigshistorie

Gamle matematiske problemstillinger i krig

Målet er, at I kan

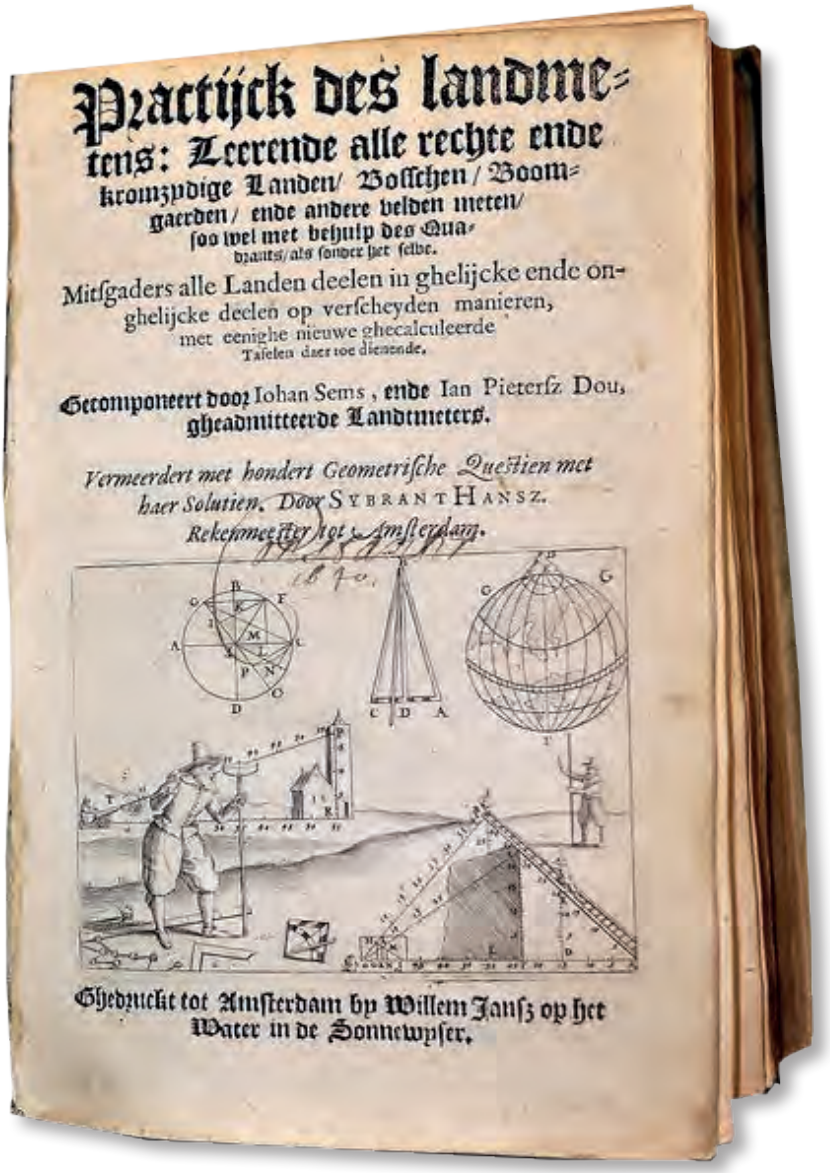
- beregne og anvende omkreds og areal.

På de næste sider findes fem historiske beregninger.

De første fire er hentet fra en lærebog for officerer. Dengang i 1610 havde man en hel del musketerer, det vil sige soldater der skød med musketter, som er forladegeværer, der tog lang tid at lade.

For at beskytte dem mod fjendens rytteri mens de ladede, var de helt omgivet af lansenerer, soldater med meget lange lanser til at stikke hestene ned med.

Den femte opgave er bygget over den romerske hærs krav om, at man altid skulle sætte palisader op for natten, så man ikke blev taget på sengen.



Materialer
Lommeregner
Papir
Blyant

Undersøg
Er der noget matematik, der er fælles for de to opgaver?

Hvad ville der ske, hvis romerne byggede deres lejr, så den dannede et rektangel, hvor længden er dobbelt så lang som bredden?

Fem problemer

Fem problemer fra en lærebog for officerer af Sybrandt Hansz Cardinael (1578-1647), aritmetiklærer i Amsterdam. Bogen blev udgivet i 1610.

Problem XXXVI

Der er en kampopstilling af soldater stillet op i en firkant, der er lige så lang, som den er bred.
Den omfatter 256 musketerer i centrum omgivet af 320 lansenerer.

Spørgsmålet er hvor mange rækker af lansenerer, der omgiver musketererne?

Problem XXXVII

En kaptajn har 120 lansenerer og ønsker at have så mange musketerer, at hvis han placerer dem i en kvadratisk kampopstilling, vil han omgive musketererne med de 120 lansenerer i 3 rækker.

Spørgsmålet er, hvor mange musketerer skal han bruge?

Problem XLIX

En rektangulær kampopstilling, tre gange så lang som den er bred, består af musketerer omgivet af 4 rækker af lansenerer.

Spørgsmålet er, hvis der er 576 lansenerer, hvor mange musketerer er der så?

Problem L

Samme som ovenstående men med 624 musketerer.

Problem

Romerske legionærer på march

Når en romersk hær var på march, på vej mod en krig, medbragte den alt, fødevarer, reservevåben, belejringsmaskiner og ikke mindst stolper til at bygge palisader af.
Det var nemlig sådan, at når hæren skulle slå lejr for natten, gravede man en grav, lavede en vold og rejste en palisademur af træstolper på ca. 15 cm tykkelse. Det hele nøje opmålt i et stort kvadrat.
Inden for palisaderne kunne hæren trygt gå til ro, for man kunne ikke overraskes af en fjende og behøvede kun få nattevagter. Sådan gjorde en romersk hær hver nat uanset, om man var i fjendeland eller ej. Det var rutine, hver mand kendte sin plads og sin opgave.

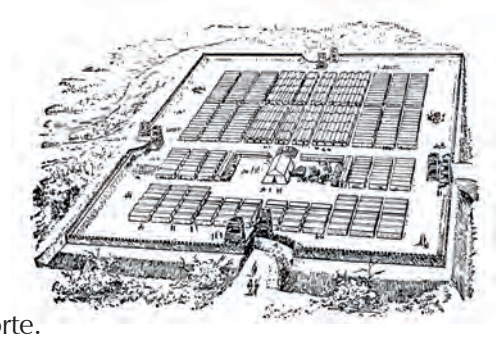
Den mindste enhed i det romerske hærvæsen efter Gaius Marius' hærreform i årtiet før 100 f.v.t. var centurien, der bestod af 100 mand (80 soldater og 20 nonkombattanter).

6 centurier udgjorde en kohorte.

Den mindste hær, der selvstændigt kunne udkæmpe en krig, kaldtes en legion og bestod af 10 kohorter.

På march bar hver mand foruden sin personlige udrustning en træstolpe med en diameter på ca. 15 cm. til nattelejrens palisade.

En hær bestod normalt af 4-6 legioner.



Spørgsmålet er, hvor mange kvadratmeter var der pr. mand i en nattelejr for 1 legion? og for 2, 3 osv.?

Hvorfor ser tallene sådan ud?

Kan man mon lave en formel?

Hvad har man lært af det?

Matematik og historie

Klassetrin og omfang
Der er aktiviteter til alle klassetrin.
6 lektioner, måske flere hvis flere af opgaverne skal fuldføres fx, hvis modellerne skal farvelægges.

Elevforudsætninger
Almindelige færdigheder og kompetencer svarende til klassetrinnet.

Forløb **Fremstil en tidslinje** **Byg en skalamodel** **Mål en gravhøj** **Knud den Helliges gavebrev** **Matematik i krigens tjeneste** Matematiske stofområder	Matematiske kompetencer **Problembehandling**	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra	■	■				
Geometri og måling	■	■				
Statistik og sandsynlighed						

Aktiviteter
Fremstil en tidslinje
Alle klassetrin.

Ideen er, at alle elever har adgang til en tidslinje, hvor de kan placere historiske begivenheder fra alle fag.

Byg en skalamodel
Mellemtrin og udskoling.

Man skal finde en eller flere gamle bygninger, som det er muligt at komme til at måle på.
Det kan være gamle huse, en kirke eller måske en borg. Bygningerne opmåles, der findes et passende målforhold og et passende materiale fx tykt karton, masonit.

Højdemålinger:
En elev står ved muren med en meterstok, en anden fotograferer bygningen. Fotoet kan bruges til at finde højden, placering af vinduer etc.
Andre metoder er "pindemåling" med måling af ligedannede trekanter eller vinkelmåling med klinometer og trigonometri.

Der findes et passende målforhold, fx det største mål i forhold til materialets dimensioner.

Mål en gravhøj
Mest udskoling

Formålet er at give et billede af, hvilket stort arbejde der ligger i at bygge en gravhøj i oldtiden eller vikingetiden. En gravhøj fra oldtiden kan findes i nærområdet i store dele af landet.
Der er tale om en matematisk modellering, da den givne gravhøj skal vurderes i forhold til nogle kendte rumlige figurer. Vurderingen af, hvor stor højden af et græstørv bliver med tiden, kræver nok at blive afsluttet med en klassediskussion. Resultatet vil nok være overraskende - fx kræver Jellinghøjene flere kvadratkilometer græstørv. Det har krævet en magtfuld konge!

Knud den Helliges gavebrev
Mellemtrin og udskoling

Målet for opgaven er, at eleverne erfarer, hvilken kæmpe gave kongen giver til Lund Domkirke.

Der er en del usikkerheder indbygget:
Hvor mange hektarer var et bol i den tidlige middelalder?
Hvad koster landbrugsjord i dag?
Alt dette må undersøges på nettet og diskuteres i klassen.

Matematik i krigens tjeneste
Mellemtrin og udskoling

For ikke at gøre emnet for aktuelt er her valgt et eksempel fra romertiden og et fra en lærebog for officerer fra 1610.

Begge dele handler om omkreds og areal. Også kaldet det isoperimetriske problem.

Find spændende viden

Matematiske gåder gennem tiderne og matematikeres forskellige opdagelser.

Målet er, at I kan

- gennem faglig læsning finde relevant viden og fremlægge det for andre.

Materialer

Computer med internet
Bøgerne i serien Eventyrlig Matematik fra Forlaget Matematik

Opdagelser

Gennem tiderne har mennesker forsøgt at få orden på deres omverden.

De gamle grækere har fx på deres tid fundet regler for, hvordan verden er sat sammen. Italienerne har også bidraget.

I skal i denne opgave arbejde med forskellige matematiske opdagelser/gåder. I skal også finde ud af hvilken tidsalder opdagelsen har fundet sted i.



Tegninger: Lars Bjørstrup



Undersøg

Vælg en spændende matematiker eller opdagelse.

I skal fortælle om gåden og opdagelsen eller om matematikeren.
I skal vise det fx i en film, PPT eller lignende.

I skal finde ud af, hvad matematikeren er kendt for.

I må bruge internettet til at finde relevant viden.

For at få oplysninger kan I læse i Eventyrlig Matematik om jeres matematiker eller opdagelse.

Hvis I vil have meget at vide på engelsk, kan i fx bruge MacTutor.

Eventyrlig matematik

Klassetrin og omfang
Mellemtrin
Varighed: 4-6 lektioner.

Elevforudsætninger
Eleverne skal selvstændigt kunne læse og fortælle om en person fra en bog.

Forløb eventyrlig Matematik Matematiske stofområder	Matematiske kompetencer Problembehandling	Modellering	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	**Kommunikation**	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

Aktivitet
Eleverne deles op i små grupper, der arbejder med hver sit emne.

Eleverne kan søge på internettet og finde oplysninger om matematikere.

Hvis der er elever, der er MEGET gode til engelsk, kan de søge i MacTutor på https://kortlink.dk/2g5r8

Ellers kan de med fordel anvende serien "Eventyrlig matematik" fra Forlaget Matematik.
Der er 12 små bøger, der hver beskriver en matematiker og hans opdagelser/bevis sat ind i en eventyrlig ramme.

Eventyrlig Matematik
I seriens tolv bøger, kan eleverne læse om krypteringer og koder, om sandsynlighedsberegning og om meget store tal. Bøgerne er samtidig velegnede til læsning og faglig fordybelse i matematik.

Eleverne stifter blandt andet bekendtskab med Fibonacci, Arkimedes, Pythagoras, Pascal og mange, mange andre, der har brugt deres liv på at løse matematiske gåder. Spændende mennesker, der har været nysgerrige, opfindsomme og dristige. De tolv bøger udfordrer samtidig eleverne i selv at afprøve deres viden.

Serien er skrevet til de 10 til 14-årige. Her er matematikken sat ind i en historisk, dramatisk og – for aldersgruppen – nærværende ramme, så bøgerne også kan bruges som blot – LYSTLÆSNING. På næste side er et kort resume af bøgerne. Serien er udgivet af Forlaget Matematik og kan bestilles på www.dkmat.dk



Tegning: Lars Bjørstrup

Bøgerne i Eventyrlig Matematik 1-6



FIBOS FARLIGE FÆRD

Den italienske matematiker Fibonacci ser de arabiske tal under dramatiske omstændigheder i en alder af 13 år. Han opdager de arabiske tals fordele i forhold til de romertal, han er blevet undervist i.



DEN USYNLIGE SPION

Her møder vi blandt andet Cæsar og kodeeksperten Vigenère og følger med i arbejdet med den hemmelige Enigma-maskine og begreberne dechifrere og kryptere.



MORDET PÅ ARKIMEDES

To børn vokser op hos den græske matematiker, fysiker og filosof Arkimedes. Han viser, hvordan man finder en cirkels centrum, omkreds, radius og tallet π.



DEN HEMMELIGE KLUB

Pythagoras hjælper sin datter Myria og hendes ven. De to unge studerer vinkler og grader, retvinklede trekanter og den regel, som vi i dag kender som Pythagoras' læresætning.



SAMURAIENS SVÆRD

Gennem Samuraisværdets historie lærer Laura og Kurt, om potenser og kvadratrødder, om begreberne potenstallets rod og eksponent og om meget store tal som fx en trilliard.



DET LUSKEDE SPIL

Grev de Méré elsker at spille både terning og kort. Ofte inviterer han til spilleaftener i sit palæ. Vennen Pascal og han udregner sandsynligheder for stort set alt. En aften opdager hans børn en falskspiller blandt gæsterne.

Fortsættes på næste side

Bøgerne i Eventyrlig Matematik 7-12



DEN GLUBSKE LABYRINT

I bogen oplever børnene Ida og Asger dramatiske hændelser, mens de passer et feriejob i en labyrint, men vil de være i stand til at løse labyrintens gåde? Læseren får et indblik i labyrinternes historie.



DET MAGISKE UR

William, som er søn af den berømte urmager John Harrison, lærer på et skib i 1764 to børn om længde- og breddegrader, gradminutter og gradsekunder, brugen af oktanter og sekstanter for at sætte kurs og undgå skibskatastrofer.



