Aktivitetsoplæg til udskolingen

Samling af alle elevoplæg til udskolingen i bogens afsnit.
Klik på aktivitetsoplægget for at gå til siderne.

Aktivitetsoplæg	Side	Indskoling	Mellemtrin	Udskoling
Afsnit 1 Slip Videnskabsheltene fri – Escaperoom				
Slip videnskabsheltene fri C	24-25, 50-62			x
Afsnit 2 Matematik som videnskab				
Definition, hypotese, sætning	72, 75			x
Alt skal bevises!	73, 75			x
Alt kan ikke altid bevises - endnu	74-75			x
Afsnit 3 Matematik og forskning i vand				
Jordens istidscykler	106, 109			x
Isboringer i Grønland	107, 109			x
Forsøg med afsmeltning	108-109			x
Iskerneboringer	110, 114			x
Fra indlandsis til grundfjeld	111, 114			x
Cylinder og kasse i 3D	112, 114			x
Iskerneboringer og snefnug	113-114			x
Afsnit 4 Matematik i mennesket				
Historie og fakta om meteren	119	(x)	x	(x)
En pentagon i tegningen	120-121, 131, 136			x
Det gyldne snit, Gyldne trekanter	132-133, 136		x	x
Det gyldne snit i mennesket	134-136		x	(x)
Afsnit 5 Matematik fra hverdagssprog til videnskabssprog				
Måleenheder	138-145, 151			x
Udfoldede prismer	146-147, 151-158		(x)	x
Arkimedes' kugle i cylinder	148, 151			x
Densitet	149, 151			x
Brug Arkimedes' princip	150, 151			x
Afsnit 6 Matematik og historie				
Tidslinje	160-166, 174	x	x	x
Byg en skalamodel	167, 174	x	x	x
Mål en gravhøj	168, 174		(x)	x
Knud den Helliges gavebrev	169-171, 174		x	x
Matematik i krigens tjeneste	172-174		x	x
Eventyrlig matematik	175-177		x	(x)
Afsnit 7 Matematik til stort og småt				
Meget store tal	180-183, 186		x	x
Meget små tal	184-188		x	x
Afsnit 8 Matematik og astronomi				
Hvor langt kan vi se?	190, 196		(x)	x
Hvad kunne Andreas Mogensen se?	191, 196		(x)	x
Er Jorden rund?	192, 196		(x)	x
Tal om Universet	193, 196		(x)	x
Modeller af vores solsystem	194-195, 196		(x)	x
Afsnit 9 Matematik og fysik				
Når kulde og varme mødes	198-200			x
Chillfaktor	201-203		(x)	x
Pendulets svingningstid som formel	208-210			x
Afsnit 10 Leg med matematikken				
Kryds og bolle	216-219	x	x	x
Afsnit 11 Musik og nodevidenskab				
Med på noderne	231-233			x

x *Aktiviteten henvender sig til dette trin.*

Afsnit 1

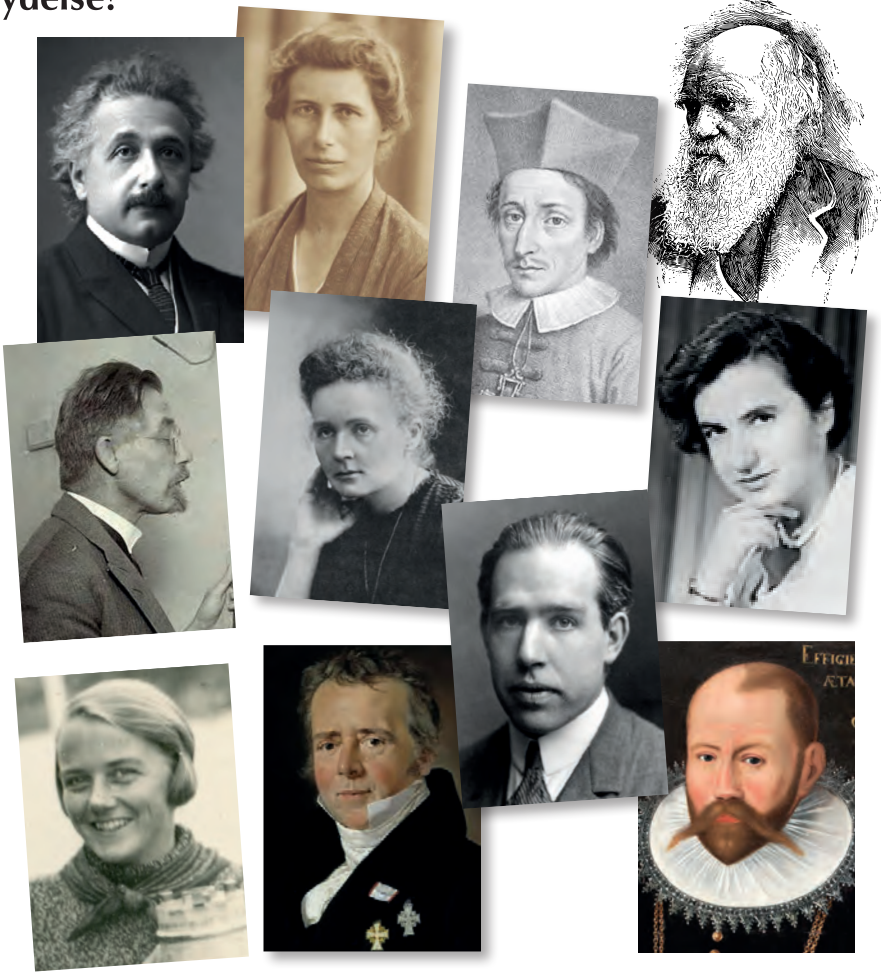
Slip videnskabsheltene fri! Escaperoom

Foto: ICP

Slip videnskabsheltene fri!

Escaperoom

Dr. Doom har kidnappet 11 af historiens største videnskabsfolk og låst dem inde i hver sin celle. Nu vil han bruge dem til at udføre verdens mest spektakulære forbrydelse!



Målet er, at I kan

- få lidt viden om de forskellige videnskabsfolk
- bruge jeres matematiske færdigheder.

Find koden og lås celledøren op

For at åbne dørene ind til cellerne skal I løse de matematiske udfordringer, som Dr. Doom har sat op.

Det er vigtigt, at I løser udfordringerne i den rigtige rækkefølge, ellers sender Dr. Dooms tidsmaskine jer tilbage til start.

Ved hver celle finder I en konvolut med en udfordring – løser I den korrekt, så kan I finde koden til celledøren.

Indtast koden i GoogleForms og håb at videnskabshelten har en idé om, hvor I nu skal gå hen…

Materialer

Blyant
Udregningspapir
Mobil, tablet eller PC
Kort over celler
Link til GoogleForms

Undersøg

Efter aktiviteten så find mere information om den videnskabshelt, der interesserede dig mest!

Bruger vi dét, de er kendt for den dag i dag?

Fremlæg hvad I har fundet ud af på en spændende måde.

Ideer

Prøv at udtænke jeres eget escaperoom.

Brug GoogleForms til at låse siderne bag et kodeord.

Udtænk opgaver, der ender med at give koden, der åbner for næste udfordring.

Slip videnskabsheltene fri! – Escaperoom

Klassetrin og omfang
Indskoling: A, Post 1-11.
Mellemtrin: B, Post 1-11.
Udskoling: C, Post 1-11.
Varighed: 2-4 lektioner.

Elevforudsætninger
1 telefon, tablet eller PC pr gruppe. Matematik og læsning skal være alderssvarende.

I indskolingen kan man klare sig uden elektronik og bruge et fælles smartboard i stedet.

Forberedelser
Print et sæt poster, se Escape-room A, B og C. Vær opmærksom på at printe til det rigtige trin. Læg posterne og tilhørende materiale i hver sin kuvert. Posterne placeres rundt om på skolen. Husk at markere hvor på et kort, så eleverne kan finde dem. *Dr. Dooms fangeoversigt* på side 62 kan også bruges.

Eleverne inddeles i grupper, max 10 grupper i alt.
2-3 elever pr. gruppe anbefales. Del GoogleForms-linket med eleverne i hver gruppe.

Svar i GoogleForms
For at sprede grupperne får hver gruppe et link til GoogleForms til at indskrive svar i.

Gr. 1 https://kortlink.dk/2g2a3
Gr. 2 https://kortlink.dk/2g2a4
Gr. 3 https://kortlink.dk/2g2a5
Gr. 4 https://kortlink.dk/2g2a6
Gr. 5 https://kortlink.dk/2g2a7
Gr. 6 https://kortlink.dk/2g2a8
Gr. 7 https://kortlink.dk/2g2a9
Gr. 8 https://kortlink.dk/2g2aa
Gr. 9 https://kortlink.dk/2g2ab
Gr.10 https://kortlink.dk/2g2ac

Forløb **Slip Videnskabsheltene fri!** **Escaperoom A, Post 1-11** **Escaperoom B, Post 1-11** **Escaperoom C, Post 1-11**	**Matematiske kompetencer**					
Matematiske stofområder	Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

Aktiviteter
Send grupperne ud til hver deres post, så ingen starter det samme sted. Hver post har en kuvert med en eller flere opgaver samt relevante materialer. Når eleverne har løst en opgave, ender de med en kode, som tastes i gruppens link til GoogleForms. Er koden korrekt bliver eleverne sendt videre til den næste post. Når de har løst alle 10 poster, vender de tilbage til klassen – her skal de løse en fælles opgave, så de kan sende videnskabsheltene tilbage til deres egen tid igen.

Facitliste
Facit på de tre niveauer er ens.

Inge Lehmann	7746
Albert Einstein	60
Rosalind Franklin	TGCA
Marie Curie	8
Niels Bohr	Lilla
Charles Darwin	50
Tycho Brahe	Leo
H.C. Ørsted	3792
Niels Steensen	1000
August Krogh	10
Marie Hammer	4

ALLE grupper slutter med Marie Hammer. Denne post bør være i klassen som det endelige opgør.

Marie Hammer, mellemtrin, B
Asien går fra (9,4) til (-1,0)
altså 10 venstre og 4 ned
NA går fra (-7,0) til (-3,-2)
altså 4 højre og 2 ned
SA går fra (-7,1) til (1,-1)
altså 8 højre og 2 ned
Afrika går fra (4,-2) til (2,0)
altså 2 venstre og 2 op
Endeligt svar = 4

Inge Lehmann, udskoling, C
Radius fra centrum til indre kerne er r = 93. Svar = 584,04
Fra indre kerne til ydre kerne er afstanden = 132. Svar = 1413
Fra ydre kerne til nedre kappe er afstanden = 258. Svar = 3033,24
Fra nedre kappe til øvre kappe er afstanden = 7. Svar = 3077,2
Læg de fire resultaterne sammen (8107,48) og træk derefter antallet af (grader i en cirkel (360) + 1,48) fra.

Evaluering
Tal om opgaverne i plenum: Hvad var svært? Hvad var vigtigt? Lad eventuelt hver gruppe fremlægge deres fremgangsmåde og løsning af én af opgaverne for resten af klassen.

Inge Lehmann

Foto: Det kongelige bibliotek og Københavns Universitets bibliotek

Jordens kerne

Inge Lehmann var en ukuelig seismolog, der trods et mandsdomineret forskningsmiljø blev en af verdens største kvindelige forskere. Ved hjælp af jordskælvs-data viste hun, at jorden har en fast indre kerne.

Hej, mit navn er Inge Lehmann. Jeg blev født i Danmark i år 1888 og døde i år 1993. Jeg blev 104 år.

Jeg er geofysiker og seismolog, og i år 1936 skrev jeg artiklen 'P', hvor jeg argumenterede for, at Jorden har en fast indre kerne.
Det er netop den opdagelse, jeg blev kendt for, men først i 1970'erne blev det endeligt bevist ved hjælp af nye og mere følsomme seismografer.

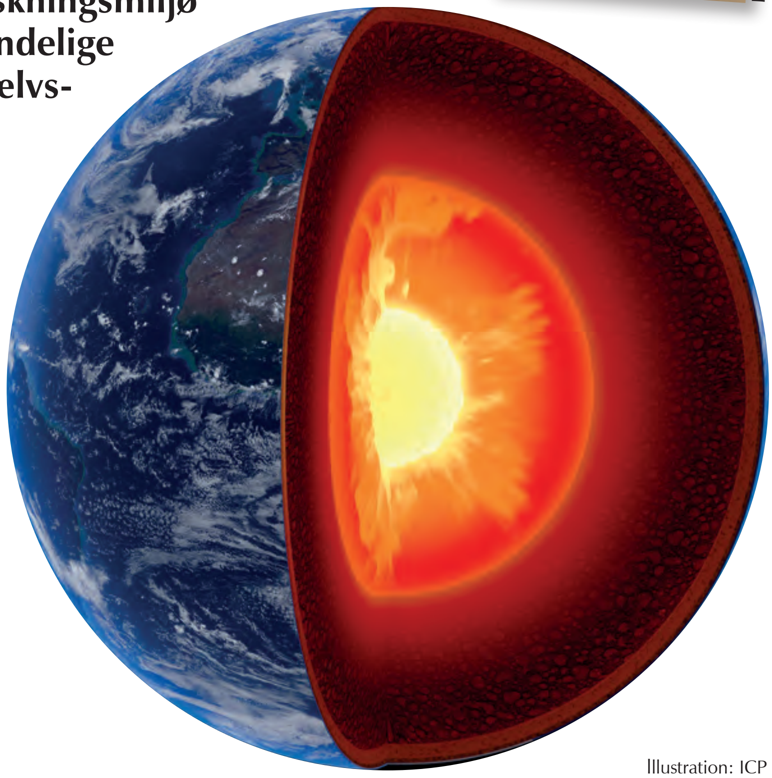
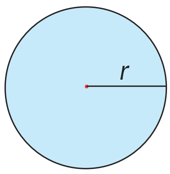


Illustration: ICP

Befri Inge Lehmann

Jorden er blevet skrumpet af Dr. Doom, og I skal nu beregne omkredsen af de fire dele af jordens indre, så I kan indstille skrumpemaskinen rigtigt igen.



Radius r

Omkreds = $\boldsymbol{2 \cdot \pi \cdot r}$
π (Pi) = 3,14

Radius fra centrum til indre kerne er r = 93 km
Fra indre kerne til Ydre kerne er afstanden = 132
Fra ydre kerne til nedre kappe er afstanden = 258
Fra nedre kappe til øvre kappe er afstanden = 7

Hint: Husk at regne fra centrum, hver gang!
Læg de fire resultaterne sammen og træk derefter antallet af (grader i en cirkel + 1,48) fra.

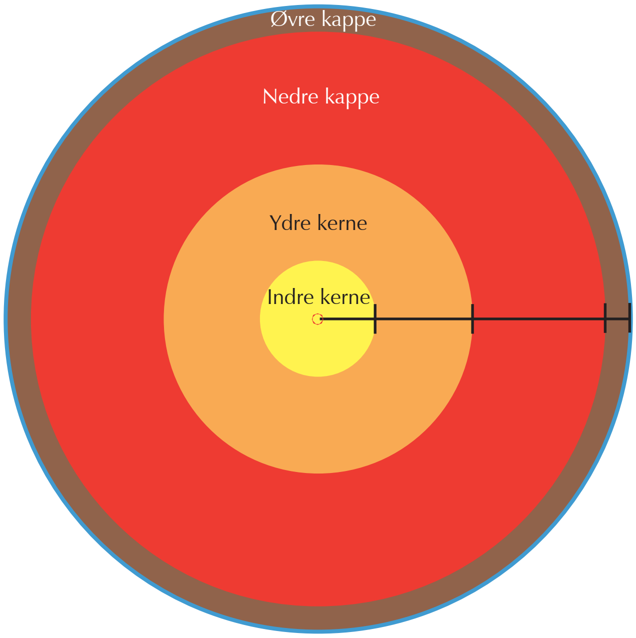


Illustration: Marianne Kongted Cordes

Albert Einstein

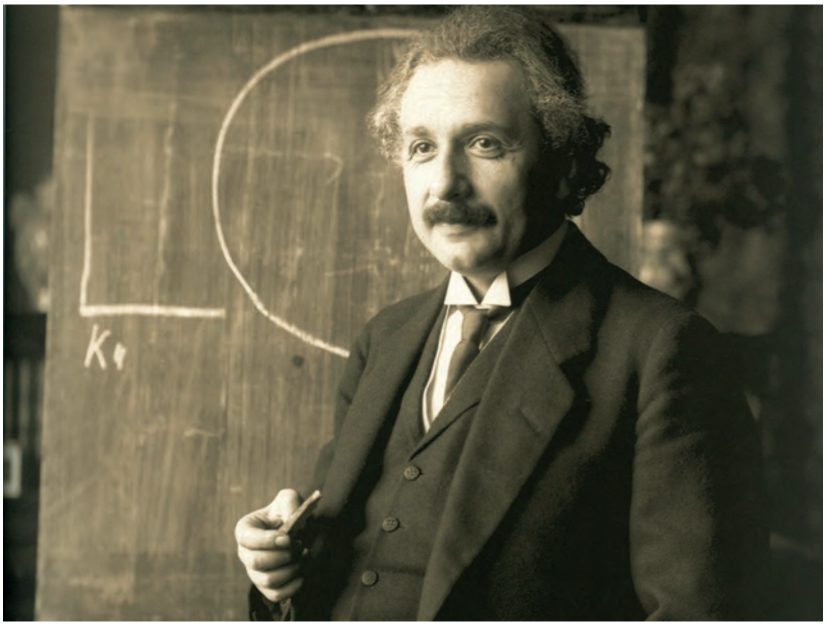
Relativitetsteorien

Albert Einstein var en tysk fysiker, men grundet at nazisterne fordrev ham fra Tyskland, flyttede han i stedet til USA før 2. verdenskrig gik i gang.

Hej, mit navn er Albert Einstein. Jeg blev født i Tyskland i år 1879 og døde i år 1955. Jeg blev 76 år gammel.

Jeg er fysiker. Jeg er nok mest kendt for relativitetsteorien; $E=mc^2$ som fortæller at energien (E) er lig med massen (m) ganget med lysts hastighed (c) i kvadrat.

Det betyder, at energi og masse kan ændre sted, da energien kan tilbageholdes i stoffer med en masse, og den energi kan senere frigives.



Befri Albert Einstein

Dr. Doom har ændret på en af Einsteins teorier, så skoledagen nu føles uendelig lang.

Hjælp Einstein med at finde løsningerne på disse ligninger, så skoledagen kan blive normal igen.

Løs ligningerne

$$-99 + x = -34$$

$$29 = -45 + y$$

$$\frac{z}{2} = 10$$

Det endelige svar, der kan få relativitets teorien til at fungere som normalt igen, findes via dette udtryk:

$$\frac{(x + y + z)}{3} + 7 = ?$$

Rosalind Franklin

DNA

Rosalind Franklin var en britisk røntgen-krystallograf, som gjorde store og betydningsfulde opdagelser af strukturerne i DNA, en struktur hun i 1953 bidrog til opdagelsen af.

Hej, mit navn er Rosalind Franklin. Jeg blev født i England i år 1920 og døde i år 1958. Jeg blev kun 37 år gammel.

Jeg er biofysiker og røntgen-krystallograf og havde en afgørende rolle i klarlæggelsen af DNA's molekylære struktur.

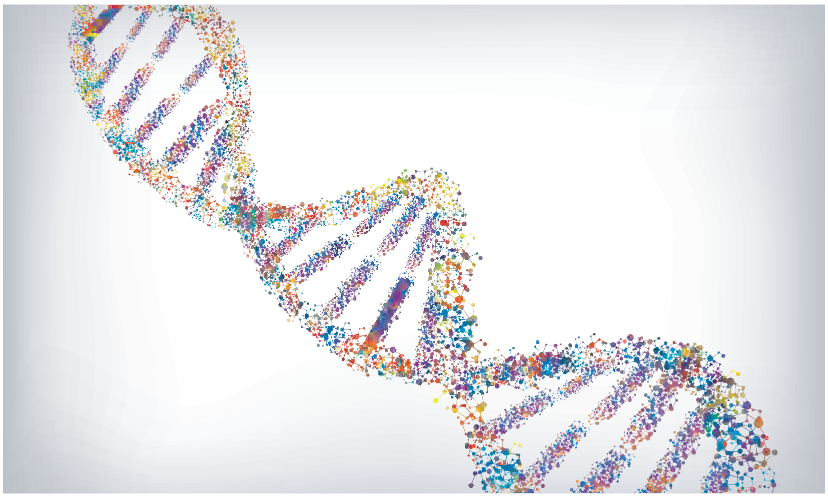


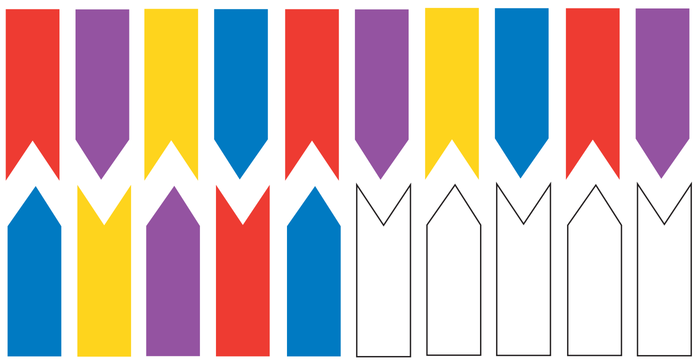
Illustration: ICP

Befri Rosalind Franklin

Dr. Doom har lavet rod i menneskets DNA-sekvenser, og de nye babyer, der bliver født, ligner nu alle Dr. Doom – med overskæg og det hele!

Hjælp Rosalind Franklin med at få styr på DNA'et igen!

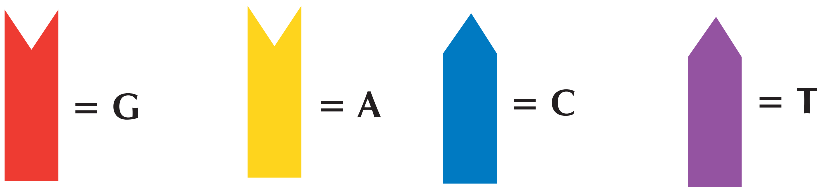
Forsæt mønstret



Indtast de sidste fire bogstaver i mønsteret for at få babyerne til at blive normale.

Bogstaverne I indtaster skal være store!

Hver farve i DNA'et har et bogstav.



Marie Curie

Polonium og Radium

Marie Curie var en polskfødt kemiker og fysiker. Under sit studieophold i Paris forelskede Marie sig. Kærligheden vandt og Marie giftede sig med Pierre Curie.

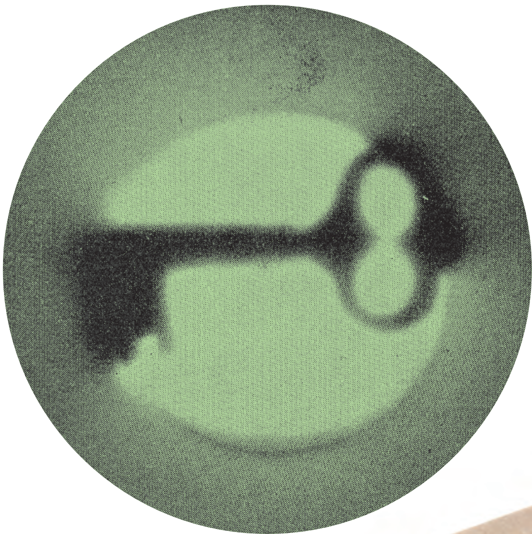
Hej, mit navn er Marie Curie. Jeg blev født i Polen i år 1867 og døde i Frankrig i år 1934. Jeg blev 66 år gammel.