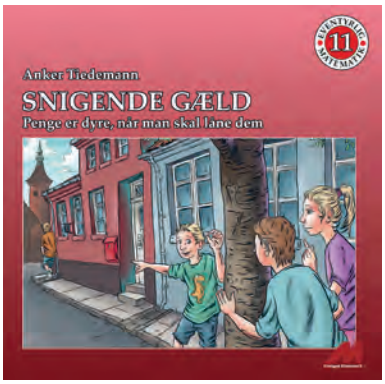
DRONNINGENS BEFALING

Den franske matematiker René fortæller børnene Hector og Marie om sin opfindelse – koordinatsystemet. Descartes giver de to børn opgaver, der viser, hvor genial hans opfindelse er.



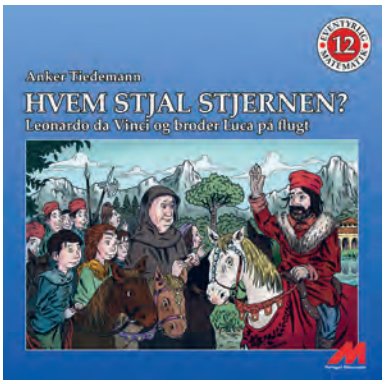
HISTORIEN OM METEREN

Året er 1794. To matematikere i gang med at fastlægge et nyt længdemål, der hedder meter. Byens købmand, som hidtil har snydt med egne mål for længde og vægt, gør alt for at lægge hindringer i vejen.



SNIGENDE GÆLD

Kristian skylder en masse penge væk efter spil på nettet. Han har optaget kviklån for at spille og betale tilbage! Clara og Mikkel gør alt for at hjælpe deres storebror ud af kniben.



HVEM STJAL STJERNEN?

I året 1499 er Leonardo da Vinci og broder Lucas på flugt. Under flugten lærer de to børn, Philippa og Piero, om tetraedere, heksaedere, oktaedere, ikosaedere og dodekaedere.

Afsnit 8

Matematik til stort og småt



Illustration: ICP

Meget store tal

Potens og lysår

I skal undersøge, hvordan man kan skrive store tal og beregne store afstande.

Målet er, at I kan

- forstå hvad et potenstal er
- undersøge tal og kommunikere det videre.



Illustration: ICP

Potens

Når et tal bliver stort, kan det være svært at sige eller skrive tallets navn.
Hvad hedder fx dette tal 100 000 000 000 000?

I stedet for at skrive 100, kan vi skrive det som 10^2, fordi $100 = 10 \cdot 10$
Man udtaler det: Ti i anden.

I stedet for at skrive 1000, kan vi skrive det som 10^3, fordi $1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10$
Man udtaler det: Ti i tredje.

I stedet for at skrive 32 kan vi skrive det som 2^5, fordi $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
Man udtaler det: To i femte.

Et tal der skrives på denne måde, kalder vi et potenstal eller blot en potens.

Lysår

Når vi skal finde afstande i Universet, er de så store, at vi ikke kan angive det på den måde vi plejer. Vi benytter enheden lysår.

Et lysår er den afstand lys bevæger sig på et år.
Lys bevæger sig 300 000 km/sekund.

Hvis afstanden til en bestemt stjerne er 1 lysår, vil afstanden målt i km. være:
$300\,000 \text{ km} \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365$

Det er 9 460 730 777 119 km

Er det rigtigt?
Tallet er så stort, at vi vælger at afrunde tallet til 10 000 000 000 000 km.
Tallet kan så skrives som potensttallet 10^{13}

Materialer

Lommeregner
Regneark
CAS program

Ideer

I kan få hjælp her til omregning mellem lysår og km:
https://kortlink.dk/2fvdb

Undersøg

Kan I skrive alle tallene som potenstal på side 181 i *Potenstal – Skema*?

Hvordan kan et lysår skrives som et potenstal?

Find afstandene til forskellige planeter og stjerner. Herefter kan I udfylde de tomme felter i *Lysår – Skema* på side 182.

Undersøg og find eksempler på, hvilke ting/objekter, der angives i store potenser og måleenheder.

Find eksempler på afstande, der måles i lysår og sammenlign dem.
Eksempel: Hvor langt er der fra Jorden til Solen?
Brug eventuelt side 183, *Lysår og størrelse*.

Lav en tegning, der viser afstands- og størrelsesforhold mellem forskellige planeter.

Undersøg selv mål på meget store ting og sammenlign dem med hinanden.
Eksempel: Hvor stor er Jorden i forhold til Solen?

Lav en tegning i målforhold, der viser sammenhænge mellem størrelsesforholdene.

Potenstal – Skema

Kan tallene skrives som et potenstal?

Udfyld de manglende felter – Find potenstallene

Hvilket tal?	Er tallet et potenstal? Skriv tallet		Hvordan skrives/udtales det med ord?
100	Ja	$100 = 10 \cdot 10 = 10^2$	Ti i anden
1000	Ja	$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$	Ti i tredje
32	Ja	$32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$	To i femte
17			
75			
125			
48			
150			
625			
425			
64			
1024			
16			
27			
1 000 000			
1 000 000 000			
1 000 000 000 000			

Det sidste tal er beskrevet under potens på elevoplægget *Store tal*.

Lysår – Skema

Store afstande

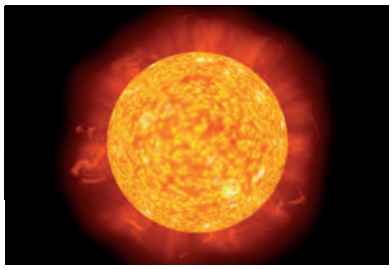
Find afstandene - Udfyld og udregn de manglende felter

Hvilken stjerne eller planet?	Afstand fra Jorden lysår	Afstand fra Jorden km	Afstand fra Jorden Potenstal
Venus			
Solen			
Merkur			
Mars			
Jupiter		3 mia km	
Saturn			
Uranus			
Neptun			
Pluto			
Sirius			
Nordstjernen	430		
Castor	45		
Pollux	35		
Vega	25		
Aldebaran	67		
Betelgeuze	640		
Arcturus	37		
Deneb	1412		
Spica	260		
Capella	43		

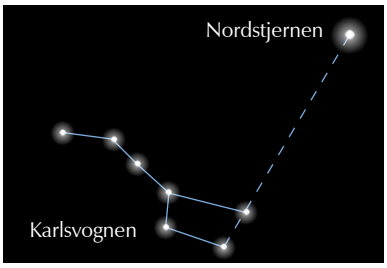
Lysår og størrelse

Hvor mange lysår væk?

Eksempler på afstande, som man kunne finde i lysår, hvis der tages udgangspunkt i Jorden som omdrejningspunkt for afstandsmåling.



Jorden er cirka 8,3 lysminutter fra Solen.



Jorden er cirka 320 lysår fra Nordstjernen, Polaris.

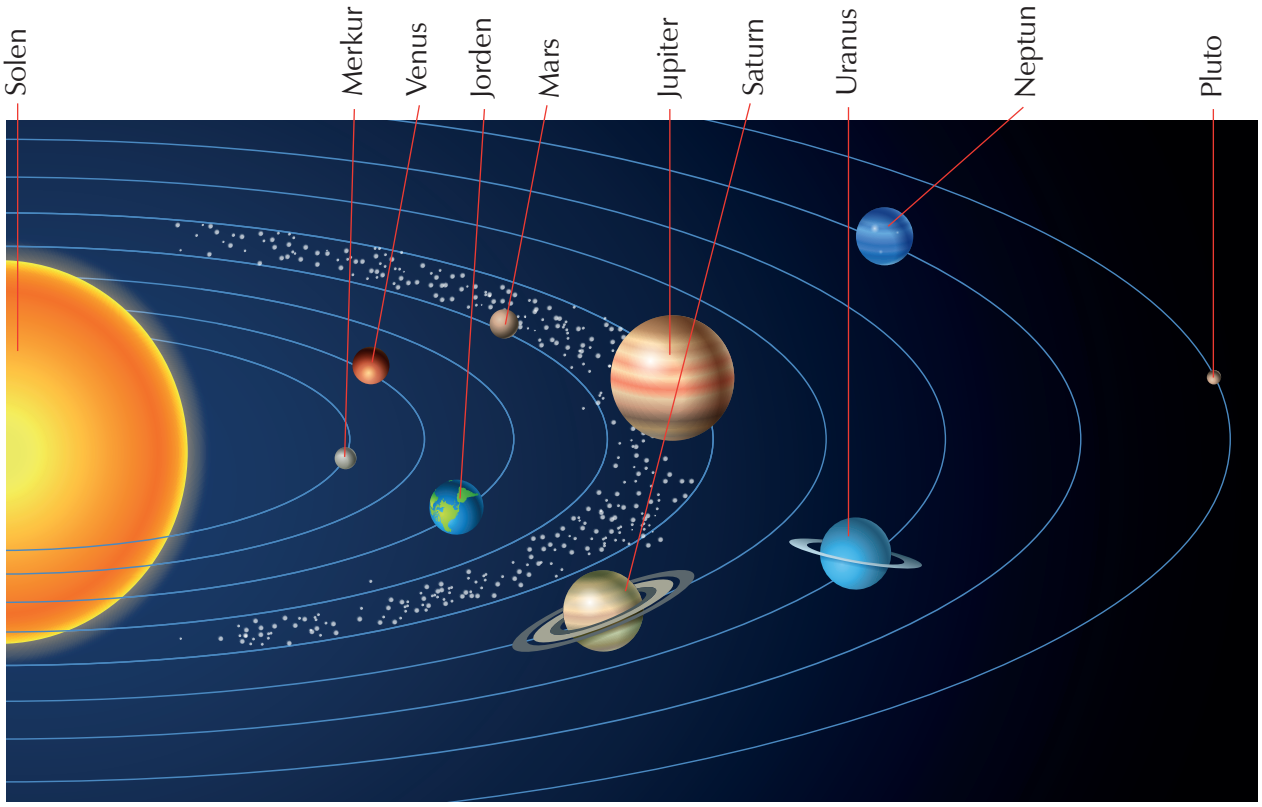


Jorden er cirka 2,5 millioner lysår fra Andromeda, vores nærmeste nabogalakse.

Find flere astronomiske afstande her: https://kortlink.dk/nasa/2fvdc

Planeterne

Eksempel på tegning af afstands- og størrelsesforhold



Illustrationer: ICP

Meget små tal

Potens og nanoskala

I skal undersøge, hvordan man kan skrive meget små tal.

Målet er, at I kan

- forstå hvad et potenstal er
- undersøge tal og kommunikere det videre.

Materialer

Lommeregner
Regneark
CAS program

Potens

Små tal kan også skrives som potenstal.

I stedet for at skrive $\frac{1}{100}$
kan vi skrive det som 10^{-2},
fordi
$\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$

I stedet for at skrive $\frac{1}{1000}$
kan vi skrive det som 10^{-3},
fordi
$\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$

I stedet for at skrive $\frac{1}{32}$
kan vi skrive det som 2^{-5},
fordi
$\frac{1}{32} = \frac{1}{2^5}$

Nano

Små ting kan være så små, at vi ikke kan se dem.
Et almindeligt mikroskop kan forstørre ting mange gange.
Men der findes ting, som er så små, at mikroskopet ikke kan forstørre dem til, at vi kan se dem.
Man siger, at vi arbejder i nanoskala.

På side 185 kan I se, hvordan de forskellige enheder i meterskalaen hænger sammen.

Når man arbejder med nanoteknologi, benytter man enheden nanometer.

På side 186 kan I se forskellige ting, hvor størrelsen er angivet i nanometer.
Vi forkorter det nm.

Ideer

Undersøg om det er rigtigt, at 1 nanometer er det samme som 10^{-6} millimeter.

Undersøg om I kan skrive 1 nanometer på andre måder.

Undersøg

Hvad skal der stå i de tomme felter i skemaet *Fra picometer til kilometer* på side 185?

Hvordan kan tallene ved tegningerne på side 186 omskrives til et potenstal?

Undersøg og find eksempler på, hvilke ting/objekter, der måles i små måleenheder som nanometer.

Undersøg selv mål på meget små ting og sammenlign dem med hinanden.
Eksempel:
Hvor stort er et atom i forhold til et sukkermolekyle?

Brug eventuelt *Nanoskala* side 187

Undersøg, hvor små tingene er i forhold til ting, som vi godt kan se.
Eksempel:
Hvor stort er et atom i forhold til en tennisbold og en fodbold?

Lav en tabel eller tallinje med mål, der viser størrelsesforholdene mellem tingene.

Lav en tegning i målforhold, der viser sammenhænge mellem størrelsesforholdene.

Fra kilometer til picometer

Oversigt

Udfyld og udregn de manglende felter i skemaet.

Navn for enhed	Forkortelse for enheden	Antal enheder	Hvor mange meter?		Enheden som potenstal
picometer	pm	1		m	10^{-12}
				m	
				m	
nanometer	nm	1	$\frac{1}{1000000000}$	m	10^{-9}
				m	
				m	
mikrometer	µm	1	$\frac{1}{1000000}$	m	10^{-6}
				m	10^{-5}
			$\frac{1}{10000}$	m	10^{-4}
millimeter	mm	1	$\frac{1}{1000}$	m	10^{-3}
centimeter	cm	1	$\frac{1}{100}$	m	10^{-2}
decimeter	dm	1	$\frac{1}{10}$	m	10^{-1}
meter	m	1	1	m	
dekameter	dam	1	10	m	10^{1}
hektometer	hm	1	100	m	10^{2}
kilometer	km	1	1000	m	10^{3}

Nanostørrelser

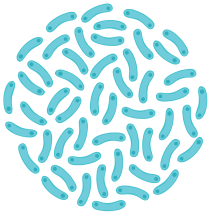
Find potenstallet

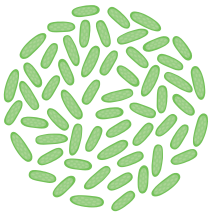
Hvordan kan tallene ved tegningerne omskrives til et potenstal?