Jeg var den første person, der fik to Nobelpriser. En Nobelpris i fysik i år 1903 og en Nobelpris i kemi i år 1911.

I år 1898 opdagede min mand og jeg to nye grundstoffer, som vi kaldte Polonium og Radium.

Befri Marie Curie

Dr. Doom har Stjålet Marie Curies eksamenspapirer, og hun kan nu ikke længere forske. Hjælp Marie med at udregne sit eksamensgennemsnit. Se tabellen over karaktererne og beregne gennemsnittet.



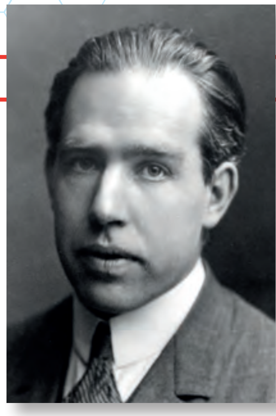
Illustrationer: ICP

Fag	Karakter
Fysik	12
Matematik	11
Musik	4
Fransk	7
Idræt	-3
Madkundskab	4
Biologi	10
Tysk	7

Marie måtte gange sit snit med 23,07 %, fordi hun var den yngste i sin klasse.

Svaret på hendes gennemsnit skal rundes op til nærmeste hele naturlige tal.

Niels Bohr



Atommodellen

Niels Bohr var optaget af at forstå de mindste bestanddele i vores verden: atomerne. Han udviklede en atommodel, der revolutionerede vores forståelse af, hvordan atomet og alle grundstoffer er opbygget.

Hej, mit navn er Niels Bohr. Jeg blev født i Danmark i år 1885 og døde i år 1962. Jeg blev 77 år gammel.

I år 1913 lykkedes det mig at forklare, hvordan et atom fungerer. Det vil sige jeg forklarede, hvordan et atom er bygget op og hvilke grundlæggende matematiske regler, der gælder for det.
I dag kalder I den opdagelse for Niels Bohrs atommodel.
Med den opdagelse fik jeg i år 1922 den fornemste forskningspris, Nobelprisen.

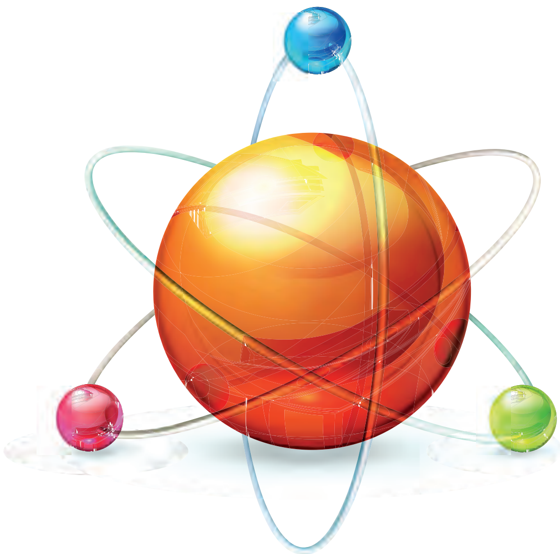


Illustration: ICP

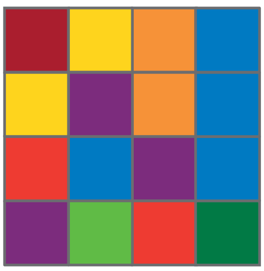
Befri Niels Bohr

Dr. Doom har lavet rod i en af universets vigtigste byggesten: atomet!
Niels kan ikke rette op på atomet, før I får styr på Dr. Dooms nye atomarbejdstegninger:

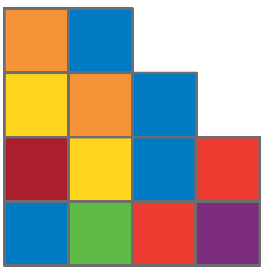
Kan I, ud fra arbejdstegningerne, regne ud hvilken farve denne centicube har?

I skal skrive svaret med stort begyndelsesbogstav.

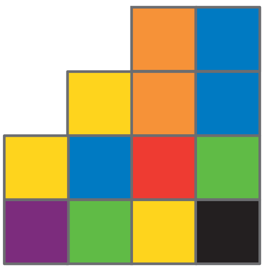
Illustration: Marianne Kongsted Cordes



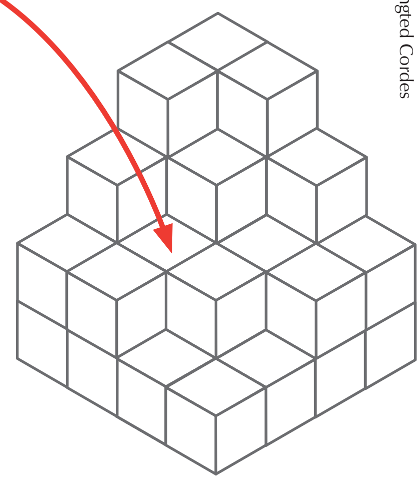
Oppefra



Fra siden

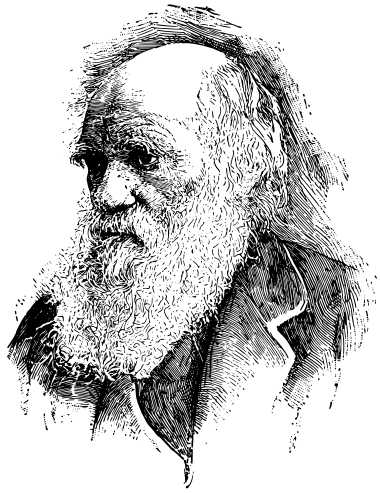


Forfra



Charles Darwin

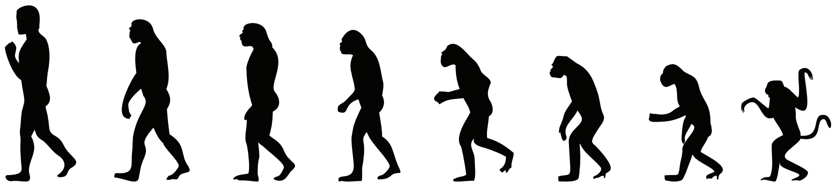
Evolutionsteorien



Charles Darwin var en britisk naturforsker og sandsynligvis den enkeltperson, der har haft størst betydning for den moderne biologis udvikling.

Hej, mit navn er Charles Darwin. Jeg blev født i England i år 1809 og døde i 1882. Jeg blev 73 år gammel.

Min teori om den naturlige evolution, evolutionsteorien, er selve grundlaget for de fleste menneskers opfattelse af, hvordan livet har udviklet sig.



Befri Charles Darwin

Dr. Dooms tidsrejser har ændret evolutionens gang og Charles Darwin er nu nødt til at vende tilbage til Galapagos øerne og tælle fuglearter.

Darwin har genopdaget fem forskellige typer af finker. Hver type spiser noget forskelligt – og deres næb passer til den mad finken spiser.

Illustrationer: ICP

Tabel over finker

Hjælp Darwin med at udfylde resten af tabellen.

Antal finker	Hyppighed	Brøk	Decimal	Procenttal (Frekvens)
Finke 1	150			
Finke 2	167			
Finke 3	157			
Finke 4	176			
Finke 5	350			
I alt	1000			

Find summen af den laveste og højeste frekvens og indtast svaret i tidsmaskinen.

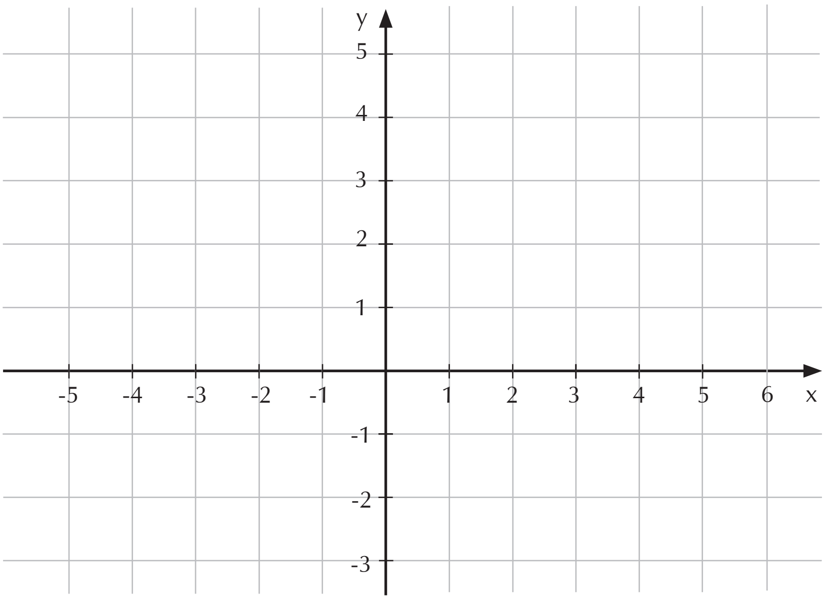
Tycho Brahe

Astronomi

Tycho Brahe viede sit liv til at studere stjernehimlen. Han lavede de hidtil mest præcise opmålinger af himmelrummet. Hans opmålinger har dannet skole for den moderne naturvidenskabelige metode.

Hej, mit navn er Tycho Brahe. Jeg blev født i Skåne i år 1546 (dengang var Skåne en del af Danmark), og jeg døde i Prag, Tjekkiet i år 1601. Jeg blev 54 år gammel.
Jeg er en videnskabsmand, som beskæftiger mig med, hvordan universet skal forklares og kortlægges. Mit mål var at måle stjernerne og planeternes bevægelser med højest mulig præcision.

Befri Tycho Brahe

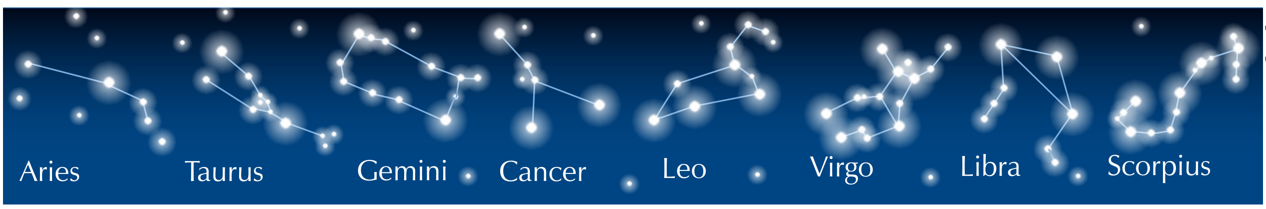


Dr. Doom har lavet rod i stjernehimlen. Hjælp Tycho med at få stjernehimlen på plads igen.

Indsæt Tycho Brahes koordinater i koordinatsystemet og forbind punkterne.

A(6 ; 4)→**B**(5 ; 5)→**C**(3 ; 3) → **D**(3 ; 2)→**E**(-3 ; 1)→**F**(-5 ; -3)→ **G**(-2 ; -2)→**H**(5 ; -1)→**I**(4 ; 1)→ **J**(3 ; 2).

Sæt streg imellem alle punkterne og find ud af hvilket stjernebillede der er tale om.
Brug stjernebillederne til at finde det rigtige navn. Skriv jeres svar med stort begyndelsesbogstav.



Tegning: Marianne Cordes

H. C. Ørsted

Elektromagnetismen

Hans Christian Ørsted var en flittig og begavet forsker. I hans forsøg på at skabe en stor sammenhængende teori, der kunne forklare kemi og fysik, opdagede han sammenhængen mellem elektrisk strøm og magnetisme, elektromagnetismen.

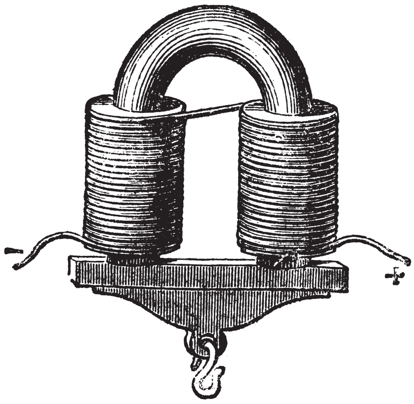


Illustration: ICP

Hej, mit navn er Hans Christian Ørsted, også kaldet H. C. Jeg blev født i Danmark i år 1777 og døde i år 1851. Jeg blev 73 år gammel.

Jeg opdagede elektromagnetismen og det er den bedrift, jeg er mest kendt for. Jeg har altid været meget nysgerrig og eksperimenterede med mange forsøg inden for kemiens og fysikkens verden. Jeg var specielt optaget af at forstå naturens grundlæggende love og sammenhænge.
Min overbevisning om, at der er en sammenhæng mellem magnetisme og elektricitet, fik jeg påvist i 1820.

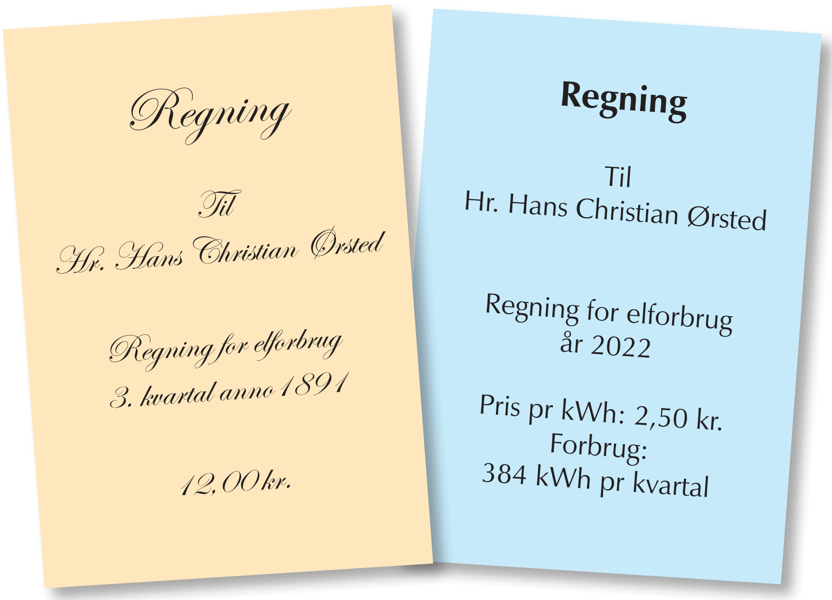
Befri H. C. Ørsted

Dr. Doom har sendt H. C. Ørsted til året 1891, til det år, hvor det første elværk åbnede. I skal nu hjælpe H. C. Ørsted med at finde forskellen på en elregning fra år 1891 og år 2022, før H. C. Ørsted kan sendes tilbage til sin egen tid.

Find forskellen på hvad H. C. Ørsted betalte for el i 1891 og i 2022.

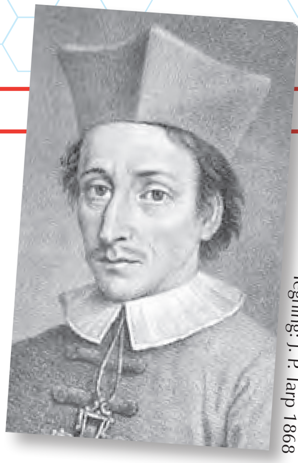
Elregningen anno 1891 lyder på 12 kr. pr kvartal

Elregning for 2022
Pris pr kWh: 2,50 kr.
Forbrug: 384 kWh pr kvartal



Hvor meget mere skulle H. C. Ørsted bruge på el i hele år 2022, i forhold til i 1891? Angiv svaret i kr.

Niels Steensen



Tegning: J. P. Tarp 1868

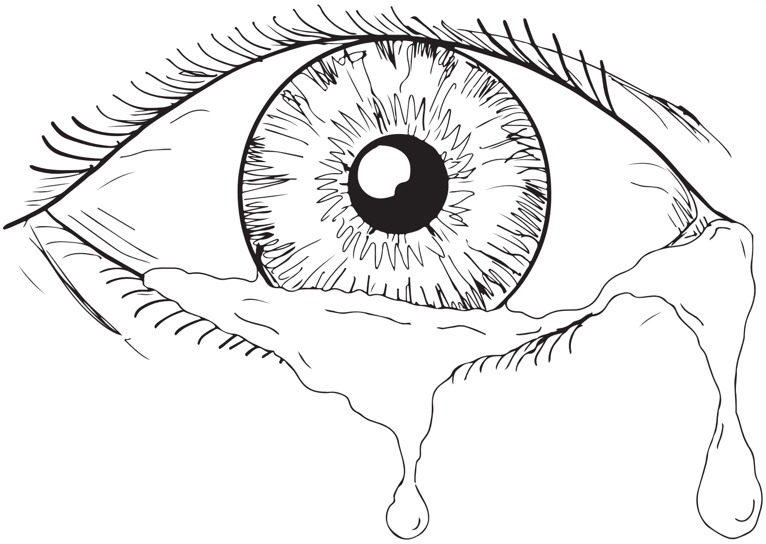
Geologi og anatomi

Niels Steensen var med til at grundlægge to videnskaber. Ved hjælp af skalpel, hammer og enorm nysgerrighed gjorde han skelsættende anatomiske opdagelser om mennesket, og etablerede også videnskaben, vi kender som geologi.

Hej, mit navn er Niels Steensen. Jeg blev født i Danmark i år 1638 og døde i Tyskland i år 1686. Jeg blev 48 år gammel.

Jeg havde en stor interesse i at undersøge, hvordan mennesket og verden fungerer.

Jeg var blandt andet den første, der kunne forklare, hvordan vi græder, og jeg påviste også, at Jordens geologiske lag er dannet over tid.



Befri Niels Steensen

Illustrationer: ICP

Dr. Doom har tappet alle videnskabsheltenes tårer, fordi han er træt af at høre dem tude i deres celler, og har nu tårerne i en stor tank.

Der er 100 L tårer i tanken.

Niels har kun et decilitermål til at få tårerne tilbage i grædemaskinen.

Hvor mange gange skal Niels hente tårer med sit decilitermål, før alle videnskabsheltene har fået deres tårer tilbage?

August Krogh

Fysiologi

August Krogh var en dygtig fysiolog, der fandt svar på, hvordan levende organismer egentlig fungerer. Han fik Nobelprisen i 1920 for at forklare, hvordan skjulte blodårer, kapillærer, er ansvarlige for at få blod ud til musklerne, når de arbejder hårdt.

Hej, mit navn er August Krogh. Jeg blev født i Danmark i år 1874 og døde i år 1949, to dage før jeg ville være blevet 75 år gammel.

Jeg er zoofysiolog og havde en stor interesse i, hvordan dyr og menneskers kroppe fungerer. Jeg var med til at få insulin-produktionen til Danmark i år 1923, hvor Novo Nordisk fik sin spæde begyndelse.

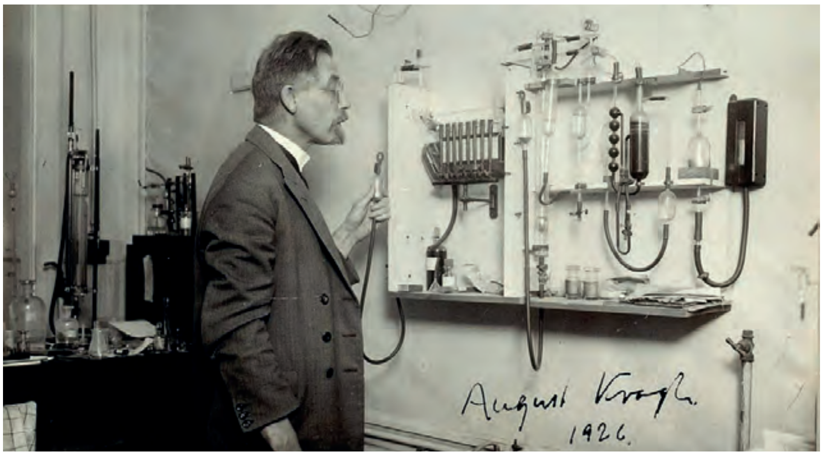


Foto: Wikimedia Common

Befri August Krogh

Dr. Doom har fanget August på en vippe. Med sin uddannelse i dyrefysiologi er August ekspert i vægtstangsprincippet, men desværre arbejder han ikke godt under pres.

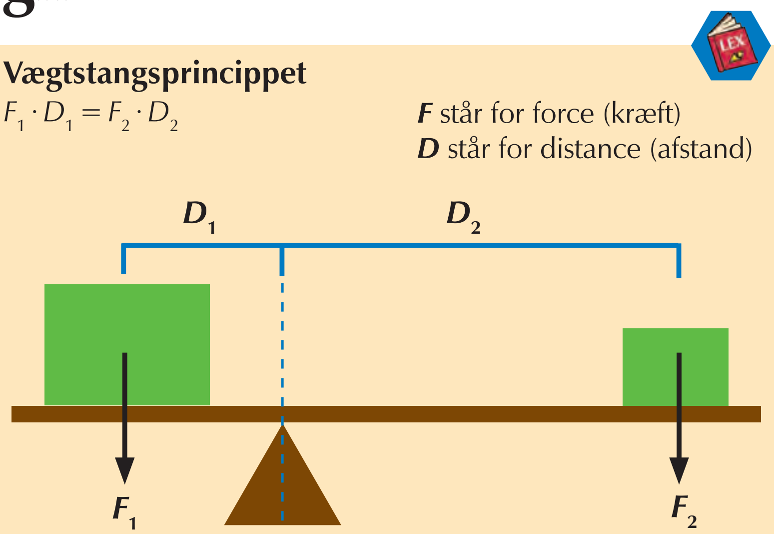
Hjælp August med at regne ud hvor langt fra midten han skal placere sig, for at få vippen i ligevægt.

August minder jer om at vægtstangsprincippet er
$F_1 \cdot D_1 = F_2 \cdot D_2$
og at
F betyder force (kræft) og
D betyder distance (afstand).

Blokken i den ene ende af vippen vejer 250 kg.
August fortæller at F_1 så må være 2500 Newton.

Vægtstangsprincippet
$F_1 \cdot D_1 = F_2 \cdot D_2$

F står for force (kræft)
D står for distance (afstand)



I måler jer frem til at D_1 er 3 meter.
August vejer 75 kg og fortæller, at han derfor trykker på vippen med en kraft på 750 Newton.

Hvor langt fra midten skal August placere sig, for at vippen kommer i ligevægt?

Skriv jeres svar UDEN enhed.

Marie Hammer

Zoologi

Marie Hammer var zoolog. Hun havde en stor interesse for mosmiden. Gennem hendes forskning i dette meget lille dyr, og et utal af rejser til flere kontinenter og lande, opdagede Marie, at alle landene på jorden engang havde været én stor ø.

Hej, mit navn er Marie Hammer. Jeg blev født i Danmark i år 1907. Jeg døde i år 2002. Jeg blev 95 år gammel.