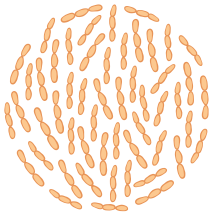


Insekter

1 cm =

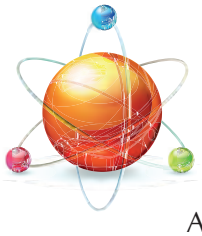






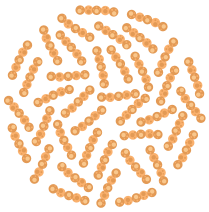
10 µm =

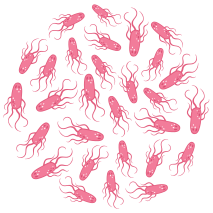
Bakterier

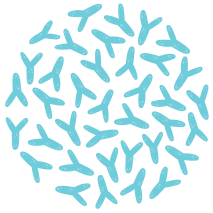


Atomer

1 Å =





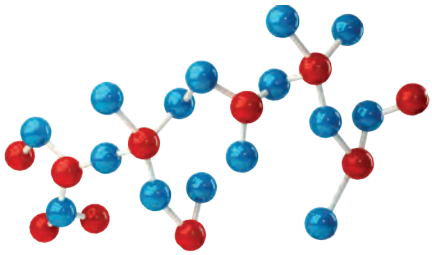




Saltkorn

1 µm =





Menneskehår

100 µm =

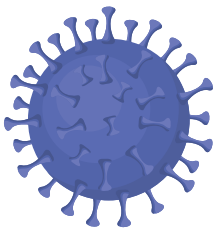
Celler

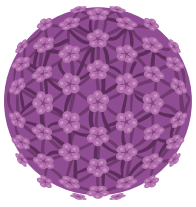
10 µm =

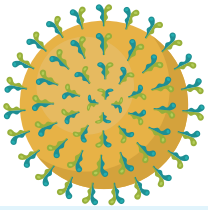
Glykosemolekyler

1 nm =



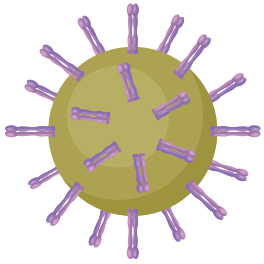


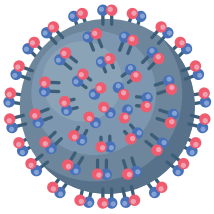


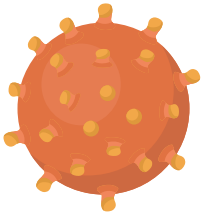


Virus

100 nm =







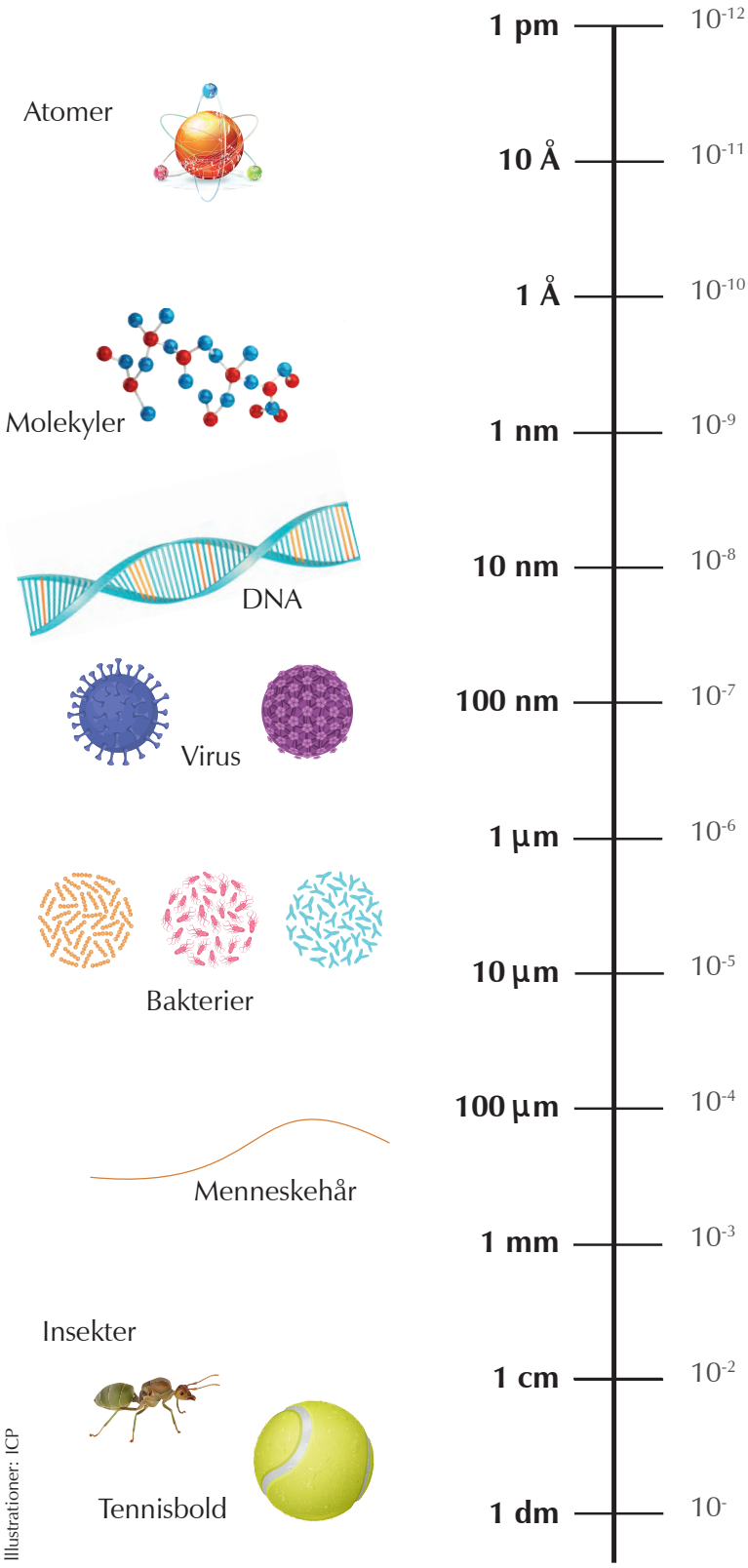
DNA

10 nm =

Illustrationer: ICP

Nanoskala

Nanoskalaen er opbygget ud fra meterskalaen.



Illustrationer: ICP



Fotos: ICP

De mindste ting i nanoskalaen er så små, at man ikke kan se dem i et almindeligt mikroskop.



Undersøg og find eksempler på, hvilke ting/objekter, der måles i små måleenheder som nanometer.

Undersøg selv mål på meget små ting og sammenlign dem med hinanden.

Meget store tal og Meget små tal

Klassetrin og omfang
Mellemtrin/Udskoling.
Ca. 3 timer.

Elevforudsætninger
Kender 10-talssystemet.
Fortrolig med regningsarterne multiplikation og division.
Fortrolighed med at benytte et regneark.

Aktiviteter
Alle aktiviteterne om Stort og Småt handler om at etablere matematiske forudsætninger for at kunne arbejde med astronomi og nanoteknologi.
Når eleverne skal arbejde med nanoteknologi, kommer de til at arbejde med meget små tal.
Meget små tal er det modsatte af meget store tal, men de hænger sammen.

Forløb **Meget store tal** **Meget små tal**	Matematiske kompetencer: Problembehandling	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	**Repræsentation og symbolbehandling**	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra			■	■		
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

For at kunne arbejde med meget små tal, skal eleverne kunne arbejde med de meget store tal.

Lad eleverne gå ind på denne hjemmeside og undersøge forskellige dele af nanoteknologien:
https://kortlink.dk/au/2g33h

Fakta
Nanosience
Nanoscience, som i daglig tale kaldes nanoteknologi, refererer til noget meget småt. Nano stammer fra det græske nanos, der betyder dværg.

I moderne tale er nano et præfiks, der betyder en milliarddel, det vil sige $\frac{1}{1000\,000\,000}$ af en enhed. Ordet bruges altså på samme måde som centi, $\frac{1}{100}$ og milli, $\frac{1}{1000}$ og kan sættes foran enheder som fx meter eller sekunder. En nanometer (= 1 nm) svarer således til en milliard-del meter eller en milliontedel millimeter. Det vil sige, at der skal lige så mange nanometer til en millimeter, som der skal millimeter til en kilometer.
En nanometer er en meget lille afstand, som umiddelbart er meget vanskelig at forholde sig til. For at illustrere, hvor lille en afstand man taler om, er størrelsesforholdet mellem en fodbold og en nanoklynge med en diameter på 1 nanometer det samme som størrelsesforholdet mellem selvsamme fodbold og hele Jorden.

Lærerens rolle
Det vil være nødvendigt at præsentere det faglige indhold for eleverne, inden de går i gang med at arbejde med opgaverne.

En fælles drøftelse med klassen vil være nødvendig.

Der vil være elever, som vil synes, at både potenser og brøker er udfordrende, hvorfor de vil have brug for lærerens opmærksomhed, mens de arbejder med opgaverne.

Ekstra
Eleverne kan udfordres med at multiplicere og dividere potenstal:

$10^2 \cdot 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$

$\frac{8^4}{8^2} = 8^{4-2} = 8^2$

Prøv med flere eksempler
Gælder det altid?

Lad eleverne lege med et stort antal eksempler.

Afsnit 8

Matematik og astronomi



Illustration: ICP

Hvor langt kan vi se?

Afprøv metoderne

Hvor langt kan vi se, hvis vi kigger ud over havet?
Hvad hvis vi står på en høj bakke?

Målet er, at I kan

- anvende formler og Pythagoras' læresætning.

Beregn hvor langt I kan se

Forestil jer, at I står på en strand og ser ud over havet. Hvor langt kan I se - ud til horisonten eller kimingen.

Der er to metoder til at beregne, hvor langt I kan se.

Metode 1

Beregning ud fra skitsen til højre og brug af Pythagoras læresætning:

I en retvinklet trekant med kateter a og b og hypotenuse c er:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Metode 2

Man kan også bruge denne formel.

$$a = 3{,}85 \cdot \sqrt{h}$$

hvor
a er afstanden til kimingen (horisonten) i km,
h er øjenhøjden i meter over havet.
Mål først jeres øjenhøjde.

Materialer

Computer med dynamisk geometriprogram
Matematiske formler og fagord

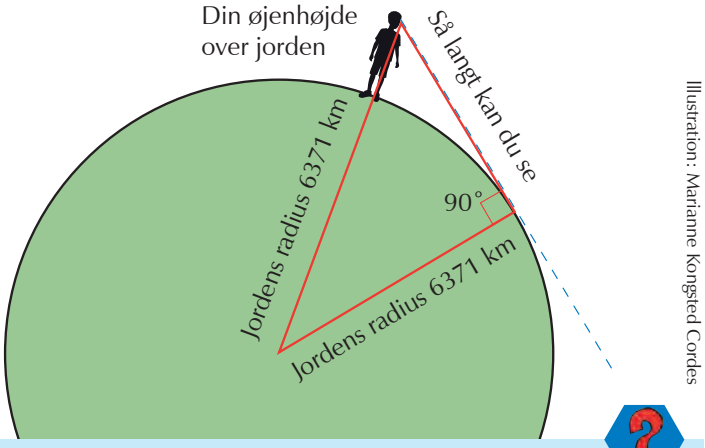


Illustration: Marianne Kongsted Cordes

Undersøg

På nettet vil man finde forskellige angivelser af Jordens radius fx 6371 km og 6378 km.
Find artikler på nettet, der kan give en forklaring på forskellen.

De to metoder kan give forskellige resultater.
Prøv at bruge begge metoder. De giver ikke samme resultat.
Kan I finde nogle mulige forklaringer på det?

I står på det højeste punkt på Fyns Hoved. Det er 25 m over havoverfladen.
Hvor langt kan I se? Kan I se Sjælland, Samsø og Jylland?

Hvor langt væk fra kan I se toppen af pylonerne på Storebæltsbroen (254 m).
I kan forestille jer, at I er 20 m over havets overflade.

Undersøg dette postulat:
Hvis man kommer dobbelt så højt op over jordoverfladen, kan man se dobbelt så langt.

Ekstra

Forestil jer, at man kunne binde en snor rundt om Jorden helt tæt på jordoverfladen.
Vi må hellere forestille os, at Jordens overflade er helt glat uden bjerge og dybe have.
Så sætter vi en ekstra meter på snoren.
Vi forestiller os at snoren hæves med samme afstand over Jordens overflade hele kloden rundt.

Hvor højt hæves snoren over jordoverfladen?

I kan løse opgaven i fx GeoGebra eller med beregninger.

Hvad kunne Andreas Mogensen se?

Synsfelt i rummet

Den danske astronaut Andreas Mogensen kredsede rundt om Jorden i 400 kilometers højde. Hvor meget af Jorden kunne han se ad gangen?

Målet er, at I kan

- tegne en geometrisk model som grundlag for jeres beregninger.

Materialer

Matematiske formler og fagord
Computer med dynamisk geometriprogram fx GeoGebra

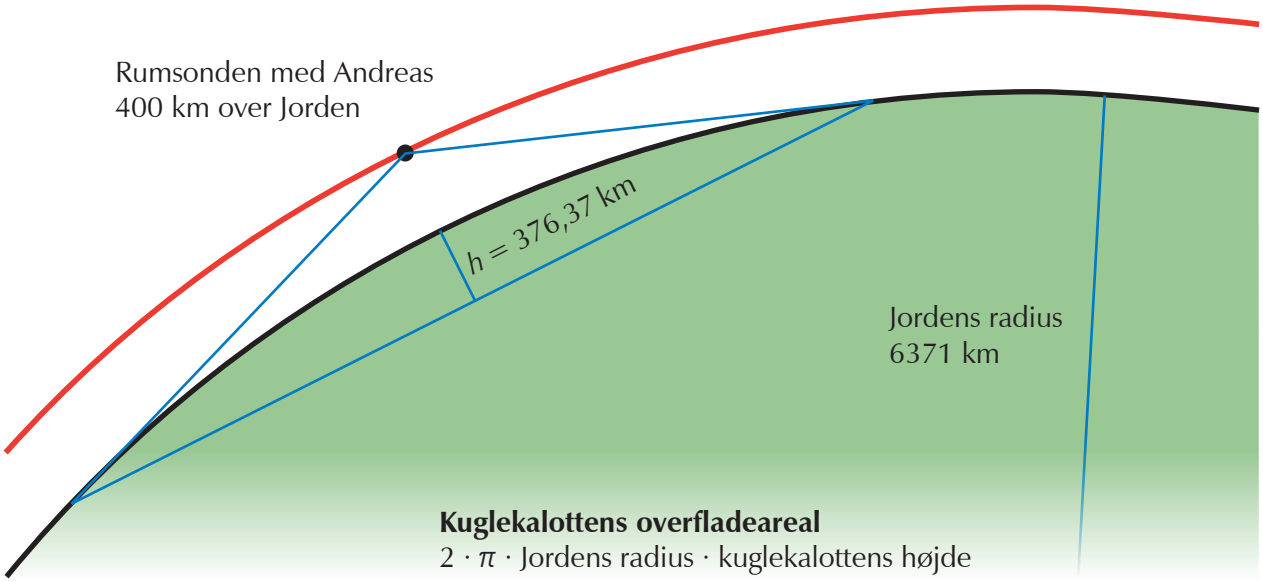


Illustration: Marianne Kongsted Cordes

Kuglekalottens overfladeareal
$2 \cdot \pi \cdot$ Jordens radius $\cdot$ kuglekalottens højde

Fremgangsmåde

Se på modellen herover. Den viser et udsnit af et tværsnit af Jorden.

Fremstil en dynamisk tegning i fx GeoGebra og få programmet til at beregne arealet at den kuglekalot, som Andreas kan se på et givent tidspunkt.

Undersøg

Hvor meget kunne astronauten Andreas Mogensen se af Jorden?

Angiv resultatet som et areal af et stort land eller et kontinent.