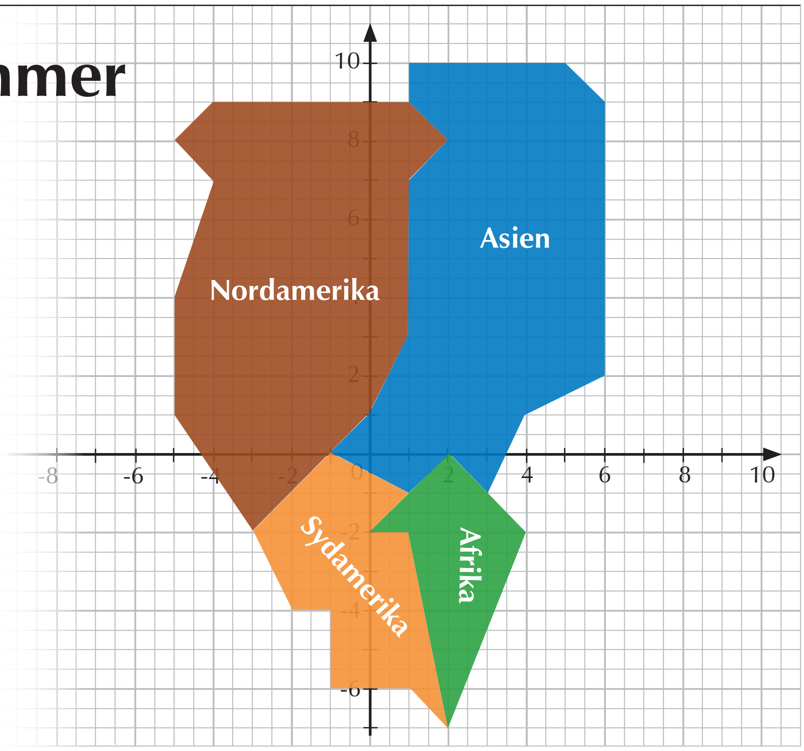
Jeg har rejst rundt i hele verden for at blive klogere på mosmiden. I min søgen efter mosmiderne, fandt jeg ud af, at alle landene på jorden engang har været én stor ø.

Befri Marie Hammer

Dr. Doom er ved at indse, at han har tabt og at hans spektakulære forbrydelse ikke bliver til noget.

For at sætte et endeligt stop for Dr. Doom, skal I nu samle Pangea, så tidsmaskinen kan blive nulstillet, og derved får I endeligt sat alle videnskabsheltene fri, så de kan komme tilbage til deres egne tidsperioder.

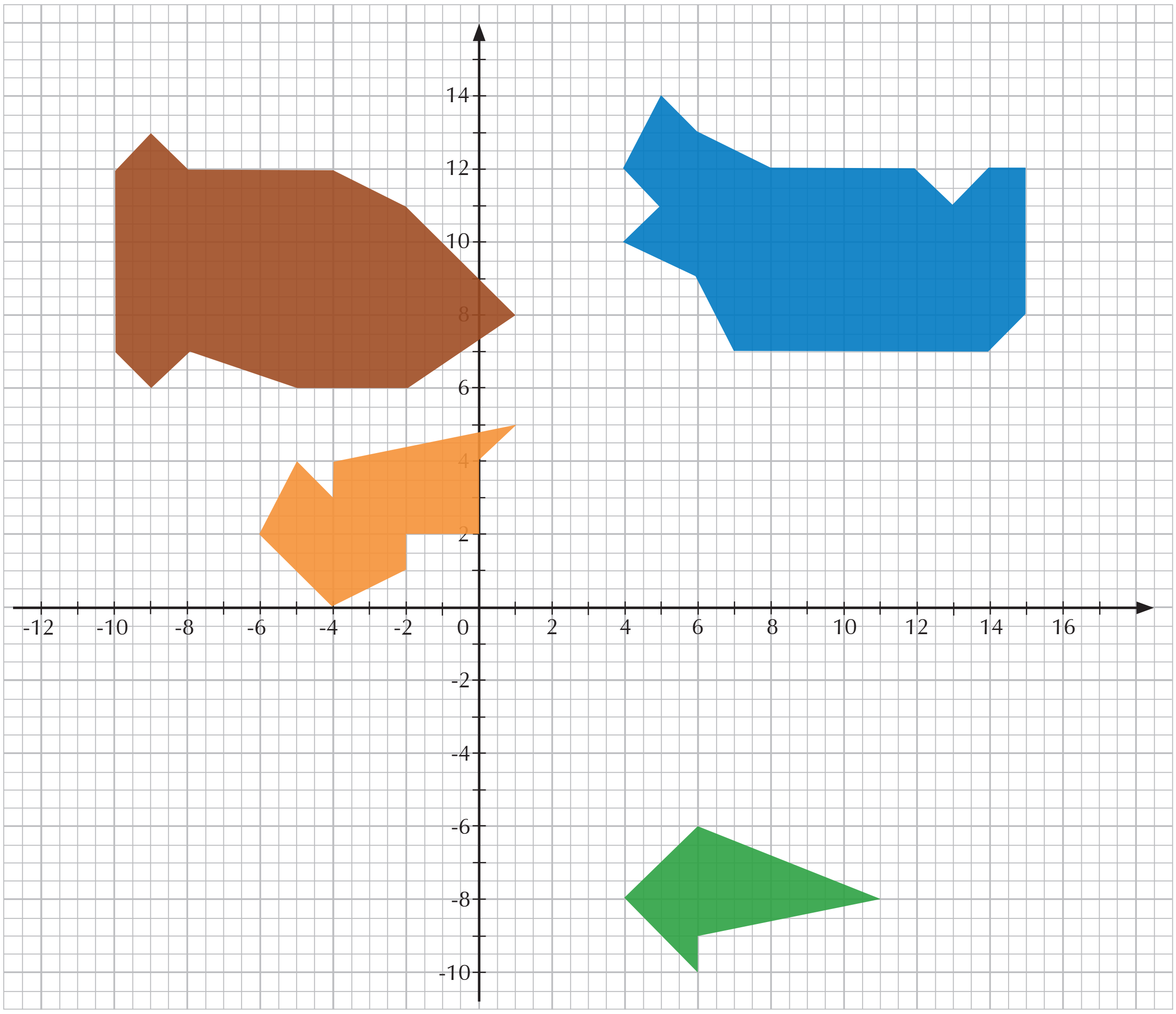
Marie Hammer ved, at det samlede Pangea skal se sådan her ud:



Pangea

Jeres job er at samle Pangea, så det ser ud, sådan som Marie Hammer viser.

Urkontinenterne skal FØRST drejes og DERNÆST flyttes for at komme på plads.



Punkterne I skal dreje omkring er som følger:

Afrika er drejet 90 grader mod uret omkring punktet (11,-8)

Asien er drejet 90 grader med uret omkring (7,7)

Sydamerika er drejet 90 grader mod uret omkring (-6,2)

Nordamerika er drejet 90 grader mod uret omkring (-9,6)

Når I har samlet Pangea, skal I finde ud af, hvor meget kontinenterne har flyttet sig, for at regne det endelige svar ud.

[Afrika →] skal læses som
"Hvor langt er Afrika rykket til højre, når Pangea er korrekt samlet?"

Den endelige kode er

[Asien ←] – [Nordamerika ↓] – [Sydamerika ↓] – [Afrika ↑] – ?

Dr. Dooms fangeoversigt

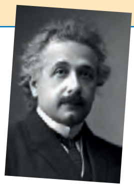
Her er videnskabsheltene

Dr. Doom har lavet denne oversigt, så han kan huske, hvor han har placeret videnskabsheltene.

Nu har I fået fingre i oversigten. Brug den til at finde og befri videnskabsheltene.

1
Inge Lehmann
er fanget ved:

2
Albert Einstein
er fanget ved:

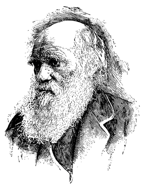


3
Rosalind Franklin
er fanget ved:

4
Marie Curie
er fanget ved:

5
Niels Bohr
er fanget ved:

6
Charles Darwin
er fanget ved:



7
Tycho Brahe
er fanget ved:

8
H.C. Ørsted
er fanget ved:

9
Niels Steensen
er fanget ved:

10
August Krogh
er fanget ved:

11
Marie Hammer
er fanget ved:

Afsnit 2

Matematik som videnskab

Foto: ICP

Geometriske egenskaber

I skal tegne et parallelogram i et dynamisk geometriprogram og undersøge de geometriske egenskaber.

Målet er, at I kan

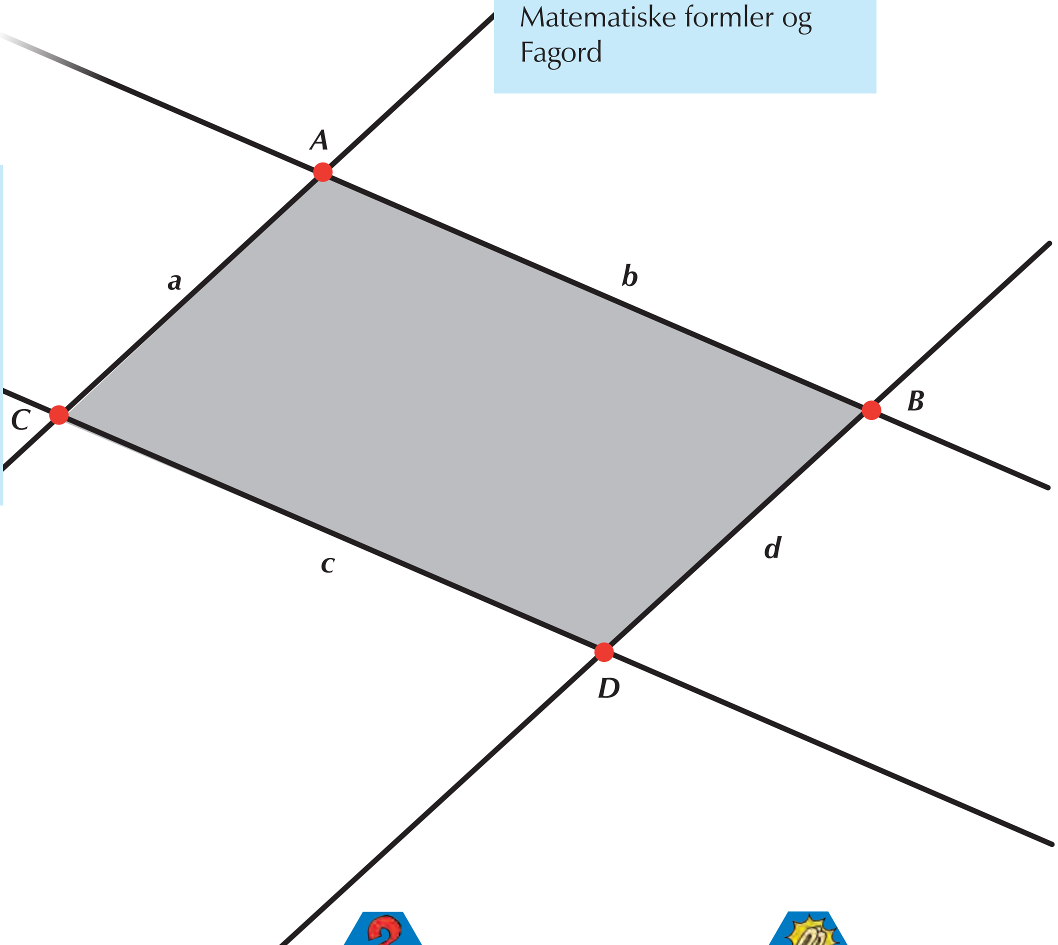
- tegne et dynamisk parallelogram
- undersøge vinkler og sider
- Skelne mellem definitioner, hypoteser og sætninger.

Materialer

Dynamisk geometri-program fx GeoGebra
Matematiske formler og Fagord

Fakta

Definitionen af et parallelogram i Matematiske Formler og Fagord er:
"En firkant kalder man et parallelogram, når modstående sider er parallelle."



I skal tegne en dynamisk figur i jeres geometriprogram.

Start med to par parallelle linjer.

Undersøg ved at trække i hjørnerne sammenhænge mellem vinklerne og mellem siderne.

Undersøg

Størrelsen af hosliggende vinkler og af modstående vinkler.
Undersøg længden af siderne.

Undersøg, om du kan bevise dine opdagelser.

Du kan lade dig inspirere af siden om ræsonnements- og tankegangs-kompetencen i Matematiske Formler og Fagord

Ideer

Kan du trække i din figur, så du får:

Et rektangel?

Et kvadrat?

En rombe?

Holder hypotesen?

I skal tegne og tælle. I skal opstille en hypotese og finde ud af, om den holder.

Målet er, at I kan

- gennemføre en matematisk undersøgelse
- opstille en hypotese
- undersøge om hypotesen holder.

Materialer

Masser af papir
Blyanter
Evt. et dynamisk geometriprogram

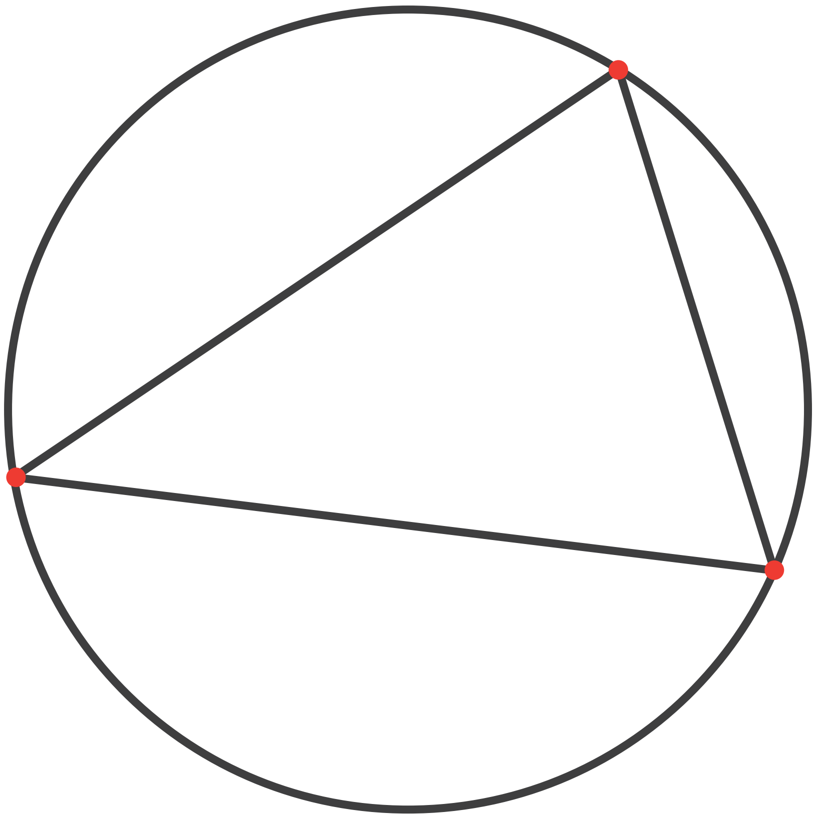
Se på tegningen

1

I skal tegne en ring, fx en cirkel.

Sæt 3 punkter på cirklen. Forbind punkterne med linjestykker. Hvert punkt skal forbindes med hvert af alle de andre punkter.

Tæl: Antal punkter, antal linjestykker og antal områder inden for cirklen. På tegningen til højre er der 3 punkter, 3 linjestykker og 4 områder.



2

Tegn en ny cirkel med 4 punkter (ikke symmetrisk), tegn og tæl linjestykkerne og tæl områderne.

3

Fortsæt med en cirkel med 5 punkter.

Ideer

I kan arbejde med hvert punkt alene eller to og to. Efter hvert punkt kan I diskutere jeres resultater i klassen.

Opstil en hypotese

Hvilken talfølge er antallet af linjestykker og antallet af områder.
Hint: Lav et skema, prøv også med 1 og 2 punkter.

Hvor mange linjestykker og områder vil der være i en cirkel med 6 punkter efter hypotesen?

Prøv at tegne en cirkel med 6 punkter og linjestykker og tæl områder.

Lav tegningen meget stor og sæt IKKE de 6 punkter symmetrisk.

Holder jeres hypotese?

Collatz-formodningen

En leg med naturlige tal. Addition og multiplikation

Målet er, at I kan

- følge en enkel regneregel
- regne i hovedet med naturlige tal.

Regneleg

Lothar Collatz var en tysk matematiker, der i 1937 kom med denne leg:

Start med et naturligt tal - ikke for stort, ikke for lille.

På skift regner I på tallet efter følgende regel:
Er tallet lige, dividerer I det med 2.
Er tallet ulige ganger I det med 3 og lægger 1 til.

Den første regner efter reglen og får et nyt tal til den næste elev, som så beregner det næste tal.

I bliver ved, indtil I ender i en svikmølle.

Lothar Collatz (1910-1990

En Collatz talfølge

10→5→16→8→
4→2→1→
4→2→1

Det hele ender med en svik-mølle:

4→2→1→
4→2→1→ osv.

Prøv selv med andre starttal.

Materialer

Et hoved til at regne med
Evt. en lommeregner
Evt. papir til uformelle noter

Fakta

Collatz formodede, at alle tal efter regnereglen ville ende i den samme svik-mølle som på billedet her på siden.

Mange har gennem årene prøvet det af på masser af tal. Man har fundet et resultat.

Det kan I også ved at se på svikmøllen til sidst, hvis start tallet er lige eller ulige.

Collatz-formodningen er endnu ikke bevist eller modbevist.

Undersøg

Prøv at holde regnskab med, hvor mange tal, I skal beregne, før I ender i en svikmølle som på billedet til højre.

Prøv med andre tal

I kan fx på skift vælge et nyt starttal, eller I kan lave en systematisk undersøgelse af fx alle tal fra 1 til 50.

Skriv hvor mange beregninger, I skal igennem.

Er der forskel på, om I starter med et ulige eller et lige tal?

Ideer

Undersøg på nettet, om der findes andre formodninger, som man endnu ikke har bevist, om de er sande eller modbevist - med bare et eksempel - at de ikke er sande.

Matematik som videnskab

Klassetrin og omfang
Udskoling
6 lektioner.

Elevforudsætninger
Kendskab til et dynamisk geometriprogram og eleverne skal kunne tegne en dynamisk figur.

Forløb **Definition, hypotese, sætning** **Alt skal bevises** **Alt kan ikke bevises – endnu**	Problembehandling	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder / **Matematiske kompetencer**						
Tal og algebra						
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

Aktiviteter
Elevoplægget
Definition, hypotese, sætning
Overskriften henviser til det første vejledende mål i Ræsonnementskompetencen for udskolingen.

Eleverne skal ud fra definitionen af et parallelogram tegne en dynamisk tegning i fx GeoGebra.

Derefter skal de gennem programmets målefunktioner undersøge nogle forskellige sammenhænge:
Modstående sider er lige lange, modstående vinkler er lige store og summen af hosliggende vinkler er 180° (hypotese ud fra en undersøgelse).

Til sidst skal eleverne bevise hypotesen med en holdbar argumentation.

Inspiration fås fra ministeriets Matematiske Formler og Fagord på siden om Ræsonnements- og tankegangskompetencen.
https://kortlink.dk/uvm/27snd

Elevoplægget
Alt skal bevises
Her er et eksempel, hvor en hypotese viser sig ikke at holde. Måske skal opgaven "håndholdes" af læreren, så eleverne i små grupper arbejder med en delopgave ad gangen fulgt op af en klassesamtale. I opgave 4 skal der opstilles en hypotese. Det vil hjælpe eleverne, hvis de undervejs udfylder et skema, som dette (her udfyldt korrekt, hypotesen i kursiv):

Antal punkter	Antal linjestykker	Antal områder
1	0	1
2	1	2
3	3	4
4	6	8
5	10	16
6	*15*	*32*

Elevoplægget
Alt kan ikke bevises endnu
Mere en leg med tal.
Eleverne kan til sidst få at vide, at Collatz-formodningen endnu ikke er bevist eller modbevist.
Eventuelt kan man for nogle elever vise formodningen som en funktion:

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{hvis } n \text{ er lige} \\ 3n+1 & \text{hvis } n \text{ er ulige} \end{cases}$$

Ekstra
I dette afsnit er de forrige sider med elevoplæggene
Hypotese og bevis
Vinkelsum i en polygon
Mange forskellige firkanter
målrettet mellemtrinnet, men kan fint bruges i udskolingen.

Evaluering
Den vigtigste evaluering er den lærerstyrede klassesamtale efter hvert forløb og flere klassesamtaler i det andet opgaveforløb.

Afsnit 3

Matematik og forskning i vand

Foto: ICP

Klimaforandringer

Glaciologen Willy Dansgaards verificering af Milankovitch's beregninger vedrørende jordens klimaforandringer.

Målet er, at I kan

- tegne en ellipse
- forholde jer til store tal
- indse temperaturens indvirkning på højden af verdenshavene.

Klimaets langsomme rytme

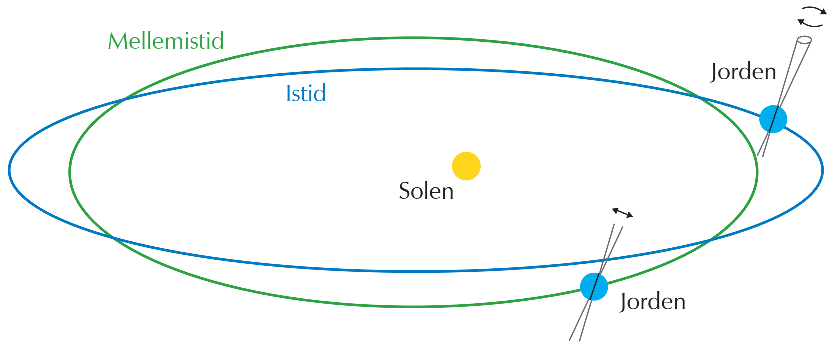
Klimaændringer er noget, vi er blevet meget bevidste om i forbindelse med den nuværende temperaturstigning på jorden. Er det menneskeskabt, eller er det et led i jordens klimarytme?

I 1930 præsenterede den serbiske matematikprofessor, Milutin Milankovich, en teori om, at klimaforandringerne skyldes tre af Jordens bevægelser i forhold til Solen.

Bevægelse 1
Den første er, at Jordens bane i løbet af 100 000 år ændrer sig fra at være næsten cirkulær til at være en smule ellipseformet og tilbage igen.

Bevægelse 2
Den anden er, at Jordens hældning varierer mellem 21,8° og 24,4° over en periode på ca. 41 000 år.

Bevægelse 3
Den tredje bevægelse er, at aksen slingrer lidt som en snurretop hen over ca. 21 000 år.



Skitse af jordens baner omkring solen set fra siden.

Undersøg

Jorden bevæger sig i en ellipseformet bane om solen med solen i det ene brændpunkt. For tiden er jordens korteste afstand til solen 147,1 millioner km, mens den længste afstand er 152,1 millioner km.

I skal fremstille en tegning af jordens bane set oppefra i et passende målestoksforhold

Undersøg

Hvis Jordens akse ikke hældte, var der næsten ingen variation mellem årstiderne. En større vinkel på aksehældningen giver varmere somre og koldere vintre. Hældningen er dog ikke konstant over tid. I dag er hældningen cirka 23,5°, men den kan variere mellem cirka 21,5°og 24,5°.