Ideer

Kommunikationssatellitter kredser oftest i den geostationære bane i cirka 36 000 kilometers højde, så de befinder sig i samme position set fra jorden.

Hvor stor en del af Jorden kan en satellit dække?

Er Jorden rund?

Erastosthenes' beregning

Grækeren Erastosthenes boede for ca. 2250 år siden i byen Alexandria i det nordlige Egypten. Han fandt en metode til at beregne Jordens omkreds.

Målet er, at I kan

- forstå Erastotenes' beregning og selv beregne Jordens omkreds.

Sådan gjorde han

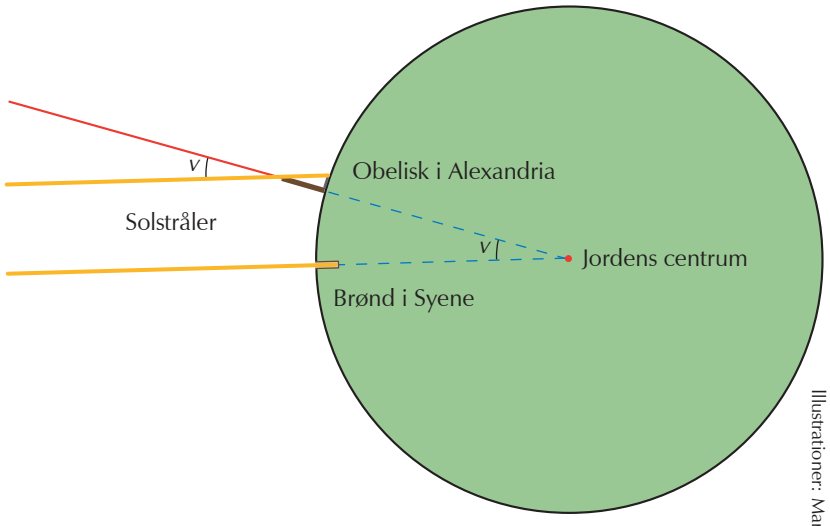
Erastothenes vidste, at ved midsommer kl. 12 stod solstrålerne lodret ned i en brønd i Syene i det sydlige Egypten.

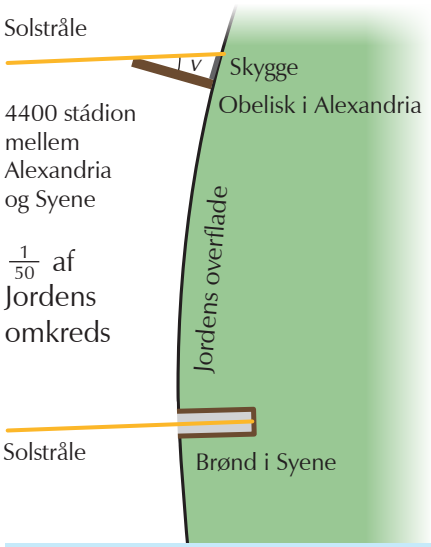
Samtidig kunne han måle på skyggen fra en obelisk, det er en meget høj, fritstående søjle.

Erastosthenes kendte afstanden fra brønden i Syene til obelisken i Alexandria. Den var 4400 stádion. Egypterne brugte længdemålet stádion, når de skulle måle lange afstande. En stádion svarer til 185 m.

Hvor mange kilometer er der mellem brønden og obelisken?

Erastosthenes vidste, at Jorden var rund, og han brugte en skitse til at tænke problemet igennem. Den kunne have set ud som her til højre. Erastosthenes målte på obelisken og dens skygge og fandt ud af, at vinklen v på tegningen er $\frac{1}{50}$ af Jordens omkreds.
Når der står v ved både vinklen ved Jordens centrum og vinklen ved obelisken skyldes det, at de er lige store.





Illustrationer: Marianne Kongsted Cordes

Materialer

Papir og blyant
Lommeregner eller computer

Undersøg

I skal prøve at forklare, at de to vinkler er lige store.

I skal beregne vinklen v.

I skal beregne Jordens omkreds i kilometer.

I dag ved vi, at Jordens radius er 6371 km.

Undersøg, hvor mange procent Erastosthenes' beregning afviger.

Matematik og astronomi

Målet er, at I kan

- omregne mellem enheder fx fart
- arbejde med store tal.

1

Jordens diameter er ca. 12 756 km.
Hvor meget er dens omkreds og radius?

2

Hvis en rumraket skal slippe væk fra Jordens tyngdekraft og ud i rummet, skal dens fart være mindst 11 km/s.
Hvor mange km/t er det?
Hvor mange m/s er det?

3

Hvor lang tid vil det tage en rumraket at flyve til New York fra København?

4

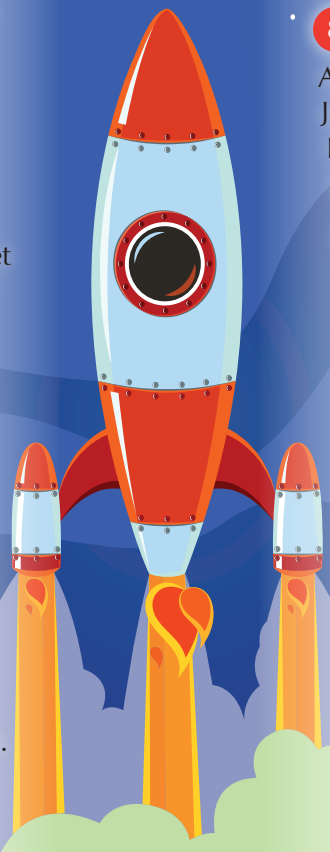
Afstanden til Månen er gennemsnitlig 384 000 km.
Hvor længe er rumraketten om at flyve til Månen?
Et almindeligt passagerfly flyver med en fart af ca. 850 km/t.
Hvor længe ville det være om at flyve til Månen?

5

Afstanden til Mars er ca. $75 \cdot 10^6$ km.
Hvor længe er rumraketten om at komme til Mars fra Jorden?
Hvor længe ville passagerflyet være om turen?

6

Lys-, radio- og tv-bølger bevæger sig med en fart på 300 000 km/s.
Hvor lang tid ville en lysstråle være om en tur rundt om Jorden?
Hvor længe er et signal om at komme fra Jorden til Mars? Og til Månen?



7

Den strækning, som lyset bevæger sig på 1 år, kaldes 1 lysår. Hvor mange km er det?
Hvor lang tid er lyset om at komme fra Solen og ned til os på Jorden?

8

Afstanden fra Jorden til planeten Jupiter er ca. $630 \cdot 10^6$ km.
Hvor længe er rumraketten om at flyve til Jupiter, hvis den har en fart på 11 km/s?

9

Om ikke så mange år vil mennesker formentlig lande på Mars med en rumraket. Hvis man siger, at et menneske mindst skal bruge 2 L vand i døgnet, hvor meget vand skal en besætning på fem så medbringe til hele rejsen ud og hjem?
De planlægger at opholde sig på Mars i en måned.

10

Afstanden til den nærmeste stjerne er 4,2 lysår.
Hvor lang tid vil det tage at flyve ud til stjernen med vores rumraket? Du vil sikkert blive overrasket!!

11

Jorden drejer som bekendt en gang rundt om sig selv i løbet af et døgn.
Hvad er dens fart ved Ækvator i km/t og i m/s. Hvad er farten ca. i Danmark?
Jorden drejer som bekendt også rundt om Solen i løbet af et år.
Hvor meget fart har den på?
Hvor længe ville lyset være om den samme tur?

Modeller af vores solsystem

Byg modeller

Vi har svært ved at forestille os de store himmellegemer og meget lange afstande. Derfor er det meget illustrativt at fremstille nogle modeller i målforhold. Det er imidlertid svært at få både størrelserne og afstandene med i samme model, der let vil blive 10-15 km lange. Derfor skal I fremstille to modeller.

Målet er, at I kan

- arbejde med store tal og målforhold.

Materialer

Målebånd
Masser af papir
Farver



Illustration: ICP

Model af Solen og planeternes størrelse

Forslag til fremgangsmåde
Mål højden i klasselokalet.
Modellen af Solen skal gå fra gulv til loft.
Hvor mange kilometer svarer en centimeter til?
Så har I et målforhold mellem model og virkelighed og kan tegne planeterne og hænge dem op på klasselokalets vægge.

Model af afstandene mellem Solen og planeterne

Forslag til fremgangsmåde
Mål længden af den længste gang på skolen.
Hvor mange kilometer svarer en centimeter til?
Så har I et målforhold og kan placere Neptun i den ene enden og Solen i den anden – men kun med navneskilte.

Se tegningen af solsystemet på næste side.

Ideer

Prøv at udregne afstandene med målforholdet for størrelserne og modsat.
Så kan man se, hvor lang en planetmodel vil blive for at kunne se den mindste planet.

Søg oplysninger til jeres modeller

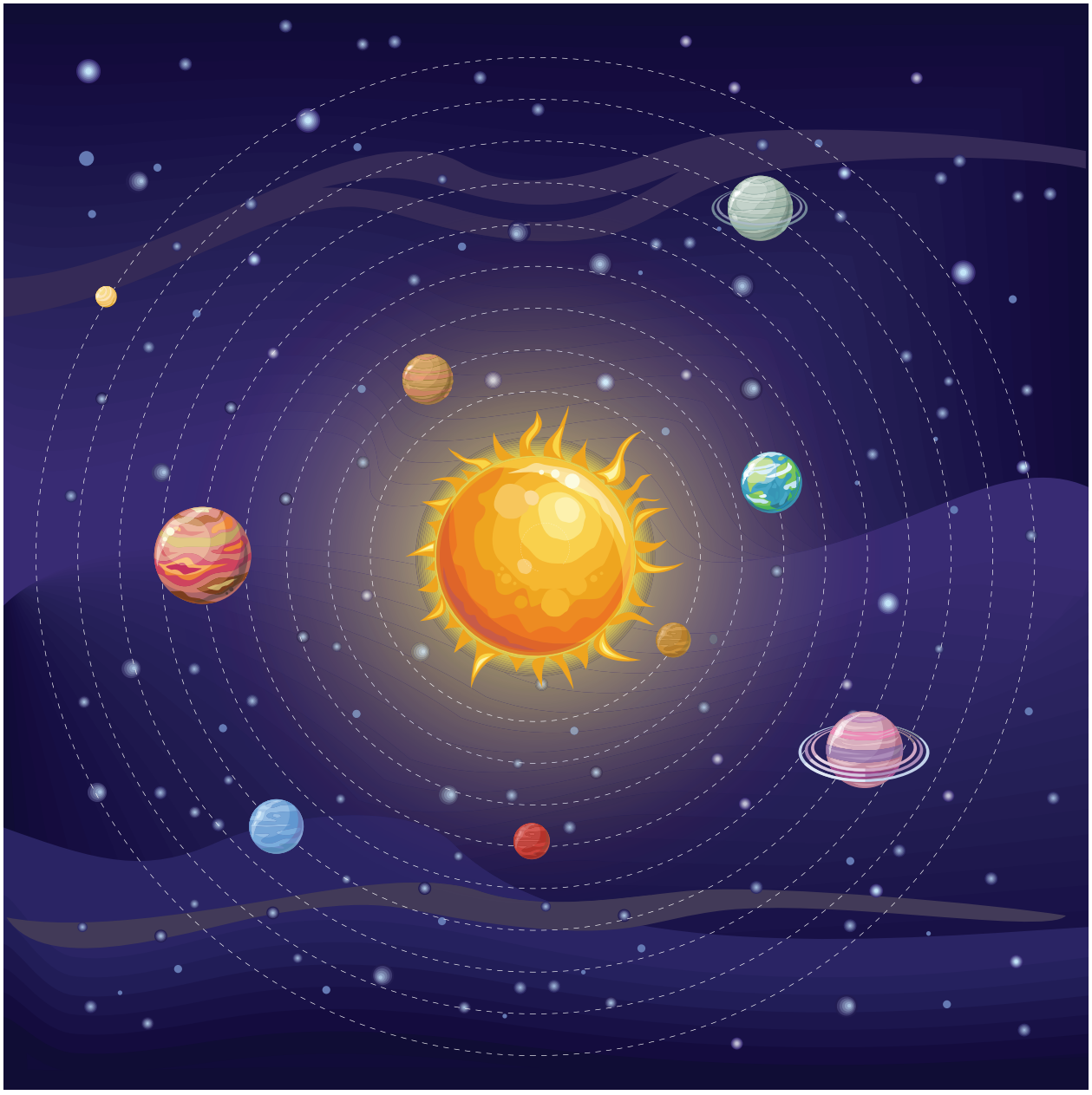


Illustration: ICP

	Størrelse	Afstand fra solen
Solen		
Merkur		
Venus		
Jorden		
Mars		

	Størrelse	Afstand fra solen
Jupiter		
Saturn		
Uranus		
Neptun		
Pluto		

Matematik og astronomi

Klassetrin og omfang

Mest udskoling, men mellemtrins elever kan også deltage i et vist omfang
Tidsforbrug: 4-6 lektioner for hvert af elevoplæggene.

Forløb Hvor langt kan vi se? Hvor meget kunne Andreas Mogensen se? Er Jorden rund? Tal om Universet En model af vores solsystem Matematiske stofområder	Matematiske kompetencer: Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra		■				
Geometri og måling		■				
Statistik og sandsynlighed						

Elevforudsætninger

Kendskab til anvendelse af formler fx Pythagoras' læresætning.
Anvendelse af et dynamisk geometriprogram fx GeoGebra.

Aktiviteter

Elevoplægget
Hvor langt kan vi se?

Eleverne arbejder med en skitse, som de kan bruge til at tegne modellen i fx GeoGebra og lade programmet regne, eller til selv at bruge Pythagoras til beregningerne.
Eleverne kan også arbejde med en alternativ formel.

Elevoplægget
Hvor meget kunne Andreas Mogensen se?

Eleverne kan bruge skitsen til at fremstille en dynamisk tegning i fx GeoGebra.

Andreas kan på et givet tidspunkt ikke se ret meget mere end det, der svarer til Europa uden Rusland.

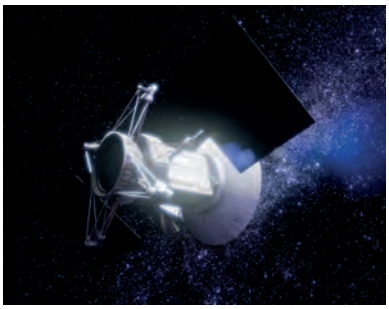
Elevoplægget
Er Jorden rund?

Genberegning af Erastothenes måling og beregning af Jordens omkreds.

Elevoplægget
Tal om Universet

En række beregningsopgaver, som kan være overraskende.
Facit til spørgsmålene

1. 40 053 km
   r= 6 378 km
2. 39 600 km/t, 11 000 m/s
3. Næsten 10 min
4. Næsten 10 timer
   Ca. 452 timer
   Næsten 19 dage
5. Næsten 79 dage, ca. 10 år
6. 0,13 s, 4 min, lidt over 1 s
7. 9400 milliarder km
   8 min 20 s
8. 1 år og 9 måneder
9. 1900 L
10. Ca. 110 000 år
11. 1666 km/t
    463 m/s
    Ca. 230 m/s
    30 km/s
    52 min



Elevoplægget
Modeller af vores solsystem

To modeller af vores solsystem. En der viser forskellen i størrelse af Solen og planeterne, og en der viser afstandene.



Illustrationer: ICP

Afsnit 9

Matematik og fysik



Illustration: ICP

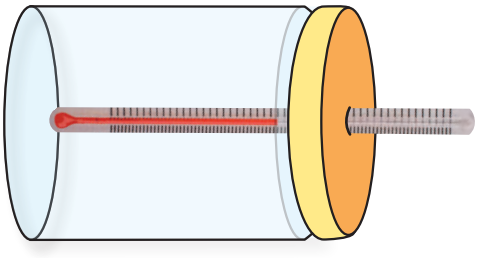
Chillfaktor

Eksperiment

Det er koldere, når det blæser! Det kaldes chill-faktoren.

Målet er, at I kan

- Lave beregninger og eksperimenter omkring chillfaktoren, som er den følte kulde.





Måleudstyr til chillfaktor. Der skal bankes et hul i låget med et søm, så termometeret kan stikkes ind i glasset.

Fremgangsmåde

1

Gå udenfor, helst en dag, hvor det blæser. Forsøget må ikke udføres i direkte solskin.
Mål temperaturen og prøv at vurdere vindstyrken fx let vind, eller frisk vind. Se *Vindoversigt*.
Hvis I har en vindmåler, er det selvfølgelig bedst.

2

Opvarm termometeret, fx med varmt vand. Husk at tørre termometret efter.

3

Hold termometret frit i vinden og aflæs temperaturen hvert 5. sekund, indtil temperaturen ikke aftager mere.

4

Gentag forsøget, men denne gang skal termometeret efter opvarmning hurtigt stikkes ind i syltetøjsglasset, hvor der er vindstille. Noter resultaterne.

5

Gentag forsøget flere gange for at kontrollere resultaterne.

7

Tegn en graf, der viser temperaturen som funktion af tiden i et koordinatsystem. Se eksempel på siden *Måleresultater*.

Fakta

Chillfaktor

Hvis det blæser en kold vinterdag, hvor temperaturen er 0°C, vil det måske føles som -12°C. Det kaldes chill-faktoren.

Materialer

Et termometer
Et stort syltetøjsglas
Søm og hammer til at banke hul i låget
Tidsmåler,
fx din mobiltelefon

Undersøg

Hvad var chill-faktoren i jeres forsøg?
Brug beregningsmetoden fra siden *Måleresultater*.
Stemmer jeres resultater overens med skemaet på kopiarket?
Undersøg om jeres resultater passer med denne formel:

$$c = (T - 33) \cdot (0{,}48 + 0{,}45 \cdot \sqrt{v} - 0{,}044 \cdot v) + 33$$

hvor c er den følte temperatur i °C,
T er den målte temperatur i °C og
v er vindhastighed i m/s.

I vil sikkert ikke få de samme resultater, hvilket kan skyldes mange forskellige unøjagtigheder, hvilke fx?
Sammenlign med DMIs skema på https://kortlink.dk/dmi/2ft9p

Ideer

Prøv at gentage forsøget en anden dag med en anden vindstyrke og temperatur.

Vindoversigt

Prøv at vurdere vindstyrken.

Betegnelse	Vindens virkninger		Beauforts skala	Vindhastighed		
	På land	På åbent hav		knob	m/s	km/t
Stille	Røg stiger lige op	Havet spejlblankt	0	<1	0,0-0,2	<1
Næsten stille	Røg viser netop vindens retning	Små krusninger, ingen skum.	1	1-3	0,3-1,5	1-5
Svag vind	Vinden føles i ansigtet. Små blade bevæger sig. Vimpel løftes.	Korte småbølger, som ikke brydes.	2	4-6	1,6-3,3	6-11
Let vind	Blade og små kviste bevæger sig. Lette flag strækkes.	Kraftige småbølger. Toppene begynder at brydes. Glasagtigt skum.	3	7-10	3,4-5,4	12-19
Jævn vind	Støv og papir løftes. Kviste og mindre grene bevæger sig.	Mindre bølger med hyppige skumtoppe	4	11-16	5,5-7,9	20-28
Frisk vind	Små løvtræer svajer.	Middelstore, langagtige bølger	5	17-21	8,0-10,7	29-38
Hård vind	Store grene bevæger sig	Store bølger med skumtoppe overalt.	6	22-27	10,8-13,8	39-49
Stiv kuling	Større træer bevæger sig	Hvidt skum fra bølger, der brydes	7	28-33	13,9-17,1	50-61
Hård kuling	Kviste og grene brækkes af	Temmelig høje og lange bølger. Skumsprøjt.	8	34-40	17,2-20,7	62-74
Stormende kuling	Træstammer bevæges stærkt. Tagsten kan blæse ned.	Høje bølger, tætte skumstriber. Bølgetoppene begynder at vælte over.	9	41-47	20,8-24,4	75-88
Storm	Træer rives op med rode. Skader på huse.	Meget høje bølger. Vandet er næsten hvidt.	10	48-55	24,5-28,4	89-102
Stærk storm	Talrige ødelæggelser	Meget høje bølger, havet dækket af skumflager.	11	56-63	28,5-32,6	103-117
Orkan	Voldsomme ødelæggelser	Luften fyldt med skumsprøjt. Lav sigtbarhed.	12	>64	>32,7	>118

Kilde: Københavns Universitets Almanak 2022

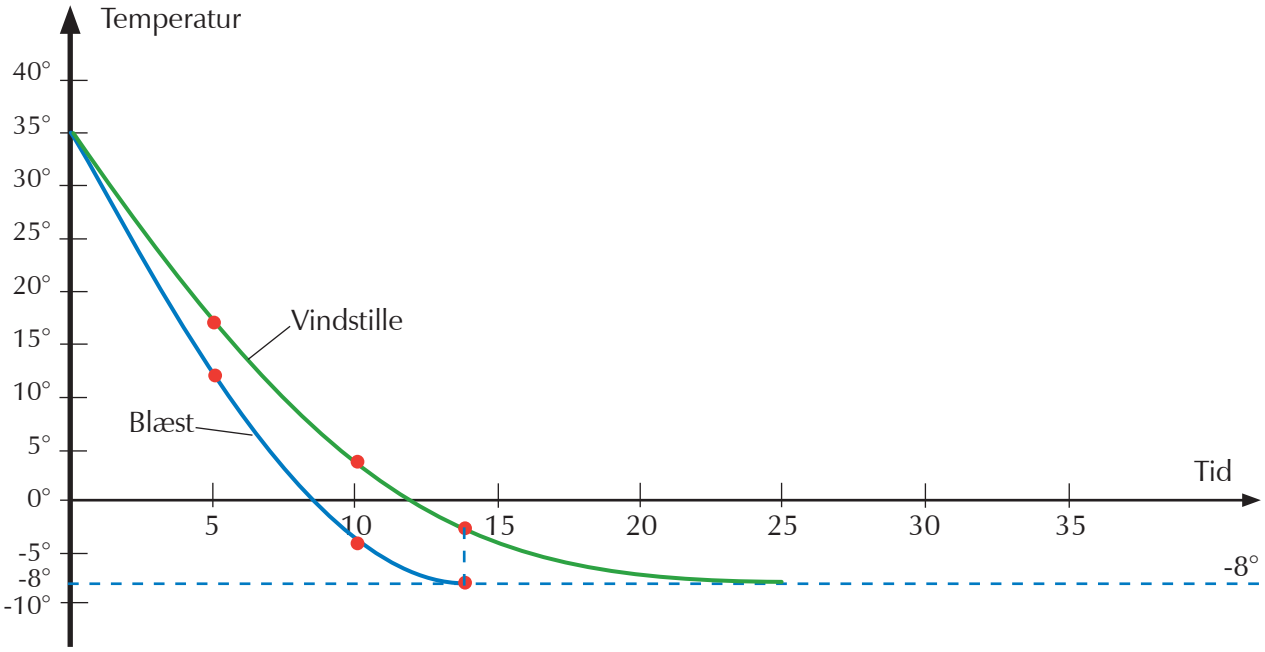
Måleresultater

Navne _____

Dato _____ Vindstyrke _____ Temperatur _____

Tid mellem målingerne	Blæst temperatur	Vindstille temperatur
Start		
5 sek.		
10 sek.		
15 sek.		
20 sek.		

Tegn en graf som denne over jeres måleresultater.



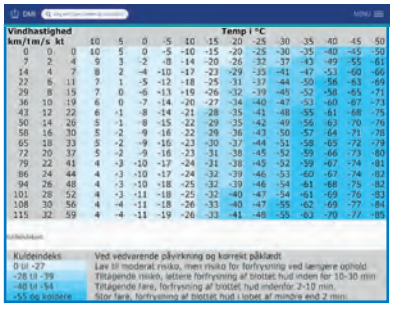
Beregningmetode

På grafen kan det ses, at da "blæst-kurven" nåede -8°C var den 6°C under "stille-kurven".

Man kan i dette tilfælde polulært sige, at chill-faktoren var -8 - 6 = -14

Besøg DMI

PÅ DMI findes et skema over sammenhængen mellem vind-hastighed og temperatur. Det er den kombinerede virkning af temperatur og vindstyrke, kaldet chill-faktor.
https://kortlink.dk/dmi/2ft9p



Pendulets svingningstid

Tre forsøg

I skal undersøge et penduls svingningstider i forhold til sytrådens længde, loddets vægt og udsving (amplituden).

Målet er, at I kan

- måle tid, vægt, vinkler og længder
- anvende vinkelmåler, lineal, vægt og stopur
- vurdere undersøgelserne og se, om der er en sammenhæng.



Foto: Dorte Sørensen og Lene Hansen

Materialer

I skal bruge nogle lodder, noget sytråd, et stopur, vinkelmåler, lineal og saks samt skrivematerialer.

Undersøg

Hvad kan et penduls svingningstid være afhængigt af?

Hvilke ting kan I forestille jer, at I kan undersøge og hvordan?

Vælg en ting og find en måde at undersøge den på gennem forsøg.

Udfør forsøget og skriv resultaterne ned i journalarket.

Vurder og konkluder på jeres forsøg.

I kan eventuelt lave en matematisk argumentation for det, I når frem til i jeres undersøgelser.

Fremgangsmåde

Overvej hvilke parametre I kan ændre på i et pendul, så svingningstiden ændres.

Svingningstiden er den tid, det tager for pendulet at svinge en tur frem og tilbage.

Opstil forsøg, hvor I prøver jeres hypoteser af.

Vurder forsøgsresultaterne, og konkluder på den enkelte forsøgsrække.

Forbered fremlæggelse for klassen.

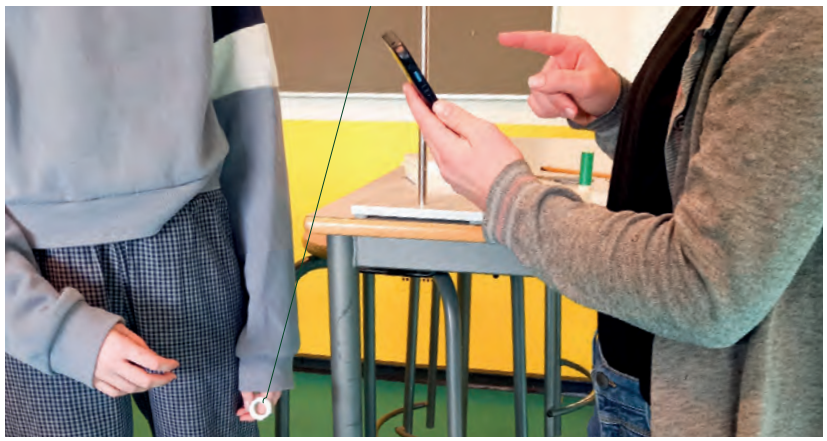


Foto: Dorte Sørensen og Lene Hansen

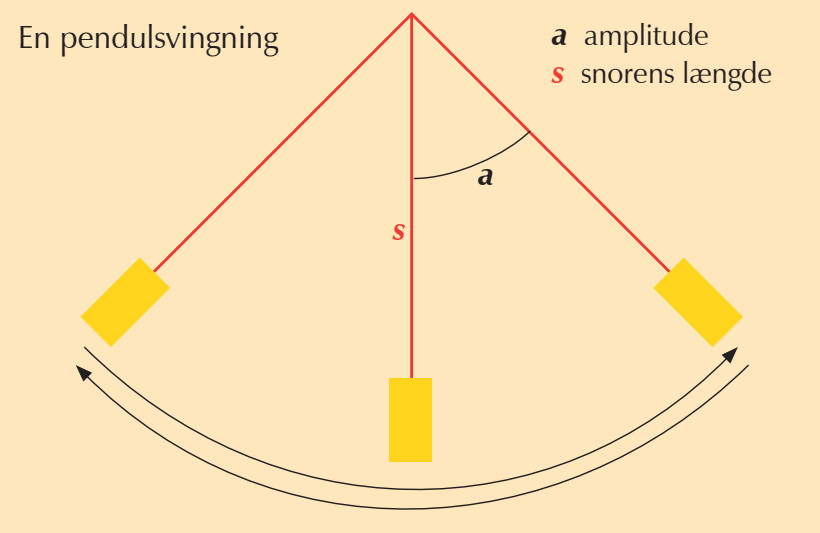
Journalark om pendulet

Svingningstid

I skal måle tiden for 10 svingninger i hvert eksperiment.

Husk, at en svingning er loddets tur frem og tilbage.

I skal lave 3 tidsmålinger til hvert pendulforsøg.



Forsøg 1

Loddet skal veje det samme, og snorens længde skal være den samme i dette forsøg.

Loddets vægt _____ g **Sytrådens længde** _____ cm

Variabelt mål for amplituden med vinkelmåler	Tid i sekunder for 10 svingninger Foretag 3 tidsmålinger for hvert pendul		
°			
°			

Forsøg 2

Sytrådens længde og amplituden skal være den samme. I skal vælge et tungt og et let lod i dette forsøg.

Amplitude _____ ° **Sytrådens længde** _____ cm

Variabel Loddets vægt	Tid i sekunder for 10 svingninger Foretag 3 tidsmålinger for hvert pendul		
g			
g			

Forsøg 3

Loddet skal veje det samme og amplituden skal være den samme i denne øvelse.

Amplitude _____ ° **Loddets vægt** _____ g

Variabel Sytrådens længde	Tid i sekunder for 10 svingninger Foretag 3 tidsmålinger for hvert pendul		
cm			
cm			

Pendulet

Klassetrin og omfang
Indskoling, mellemtrin og udskoling.
2-6 lektioner alt efter hvor mange undersøgelser og efterbehandlinger der skal laves.

Elevforudsætninger
Almindelige matematikkundskaber på de forskellige trin.