I skal fremstille en tegning, der viser solens lysindfald henholdsvis ved midsommer og ved vintersolhverv i Danmark, som ligger på 56° N bredde.

Hvad er indfaldsvinklen henholdsvis sommer og vinter?

Isboringer i Grønland

Matematik og forskning i vand

Fakta

I sommeren 1952 skulle danskeren Willi Dansgaard bevise, at Milankovichs teori fra 1930 holdt.

Dansgaard opsamlede regnvand i en ølflaske ved hjælp af en tragt. Han gentog opsamlingen adskillige gange og gemte prøverne. Han tog prøverne med på arbejde på Københavns Universitet, hvor han havde adgang til et massespektrometer. Det er et apparat, som er i stand til at måle atomers masse.

Vand består som bekendt af et hydrogenatom og to oxygenatomer. Men oxygen forekommer som to forskellige stabile isotoper, den almindelige, ^{16}O og den sjældne ^{18}O.

Dansgaard påviste en sammenhæng mellem mængden af det tunge oxygen i regnvandet og lufttemperaturen. Vandet i varme skyer indeholdt mest ^{18}O. Denne viden skulle senere være med til at løse gåden om fortidens klimaudsving.

Jo koldere klimaet havde været, des mindre ^{18}O havde der været i nedbøren. Med den viden kunne fortidens klima bestemmes ud fra iskerneboringer.

I 1992 afsluttede Dansgaard sin karriere med en gennemboring af indlandsisen på isens højeste punkt. Den 3029 m lange iskerne afslørede de sidste 120 000 års klimaforandringer og bekræftede Milankovichs teori.

Hvilken betydning har afsmeltningen af is for højden i verdenshavene?

Jordens generelle temperaturstigning bekymrer bredt, ikke mindst i de mindre østater.

I Parisaftalen har landene sat et mål om at holde temperaturstigningen under 2 °C, som menes at være temperaturen i sidste mellemistid.

Beregninger viser, at en varmestigning på 2 °C vil betyde en vandstandsstigning i havene på ca. 4,7 m.

Undersøg

Hvis I forudsætter, at isen i borekernen er jævnt fordelt i alle årene, hvor mange meter lang er kernen så ca. ved:

a) starten af vor tidsregning?
b) Gorm den Gamles tid?

I skal forklare eller illustrere, hvor stor en del det er af hele iskernen.

Foto: Kirsten Haastrup

Indlandsis ved Illulisat.

Undersøg

I skal finde et højdekort eller klimakort over Danmark og se, hvad en vandstandsstigning i havet på 4,7 m vil betyde for Danmark.

Hvad vil det betyde lige der, hvor I bor?

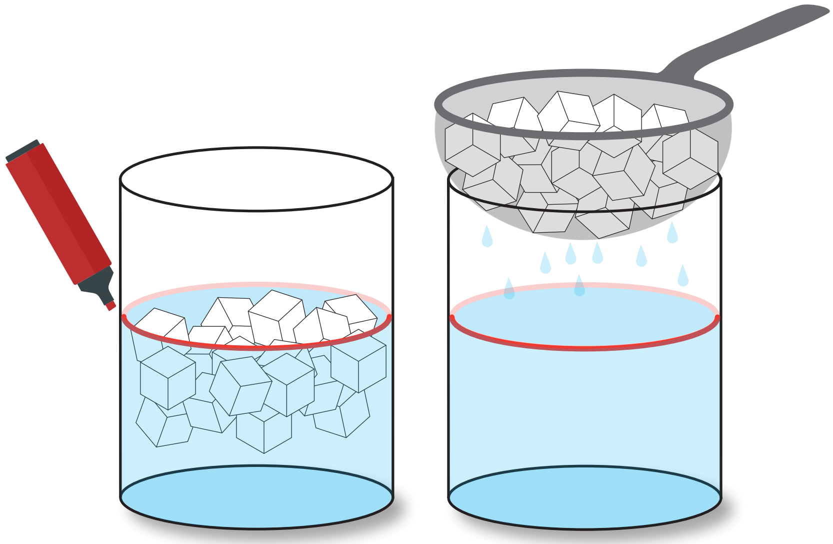
Klimaforandringer

Afsmeltning af henholdsvis havis og indlandsis

Materialer
To store ens glas med vand
Isterninger
En si

Forsøg
Isen findes i dag enten som havis eller indlandsis.

I skal nu foretage et lille forsøg og beskrive, hvilken betydning det har for vandstanden, om det er havis eller indlandsis, der smelter.



Undersøg
Udfør forsøget og overvej følgende:
Er vandstanden nu lige høj?
I skal forsøge at forklare, hvad der er sket og hvorfor.

Hvilken betydning har det for vandstanden i havene, om det er havis eller indlandsis, der smelter?

Sådan gør I
- Frys nogle isterninger
- Hæld præcis halvdelen af isterningerne i det ene glas
- Hæld vand i begge glas, så vandstanden er lige høj
- Marker vandstanden med en tusch på begge glas
- Anbring sien over det andet glas og læg resten af isen i sien
- Lad isterningerne smelte og mål vandstanden igen

Foto: Kirsten Haastrup

Havis ved Illulisat.

Ideer
Start gerne forløbet med at se filmen om Professor Willi Dansgaards arbejde med iskerneboringer i Grønland.
Store danske videnskabsfolk:
https://kortlink.dk/dr/2fmby

Eksperimenter med at tegne jordens elliptiske bane om solen i istiden.

Jordens istidscykler

Klassetrin og omfang
Ældste trin.
Ca. 5 timer.

Elevforudsætninger
Eleverne skal kunne tegne matematiske figurer i et t dynamisk geometriprogram eller i hånden. Eleverne skal kunne aflæse og tyde et landkorts højdekurver.

Aktiviteter
Start gerne forløbet med at vise filmen om Professor Willi Dansgaards arbejde med iskerneboringer i Grønland.
https://kortlink.dk/dr/2fmby

Eleverne skal:
- tegne en ellipse enten i et geometriprogram eller i hånden.
- tegne lysindfald sommer og vinter i Danmark.
- finde en given del af iskernen.
- aflæse et højdekort eller klimakort og beskrive betydningen af en vandstandsstigning.
- forklare forskellen i vandstandsstigning ved afsmeltning af henholdsvis havis og indlandsis ud fra et forsøg.

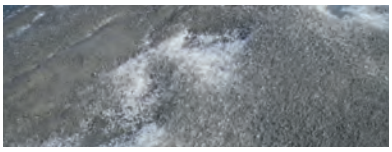


Foto: Kirsten Haastrup

Indlandsis ved Kangerlussuaq

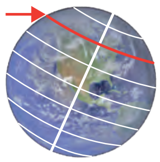
Ekstra
Eleverne kan eksperimentere med at tegne jordens bane om solen i istiden.

Evaluering
Såvel tegninger som beskrivelser bør fremlægges i plenum ved opslag og mundtlige forklaringer.

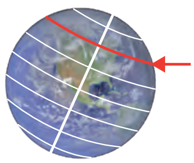
Forløb **Jordens istidscykler** **Isboringer i Grønland** **Forsøg med afsmeltning** Matematiske kompetencer / Matematiske stofområder	**Problembehandling**	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	**Kommunikation**	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling	X		X		X	
Statistik og sandsynlighed						

Jordens istidscykler
Det vil være lettest for eleverne at bruge et dynamisk geometriprogram.
I den anden opgave skal Danmarks position ligge på kanten af globussen, så man ser vinklen på lysindfaldet. Vinklen kan måles mellem lysstråle og tangent til cirklen ved Danmarks position.

Danmark vinter



Danmark sommer



Isboringer i Grønland
Beregningerne er ret ligetil, derfor er det vigtigt at eleverne enten illustrerer den fundne længde i forhold til hele iskernen eller udtrykker den som en brøkdel eller i procent.

Forslag til Websider:
https://kortlink.dk/kortviseren/2fmh6
https://kortlink.dk/sdfekort/r54g
Det er vigtigt at eleverne vurderer faren i deres nærområde.

Forsøg med afsmeltning
Eleverne skal være omhyggelige med afmærkning og målinger. Vandet skal ikke stige i glasset med isterningerne, som illustrerer havis. Da isens massefylde er ca. 0.9, vil isen i smeltet tilstand ikke fylde mere end det fortrængte vand. I glasset med isterninger i sien, som illustrerer indlandsis, stiger vandstanden. Forsøget går ud på at forstå forskellen på vandstigningen i havet, om det er havis eller indlandsis, der smelter.

Yderligere ideer
En anden indgangsvinkel til tegning af jordens baner om solen er viden om excentriciteten. Jorden bevæger sig i en ellipse om Solen, med Solen i det ene brændpunkt. Ellipsens excentricitet (langstrakthed) udtrykkes ved et tal mellem 0 og 1. Excentriciteten 0 svarer til en cirkulær bane, mens excentriciteten er større, jo mere langstrakt banen er. Jordbanens nuværende excentricitet er 0,017, men varierer mellem næsten 0 og 0,06 med en periode på 100 000 år.
https://kortlink.dk/hax/2fmgf

Et par interessante links om iskerneboringer.
https://kortlink.dk/2fmha
https://kortlink.dk/ku/2fmhb

Klimaforandringer gennem 1 million år

61000 boreprøver gennem indlandsisen skulle der til for at nå ned til grundfjeldet. I skal undersøge hvilke data, der er knyttet til disse cylinderformede boreprøver.

Målet er, at I kan

- beregne længde, rumfang og masse, af de udtagne boreprøver
- kende til begrebet massefylde
- omregne mellem forskellige enheder.

Foto: Lise Vikkelsø

Undersøg

Rumfang og masse af en iskerneboring.

Hvor mange stykker a 0,5 m kan der være i en kasse, når den ikke må veje mere end 30 kg.

Tegn en 3D tegning af:

- Iskerneboringen
- En kasse der kan rumme x antal iskerner

Lidt forhistorie

Glaciologen Willi Dansgaard startede klimaforskningen, som sidenhen satte Danmark på verdenskortet.

En glaciolog er en videnskabsmand, der beskæftiger sig med is i alle former som fx gletsjere, sne og havis.

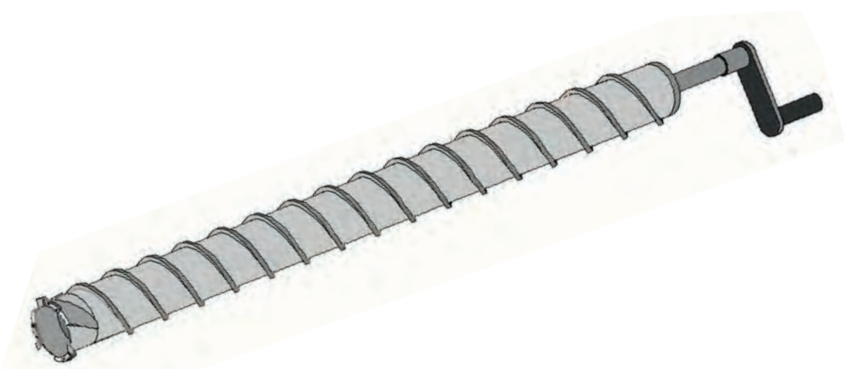
De allerførste forsøg, Willi Dansgaard udførte, begyndte med, at han opsamlede regnvand fra mange forskellige regnbyger i potter, krukker, vaser og den nok så berømte ølflaske.

Disse vandprøver analyserede han og fandt ud af følgende:
Når der var mange tunge ilt-isotoper (benævnt ^{18}O), og ikke så mange af den mest almindelige ilt-isotop (benævnt ^{16}O), så skyldtes det, at det havde været varmere i atmosfæren på det tidspunkt, hvor regnbygen blev dannet.