Foto: Dorte Sørensen og Lene Hansen

Forløb Definition, hypotese, sætning Alt skal bevises Alt kan ikke bevises – endnu	Matematiske kompetencer	Problembehandling	Modellering	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder							
Tal og algebra			■	■			■
Geometri og måling			■	■			■
Statistik og sandsynlighed							



Foto: Dorte Sørensen og Lene Hansen

Aktiviteter
Elevoplægget
Pendulet kan svinge
Henvender sig til indskolingen. Elevoplægget bruges sammen med *Arbejdsark om pendulet*. Det kan være svært at holde ophængningspunktet stille. Alternativt kan bruges et stativ fra fysiklokalet.

Elevoplægget
Pendulets svingningstid
Henvender sig til mellemtrinnet. Elevoplægget bruges sammen med *Journalark om pendulet*.

Elevoplægget
Pendulets svingningstid som formel
Henvender sig til udskolingen. Elevoplægget bruges sammen med et dynamisk geometriprogram, fx GeoGebra.

Ekstra
Det er muligt at bevæge sig op eller ned i de forskellige elevoplæg afhængig af tid og klassernes formåen.

Til udskolingen kan I prøve at lave pendulmalerier. Se beskrivelsen på næste side. Man bør have gennemgået nogle af øvelserne om pendulet.

Evaluering
Opsamling mellemtrin og udskoling:

Lad eventuelt grupperne arbejde med hver sin del af forsøgsområdet afhængig af tidsforbruget.

Lad grupperne fremlægge for hele klassen eller lad to grupper fremlægge for hinanden.

Lissajous – pendulmalerier

Lissajousfigurer

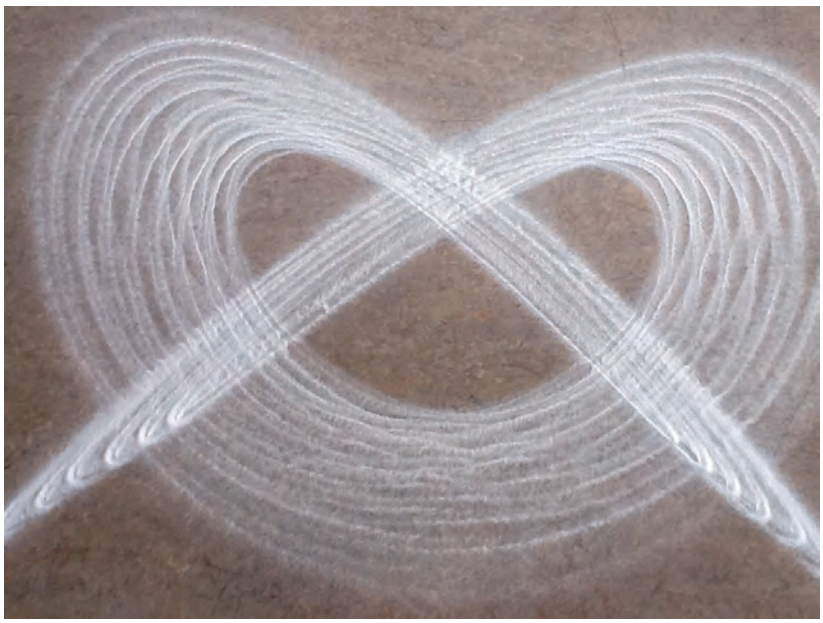


Foto: Svend Hessing

Fakta
Pendulmalerier
Lissajousfigurer er ikke bare til pynt, men anvendes inden for fysikken - elektronik og svingninger.

Den matematiske baggrund skyldes den franske fysiker Juels Antoine Lissajous (1822-1880) og den amerikanske sømand og matematikker Nathaniel Bowdetsch (1773-1838).

Fremgangsmåde
Man tager en tom konserves-dåse og laver et hul i midten af bunden af dåsen på ca. 3 mm.

Desuden skal der være to huller modsat hinanden lige ved dåsen kant, så der kan bindes en snor i.

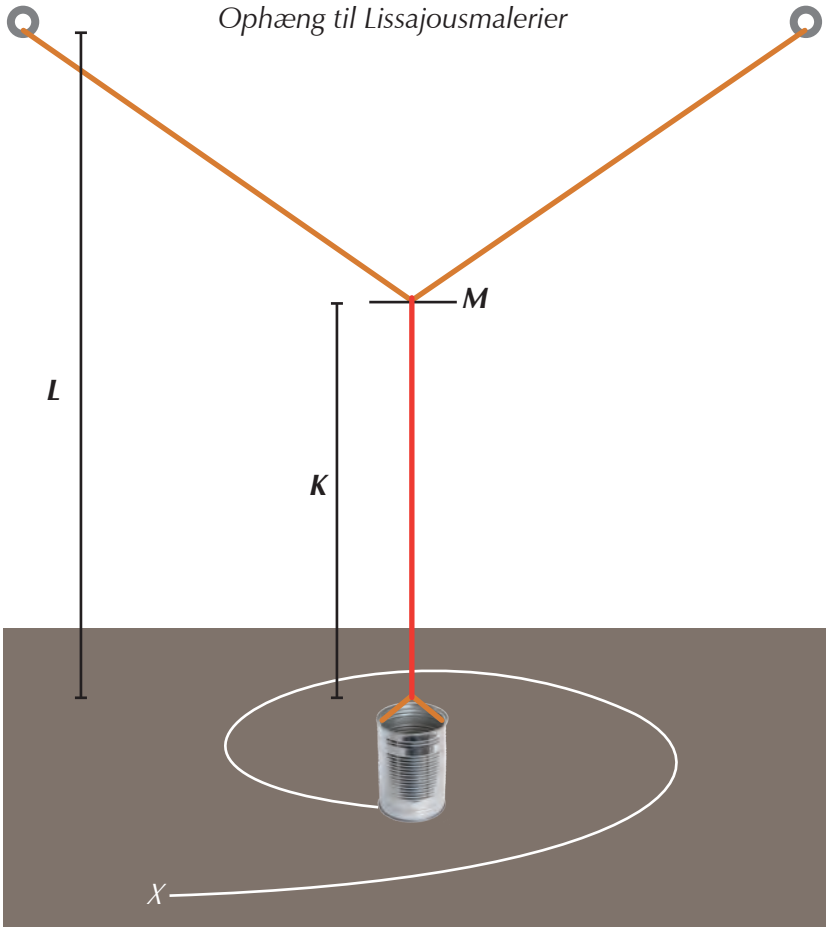
Dåsen hænges op som vist på tegningen.

Dåsen hænges 5 cm over gulvet.

Dåsen skal fastgøres til midten af fastgørelsespunktet.

Fyld fint salt i dåsen og sæt den i svingninger.

Søg på nettet efter formler for at finde snorens rette længde, så I får nogle særlig pæne og harmoniske lissajousfigurer.



Afsnit 10

Leg med Matematikken



Foto: Susanne Haugaard

- En leg du kan regne med

**I gamle dage brugte man simple redskaber til at regne med.
I starten af 1960-erne kom de første elektroniske regnemaskiner.**

Målet er, at I kan

- undersøge forskellige løsningsmuligheder
- forklare og forstå egne og andres refleksioner.

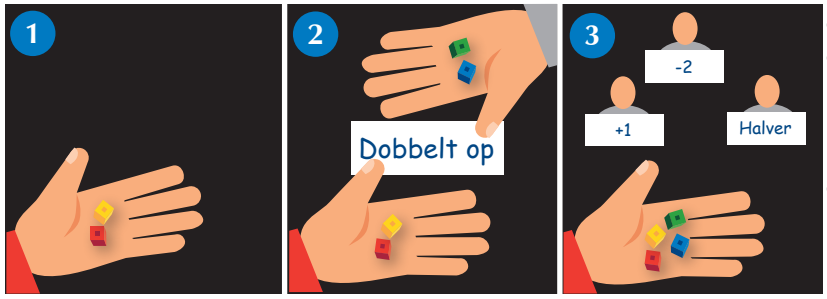
Regnemaskinen var et kæmpe spring for udviklingen i datalogien, den matematiske verden og dermed i samfundet. Men hvordan fungerer den egentlig?

Legen

Denne leg handler om at skabe erfaringer omkring de fire regningsarter samt få et indblik i en helt simpel og analog form for kodning.

Om legen

I denne leg er der et fokus på at opleve udviklingen af værdier, når de udsættes for de fire regningsarter. Legen er udtænkt til at fungere lidt ligesom en simpel lommeregner. En lommeregner gør kun én ting ad gangen, og kun præcist hvad den får besked på. Det er derfor vigtigt at give den de rette kommandoer. I legen starter du med forskellige værdier, som udvikler sig undervejs. Din værdi bliver større eller mindre, når du bevæger dig igennem maskinerne.



Tegning: Marianne Kongsted Cordes

Materialer

Kopiark
Centicubes eller andet tællemateriale

Sådan fungerer det

Der findes fire maskiner. De hedder **+, -, halver og dobbelt op.**
For at bruge en maskine skal man aflevere sin værdi til maskinmesteren, som står for at udføre maskinens job. Sådan fortsætter man, indtil alle fire maskiner er brugt.

Introduktion

Start med 4 centicubes.
Gå igennem maskinerne i rækkefølgen:
Dobbelt op
-2
Halver
+1

Hvor mange centicubes har du nu?

Hvis det er det samme, som du havde i starten, så lykkedes det! Hvis ikke, så prøv igen.

Undersøg

Start med 5 centicubes. Gå igennem maskinerne i forskellige rækkefølger, og skriv ned undervejs, hvilken vej du gik. Alle maskiner skal besøges nøjagtigt én gang pr. tur.

Hvilken rækkefølge gav det højeste resultat? Det laveste? Kunne du lande på det samme, som du startede med?

Fordybelse

Tilføj en maskine, som I selv finder på. Kan du tilføje en maskine, hvor du stadig kan lande på det samme, som du startede med?

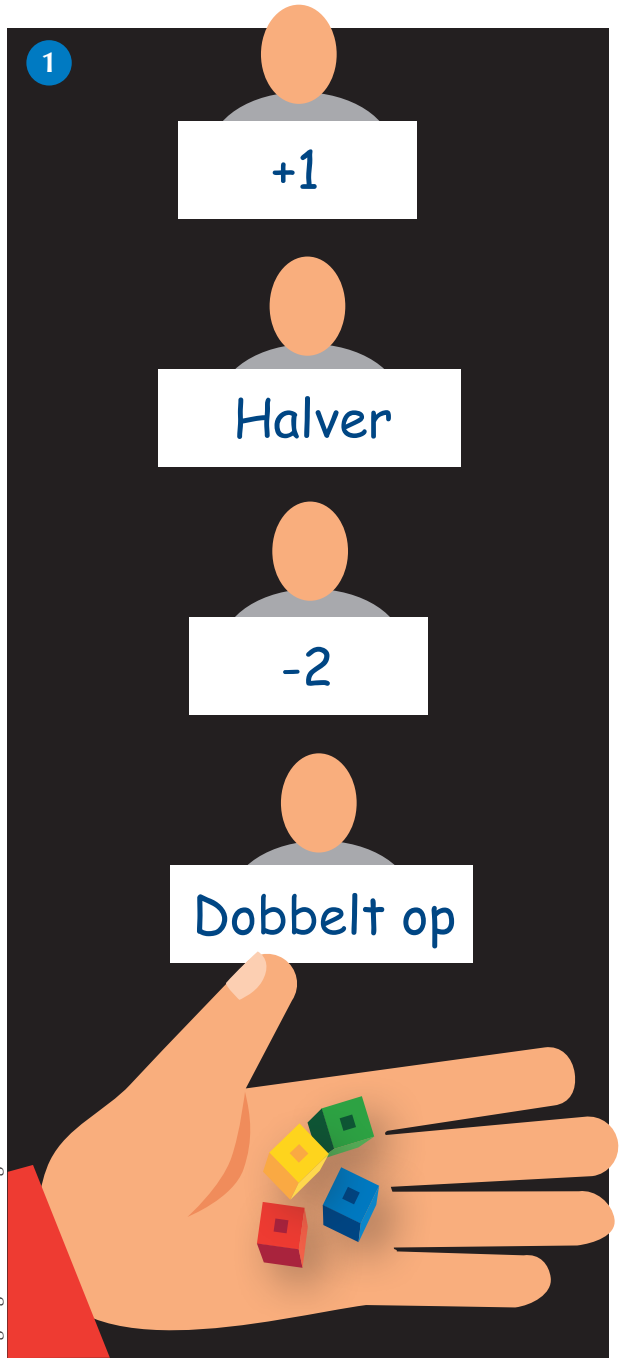
Ideer

Kan I lave 4 maskiner, hvor I får brugt både +, -, fordobling og halvering, og hvor I lander på henholdsvis 10? 20? 30?
Find selv på flere.

Sådan virker Fællesregneren

Følg regnemaskinens logik

Start med 4 centicubes. Gå igennem maskinerne i en bestemt rækkefølge. Noter rækkefølgen og hvad der sker. I skal være maskiner på skift.



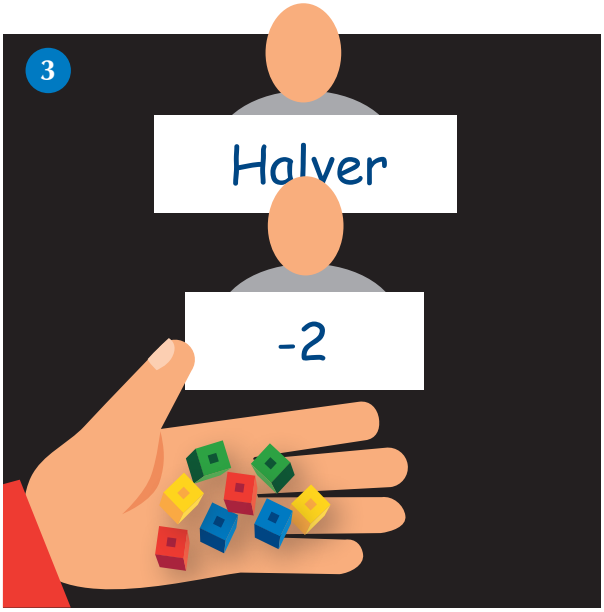
Tegning: Marianne Kongsted Cordes

Gå igennem maskinerne i rækkefølgen:

Dobbelt op	-2	halver	+1

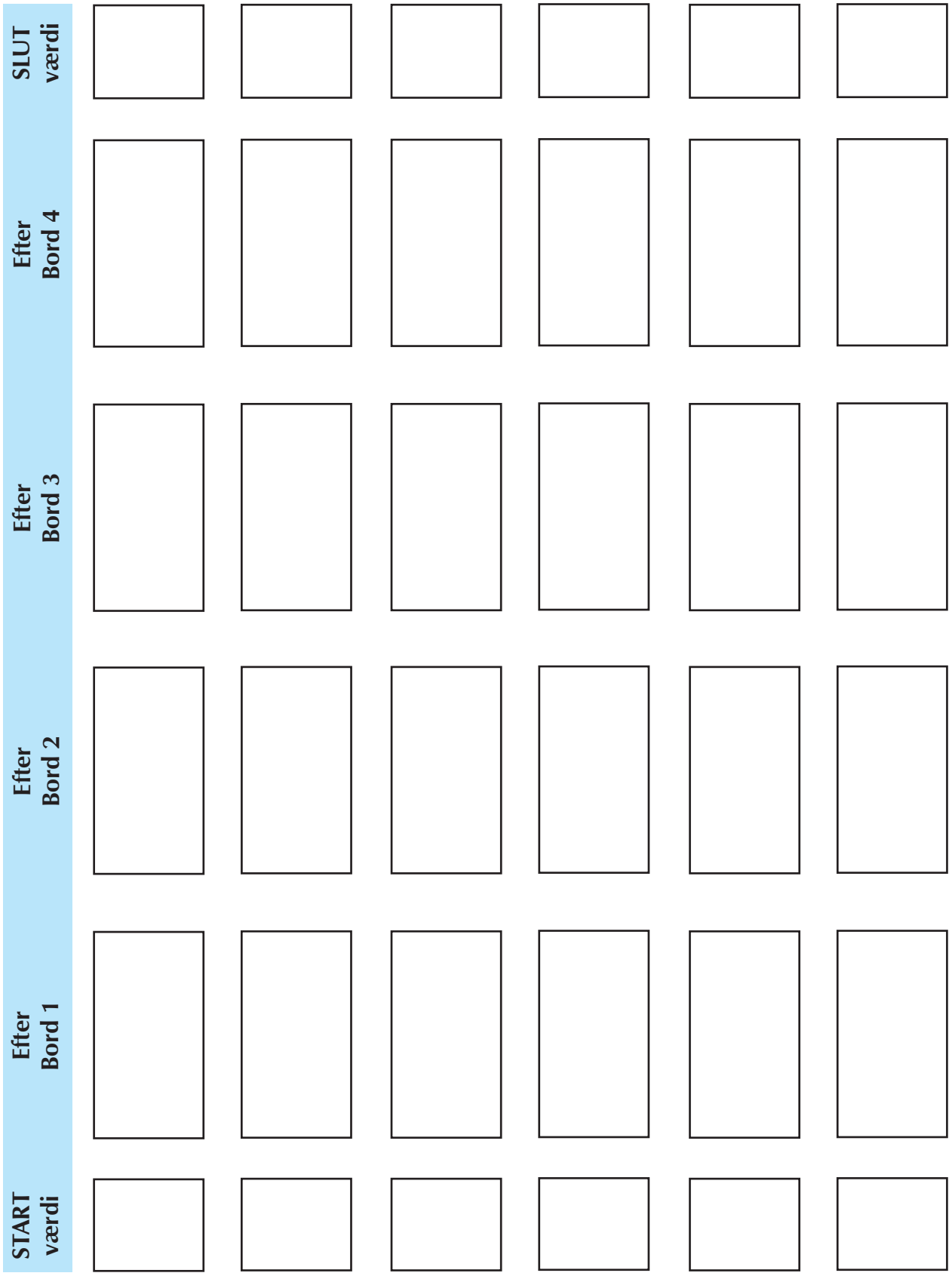


Den første maskine giver dig dobbelt op.
Nu har du 8 centicubes.
Gå videre til den næste maskine.



Hvor mange centicubes har du efter maskinerne? Hvis det er det samme, som du havde i starten, så lykkedes det! Hvis ikke, så prøv igen.

Udregningsark til Fællesregneren



Fællesregneren

Klassetrin og omfang
Indskoling og mellemtrin.
Varighed: 2-4 lektioner.

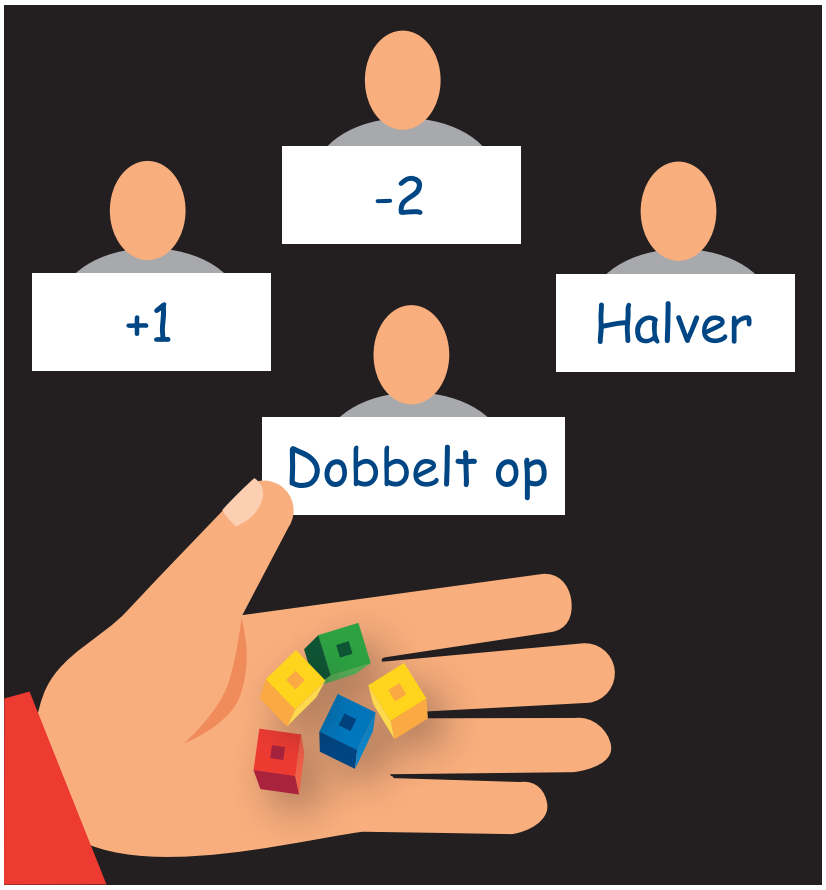
Elevforudsætninger
Det er en forudsætning, at eleverne kender til fordobling og halvering.

Din primære opgave er at facilitere de faglige diskussioner, der opstår i forbindelse med legens forskellige stadier.

Elevoplægget *Fællesregneren* kan eventuelt bruges som introduktion til arbejde i Scratch i udskolingen.

Forløb: Fællesregneren / Matematiske kompetencer	**Problembehandling**	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra	■		■			
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

Udregningsarket til Fællesregneren er blot et eksempel på en opstilling. Afprøv forskellige muligheder og se forskellen.



Tegning: Marianne Kongsted Cordes

Aktiviteter
Eleverne tages igennem oplevelsen af at tænke som en maskine (computationel tankegang). Dette gøres ved at gå igennem en række repræsentationer for funktioner i den typiske elektroniske regnemaskine. Målet er, at eleverne erfarer, at rækkefølgen af deres handlinger påvirker deres slutresultat.

Ekstra
Eleverne kan prøve at lave 4 maskiner, hvor de får brugt både +, -, fordobling og halvering, og hvor de lander på henholdsvis 10, 20, 30. Find selv på flere, og prøv hinandens maskiner.

Gå eventuelt i gang med Scratch eller MakeCode og se, om I kan lave jeres egne regnemaskiner digitalt.

Evaluering
Evalueringen ligger i de samtaler, du har med eleverne undervejs og i afrundingen af aktiviteterne.

Historien om kryds og bolle-spillet



Alfen Nys og hans møde med et nyt spil

Historie til højtlæsning i klassen som introduktion.

Alfen Nys bor langt ude i skoven under et stort træ.
Han er en ung alf på 100 år og er lige flyttet hjemmefra.
Han er en lille alf på kun 15 cm uden sin hue.
Huen fik han i 100 års fødselsdagsgave af sin mormor. Han har den på, både dag og nat.
Huen kan trylle ham andre steder hen, han skal bare sige nogle hemmelige trylleord.
Trylleordene lærte han på sin 100-års fødselsdag af sin morfar. De bad ham om at passe meget på, hvor han ønskede sin hen, og at han ALDRIG måtte blive set af menneskene eller endnu værre - tale med dem.

Nys er ikke hans rigtige alfenavn, men han bliver altid kaldt Nys, fordi han er meget nysgerrig.

Det er en fin forårsdag, hvor solen skinner, og Nys går som altid en tur i skoven.
Han kigger på alle træerne, som er begyndt at springe ud, og han kan også høre børn længere inde i skoven.
Nys ved godt, at han ikke må blive set af mennesker, men han er altså så frygtelig nysgerrig og vil rigtig gerne se, hvad børnene foretager sig.
Han går derfor forsigtigt efter lyden, og han finder hurtigt børnene.
Han gemmer sig bag et stort egetræ, og han kan se, at børnene løber rundt og samler pinde, blade og kogler op fra jorden. Han undrer sig lidt over, hvad de skal bruge alle disse ting til, og står derfor længe og kigger. Nu ser han, at børnene begynder at lægge pindene sammen til et kvadrat. Kvadratet deler de op i 9 små kvadrater. Børnene er sammen to og to, og de skiftes til at lægge fx enten en kogle eller en mælkebøtteblomst i kvadratet.



Tegninger: S. Haugaard

Det ser sjovt ud, og børnene griner også, men Nys kan ikke forstå, hvad de er i gang med.
Efter en times tid går børnene hjem, og Nys kan nu komme helt tæt på de indsamlede ting. Han kan dog stadig ikke helt finde ud af, hvad tingene skal bruges til, men han synes, det ligner et spil, og han prøver at flytte lidt rundt på tingene, men det giver ikke nogen mening. Det begynder at blive mørkt, så Nys må opgive at finde ud af mere i dag og begiver sig hjemad.

Næste dag går han hen til skolen, som ligger lige uden for skoven, og igen gemmer han sig, så han ikke bliver set.
Han kan se, at der er en flok børn, som leger. Da han får kigget nærmere efter, kan han se, at de har bygget de samme mønstre med sjippetove, som de byggede ude i skoven med pinde.
Ved hver af de 9 felter er der 6 børn, som bliver flyttet rundt af en af deres kammerater.
Han synes, det ligner samme leg som ude fra skoven, men han forstår stadig ikke reglerne, og det ser heller ikke ud som om, at de alle bruger de samme regler.
Heldigvis kan Nys nu se Tilde, som kommer gående over mod hans skjulested, og han bliver rigtig glad. Tilde er et menneskebarn, som hjalp Nys sidste år, da han sad fast under en sten. De er blevet rigtig gode venner. Da Tilde får øje på Nys, smiler hun og går over til ham.
Han spørger hende med det samme om, hvad børnene leger.
Hun forklarer ham, at det er et spil, som går ud på at få sat alle brikkerne på en stribe.
Hun forklarer, at man kan bruge mange forskellige ting som brikker, og at man som udgangspunkt spiller på en spilleplade med 9 felter, men at dette også kan ændres. Tilde spørger Nys, om de ikke skal gå ud i skoven, spille spillet og finde deres egne regler. Det vil Nys rigtig gerne. Har I ikke lyst til også at prøve at spille spillet med jeres egne regler?

Kryds og bolle

Undersøg spillet og find strategier

Læg seks sjippetove ud som en stor spilleplade. Brug jer selv som spillebrikker.

Målet er, at I kan

- undersøge forskellige spilleregler og undersøge, om der er nogle strategier, som er bedre end andre
- udarbejde en hypotese i forhold til en ny spilleregel og muligheden for at vinde.

Spilleregler

Der spilles efter de almindelige regler til kryds og bolle.

Kryds starter i første spil - næste omgang er det bolle.

6 - 12 deltager (hver brik består af en eller to elever)

Da det er menneskebrikker, må de gerne diskutere næste træk, og her kan det være en holdleder, som har det sidste ord. Holdledelsen kan gå på skift mellem børnene.

For at kunne se forskel på brikker benyttes pandebånd eller veste.

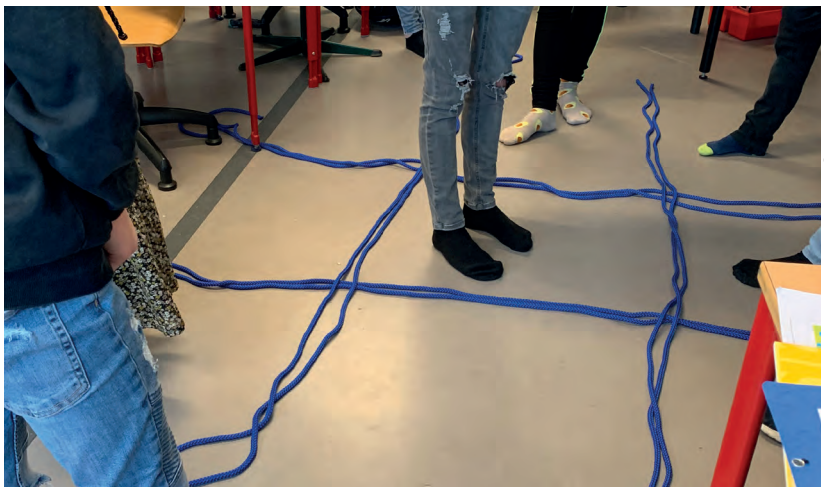


Foto: Susanne Haugaard



Foto: Susanne Haugaard

Undersøg

Undersøg andre regler.

Forslag til ændringer:
Spil efter almindelige regler, men nu med et tvunget startfelt.

Giv brikkerne numre. Brikkerne skal gå ind på brættet i rækkefølge og derefter flyttes i rækkefølge.

Når et hold har forladt et felt, skal feltet blokeres for holdet i næste spillerunde. Find en måde at markere det blokerede felt på.

Prøv at ændre banens størrelse og antallet af felter.
Hvad skaber det af muligheder eller problemer?

Bland eventuelt ændringerne.

Materialer

Sjippetov eller lignende til opmærkning af spillepladen

Pandebånd i karton eller veste, så man kan se, hvem der er på hold sammen.

Tænk engang

Kryds og bolle er et klassisk og simpelt topersoners strategi spil, hvis historie kan spores helt tilbage til det 12. århundrede før vores tidsregning.

De ældste eksempler på spillet er fundet ridset ind i tagsten i bygninger, der stammer fra det gamle Ægypten.

Kryds og bolle

Klassetrin og omfang
Indskoling, mellemtrin og udskoling.
Varighed: 2-6 lektioner.

Elevforudsætninger
Kendskab til reglerne i kryds og bolle.

Aktiviteter
Eleverne skal komme med ideer til ændring af spillereglerne og udarbejde en hypotese om spillet bliver sjovere, sværere, lettere.
Er der et godt første træk?
Kan der altid findes en vinder?

I nogle tilfælde ved udarbejdelse af nye spil med meget indviklede regler kan det være en fordel at benytte spillepladen.
Det kan klart anbefales, at eleverne også får mulighed for spille spillene med dem selv som brikker.

Spillet er velegnet til at blive spillet udenfor i skolegården eller i skoven.

Evaluering
Klassen udvælger i fællesskab kriterier for, hvad der er et godt kryds og bolle spil.

Hver gruppe udvælger det spil, de synes bedst opfylder klassens kriterierne for et godt spil.

Grupperne lærer hinandens spil.

Forløb **Kryds og bolle-spil**	Matematiske kompetencer	Problembehandling	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder							
Tal og algebra							
Geometri og måling							
Statistik og sandsynlighed							

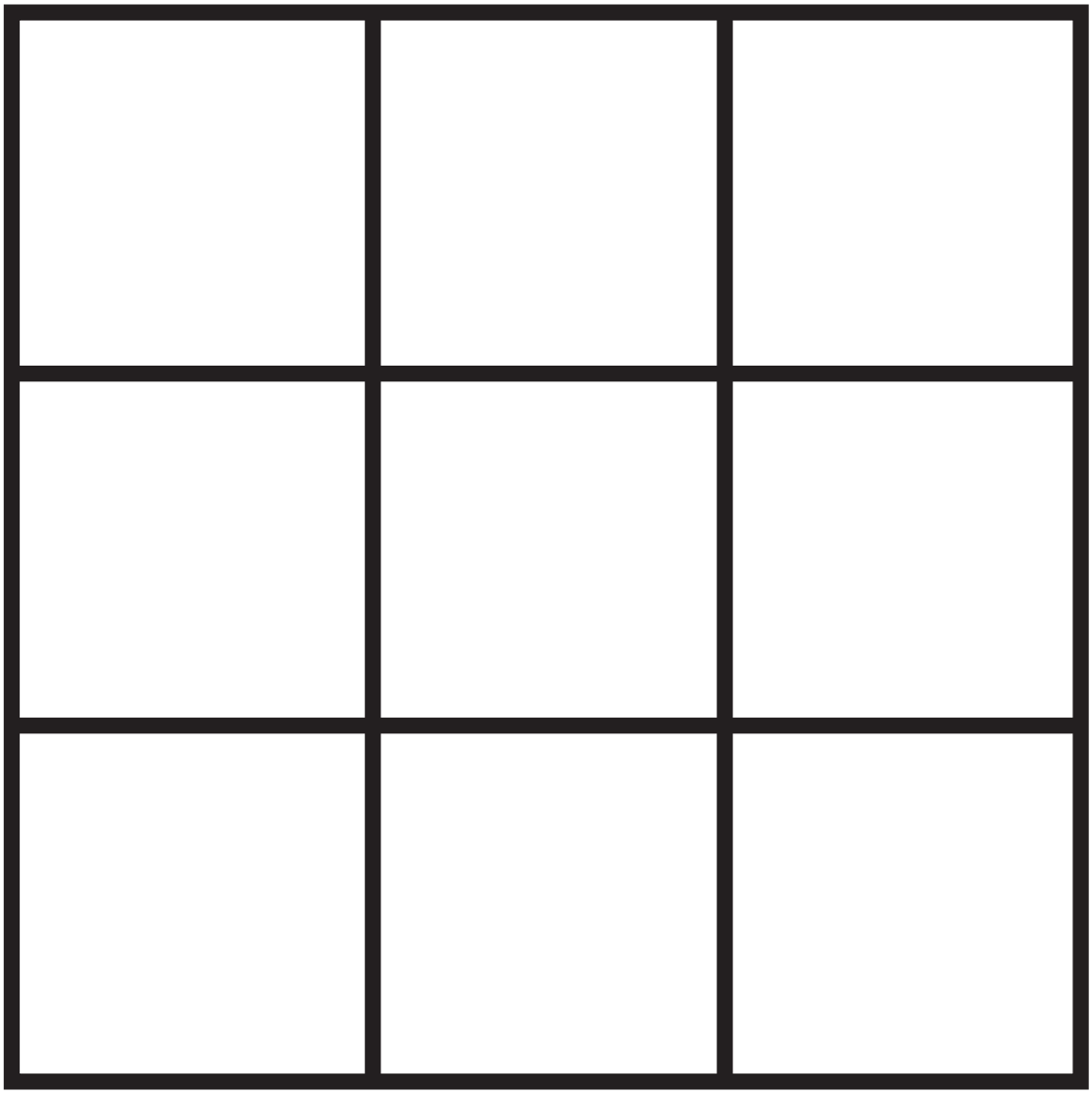


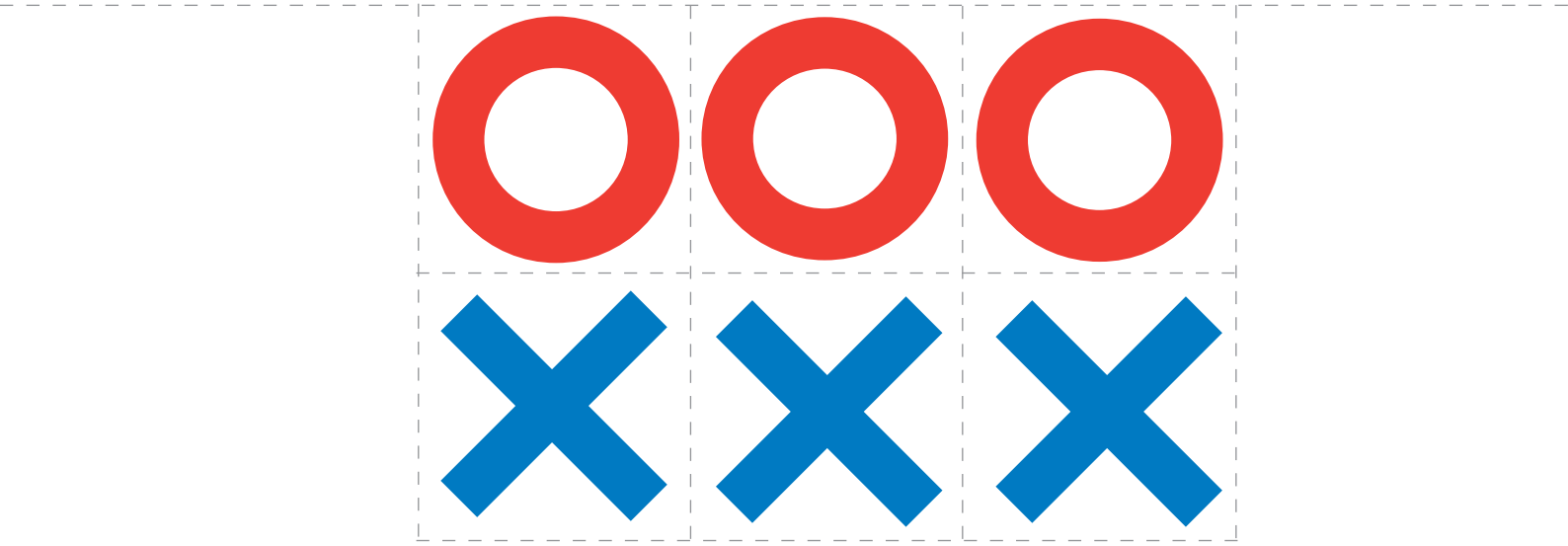
Foto: Susanne Haugaard

Fokus ord for indskolingen
- Kvadrat
- Felter
- Mønstre

Fokus ord for mellemtrin/ udskoling
- Hypotese
- Strategi
- Undersøgelse

Skabelon til Kryds og bolle-spil





Nyttige papirer

Hvordan løser man en enkel opgave lettest?



Fotos: Klaus Asbæk

Målet er, at I kan

- se muligheder
- anerkende andre metoder end egne
- tænke ud af de normale rammer.

Papir

Hvad bruger man denne slags papir til?

Hvor meget bruger du fx ved ét besøg?

Hvordan beskriver man, hvor meget man bruger?

Bruger alle lige meget?

Hvordan undersøger man det i skolen?

Undersøg

Danskere bruger i gennemsnit 12,5 kilo toiletpapir om året.

Undersøg om det passer! Og prøv at finde ud af hvor meget det er
- i ruller?
- i meter?
- i kvadratmeter?

Prøv at konstatere, om man kan bestemme, hvor meget det koster.

Er der forskel og hvorfor?

Ideer

Kan man udføre samme beregninger på fx:
Tandpasta
Opvaskemiddel





Materialer

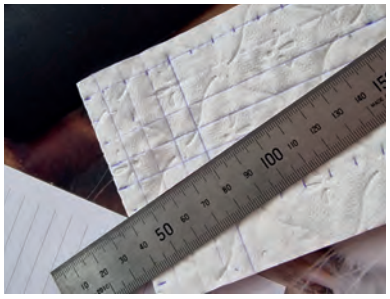
Toiletpapir
Lineal
Blyant
Computer

Indskolingsruller og Mellemruller

Klassetrin og omfang
Indskolingen/mellemtrinnet
Varighed: 2-4 lektioner

Elevforudsætninger
Forståelse for hverdagssituationer.
Forståelse af addition og evt. multiplikation.
På mellemtrin er forståelse om areal og omregning praktisk at have viden om.

Forløb **Indskolingsruller** **Mellemruller**	Matematiske kompetencer: Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder						
Tal og algebra		■				
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						



Evaluering
Man samtaler i klassen om de enkelte oplevelser og i gruppearbejder gerne med fremlæggelse af undersøgelserne.

I evalueringen bør eleverne opfordres til at tænke "skævt", så snakken kan blive udefra og ind til emnet.
Ikke alt behøver være lige til at skrive ned på papir, så måske skal man også lade eleverne vise, hvad de erfarede – også gerne de "fede" fejl.

Aktiviteter
Afhængig af om det er gruppe- eller individuelt arbejde, gives en pakke toiletpapir eller X antal ruller til indledende undersøgelser.

Eleverne skal prøve at tænke sig til metoder, de kan bruge, for at finde en størrelse på forbrug af fx toiletpapir.
Andre scenarier kan indtænkes.

De yngste kan lave flere ting på egen hånd og sammen i små grupper.

På mellemtrinnet kan man sagtens lave små hold, hvor man også kan differentiere ved at udvide med PPT eller videofremlæggelse.



Fotos: Klaus Asbæk

Musik og nodevidenskab



Illustrationer: ICP

Brøker og noder

Noder er ren matematik

Nu skal vi grave lidt ned i musik og nodevidenskaben. Noder er den rene matematik, bygget systematisk op omkring brøker. Det fantastiske ved noder er, at det er et universelt sprog, så lige meget hvor du befinder dig i verden, taler og skriver vi samme nodesprog.

Målet er, at I kan

- lave en kobling mellem brøker og noder
- Forstå hvordan man bygger en takt op
- Undersøge forskellige nodeværdier.

Vi skal arbejde med $\frac{4}{4}$ takter, fjerdedels-noder, ottendedels-noder, sekstendedels.noder og fjerdedels-pauser.

Hvis der står det samme tal i tælleren og nævneren, har vi en hel, og i denne opgave skal vi lave hele $\frac{4}{4}$ takter.
Vi skal således bruge fire $\frac{1}{4}$ noder for at få en hel takt, fordi $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}$
Derved har vi en hel.

Når vi bruger $\frac{1}{4}$ pauser gælder det samme som ved $\frac{1}{4}$ noder.
Altså $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}$

Nu kan vi begynde at mixe noder og pauser til en takt.



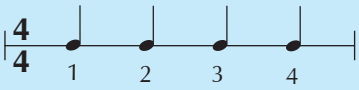
Når vi bruger $\frac{1}{8}$ noder, skal der dobbelt så mange til for at udfylde en $\frac{4}{4}$ takt. Så for hver $\frac{1}{4}$ går der to $\frac{1}{8}$ noder.
Vi skal også bruge $\frac{1}{16}$ noder.
Der er 16 af dem på en $\frac{4}{4}$ takt.
De skal spilles dobbelt så hurtigt som $\frac{1}{8}$ noder.

Brøker og noder

En brøk består af en tæller, en nævner og en brøkstreg.

Brøkstreg → $\frac{1}{4}$ ← Tæller
← Nævner

Her er en $\frac{4}{4}$ takt



$\frac{1}{4}$ node ser sådan ud

$\frac{1}{4}$ pause ser sådan ud

$\frac{1}{8}$ node ser sådan ud

$\frac{1}{16}$ node ser sådan ud

Undersøg

Brug kortene fra kopiarket til at sammensætte dine egne $\frac{4}{4}$ takter. Der skal bruges 4 kort til en takt.

Vi kalder $\frac{1}{4}$ noden for *Da*, $\frac{1}{8}$ noderne for *Di-di*, $\frac{1}{16}$ noderne for *Tyg-ge-gum-mi*, og $\frac{1}{4}$ pausen for *Schyy*.

Prøv om du kan spille eller sige de takter, du har lavet.

Skriv dine egne takter på papir.

Leg dirigent og lad de andre i klassen prøve, om de kan spille eller sige dine takter.



Foto: ICP

Ideer

Undersøg, hvad der sker, hvis vi begynder at bruge $\frac{1}{32}$ noder. Hvordan ser den ud, og hvad sker der med dens udseende i forhold til $\frac{1}{8}$ og $\frac{1}{16}$ noder.

Materialer

Kopiarkene *Noder* og *Brøker*.

Kopiark

Klip kortene ud og sæt dem sammen til $\frac{4}{4}$ takter.

 *Da*	 *Da*	 *Da*	 *Da*
 *Di-di*	 *Di-di*	 *Di-di*	 *Di-di*
 *Tyg-ge-gum-mi*	 *Tyg-ge-gum-mi*	 *Tyg-ge-gum-mi*	 *Tyg-ge-gum-mi*
 *Schyy*	 *Schyy*	 *Schyy*	 *Schyy*

Kopiark

Klip kortene ud og sæt dem sammen til $\frac{4}{4}$ takter.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$		
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$		

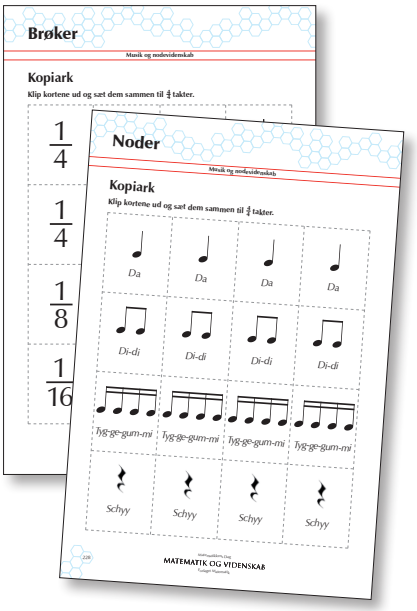
Brøker og noder

Klassetrin og omfang
Mellemtrin
Varighed: 4 lektioner

Elevforudsætninger
Det er en fordel, at eleverne har beskæftiget sig med brøker før.

Man kan gøre opgaverne lettere eller sværere alt efter elevgruppen. Se niveau højere og lavere i opgaverne for indskolingen eller udskolingen. Det er en god idé at arbejde tværfagligt med musik.

Aktiviteter
Gennemgå elevoplægget i klassen. Lad eleverne selv lege med at danne takterne. Husk at kopiere rigeligt af kortene *Noder og Brøker*.



Evaluering
Hold en lille koncert, hvor eleverne får lov at fremføre og sige deres musik og takter.

Forløb **Brøker og noder** Matematiske stofområder	Matematiske kompetencer Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	**Repræsentation og symbolbehandling**	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra		■		■		
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						



Foto: ICP