Med denne viden kunne man kortlægge klimaet tusinder af år tilbage.
Det krævede "blot", at man havde et kæmpe arkiv af gammel "regn", og det havde man i Grønlands indlandsis!

Willi Dansgaard brugte en massespektograf, som er en slags superfintfølende vægt, som kan vise, hvor mange tunge, ^{18}O, ilt-isotoper der er i forhold til den almindelige ^{16}O ilt-isotop.

Denne viden brugte han senere i boreprøverne af indlandsisen.
Altså, hvis der var mange ^{18}O ilt-isotoper i en boreprøve, så var det fordi, det på det tidspunkt prøven repræsenterede, havde været varmere.



Tegning: Nils Vikkelsø

Is-bor, som bruges til de første 10 m ned i isen.

Fra indlandsis til grundfjeld

Matematik og forskning i vand

Der vil være tale om mange beregninger og store tal. Det er en god idé at bruge et regneark. Det gør det nemt at rette på tallene.

Foto: Kirsten Haastrup

Undersøg

Der bores fra toppen af indlandsisen og direkte ned til grundfjeldet. Denne afstand er kendt.

Boreprøverne deles i stykker a 0,5 m. Hvor mange stykker bliver der?

Rumfanget af en sådan cylinder beregnes først.

Ved hjælp af massefylden for is beregnes massen, altså vægten.

I skal nu bestemme, hvor stor kassen er nødt til at være, for at for at kunne rumme et antal boreprøver, der bestemmes af, at boreprøverne max. må veje 30 kg.

Dernæst skal I finde ud af, hvor mange kasser der skal bruges for at rumme alle boreprøverne.

Så skal I finde ud af, hvor mange kasser der kan stå i jeres klasseværelse. Kan de være der allesammen?

Ideer

Start med at se filmen om Professor Willi Dansgaards arbejde med iskerneboringer i Grønland.
https://kortlink.dk/dr/2fmby

Visualisere kasserne eller nogle af dem i jeres klasseværelse. Tegn en skitse.

Før der var indlandsis, var der sne. Tegn et snefnug i et dynamisk geometriprogram fx GeoGebra.

Undersøg, hvordan man kan aflæse klimaet i iskernerne.

Undersøg, hvilke boremetoder man bruger, når trykket stiger.

Beregning af data

Til hjælp for jeres beregninger er påbegyndt et regneark, som I skal færdiggøre.
I kan benytte overskrifterne på cellerne i regnearket.

Samlet afstand - *A*		Formel		Antal boreprøver	Længde af boreprøve - *B*	
3029	m	A/B			0,5	m

Cylinder

Radius dm	Højde dm	Formel	rmf. dm³	Massefylde gletcher	Formel	Masse kg
0,49	5	π*r*r*h		0,917	rmf.*mf.	

Kasse mål i dm

Længde	Bredde	Højde	Formel	rmf. dm³
5	4	2,5	l*b*h	

mf. er forkortelse for massefylde.
rmf. er forkortelse af rumfang.

Massefylde og rumfang

Definitioner

mf. er en forkortelse for massefylde og det betyder fx:
1 cm^3 af stoffet vejer 0,917g
1 dm^3 af stoffet vejer 0,917 kg
1 m^3 af stoffet vejer 0,917 ton

rmf. er forkortelse af rumfang.

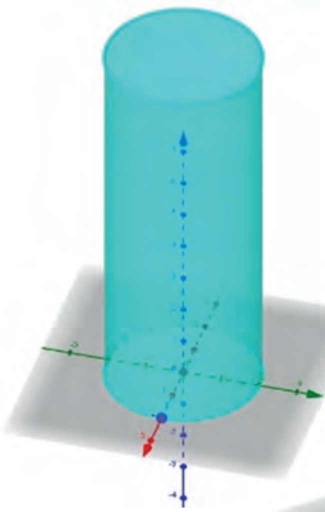
Når man ofte bruger dm, er det fordi 1 dm^3 er lig med 1 l, og svarer til vægten i kg

Undersøg

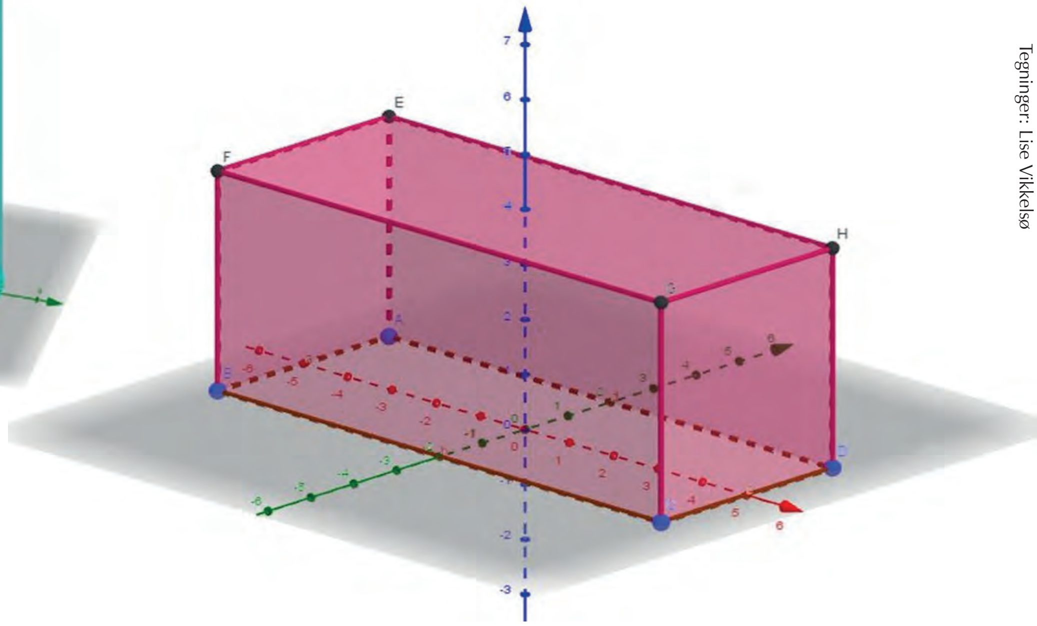
Tegn en 3D tegning af en cylinder og af en kasse i passende målforhold og med mål på!

Beregne antallet af kasser, der er brug for til opbevaring af boreprøverne.

NB.
Man må højst løfte 30 kg



Tegn jeres tegninger i passende målforhold. Husk mål på tegningerne.



Tegninger: Lise Vikkelsø

Data

I de sidste boringer var der tydelige tegn på jord, sten og græsser. Her var boret nået ned i 3029 m dybde.

Boret kan indeholde 3,7 m iskerne, som har en diameter på 98 mm.

For at håndtere iskernen deles den op i stykker på ca. 0,5 m.

Massefylde på gletsjer er 0,917 g/cm^3.

Materialer

IPad/PC
Dynamisk geometri-program, fx GeoGebra
Regneark og skriveprogram
Formelsamling

Iskerneboringer og snefnug

Matematik og forskning i vand

Kochs snefnug

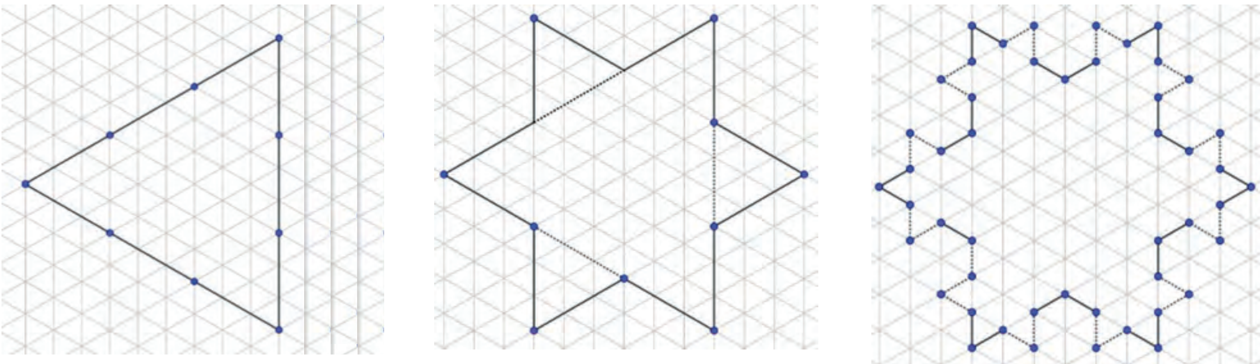
Vejledning

Kochs snefnug tegnes på isometrisk papir, enten i hånden eller i et dynamisk geometriprogram, fx GeoGebra, med isometrisk tegneblok.

Man starter med at tegne en ligesidet trekant, hvor siderne er delelige med 3.

Den midterste tredjedel danner siden i en ny trekant. Denne tegnes og det hele gentages.

Tegningen kan fortsætte i det uendelige..



Kochs snefnug 1, 2, og 3

Magisk snefnug

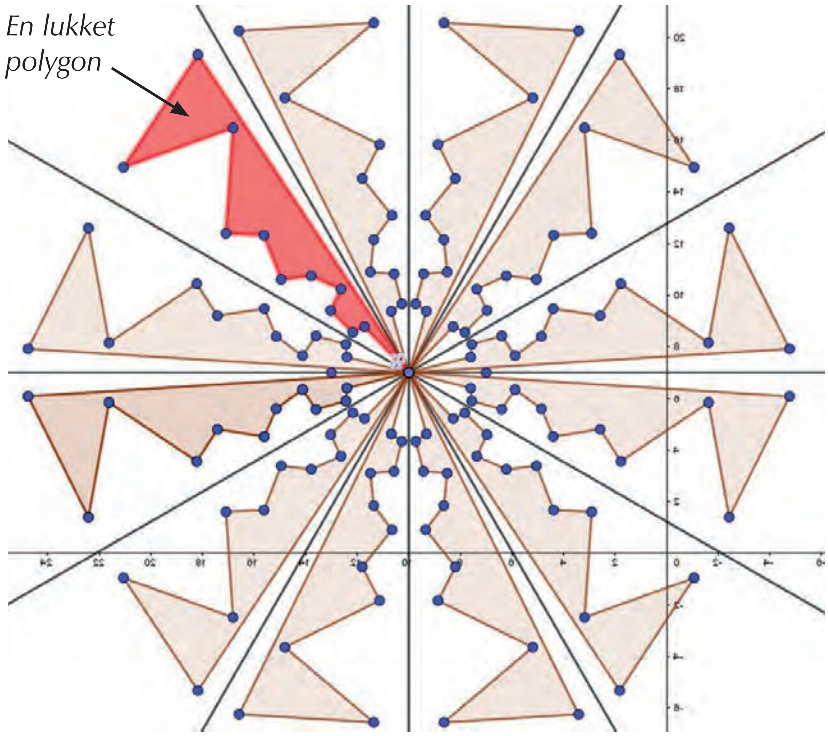
Vejledning

Magisk snefnug tegnes i et dynamisk geometriprogram.

Et punkt vælges, og gennem dette tegnes spejlingsakser, der fx drejes 30°.

Når man er kommet hele vejen rundt, bruges polygonværktøjet til at tegne en lukket polygon.

Denne spejles i nabo-linjen, og dette gentages til alle linjer har været spejlingsakse.



Tegninger: Lise Vikkelsø

Iskerneboringer

Klassetrin og omfang
Udskoling.
Varighed: 6 lektioner.

Elevforudsætninger
Eleverne skal have kendskab til diverse enheder, både lineære- og rumfangsenheder og have kendskab til regneark og et dynamisk geometripro-gram fx GeoGebra.

Forløb **Iskerneboringer** **Fra indlandsis til grundfjeld** **Cylinder og kasse i 3D** **Iskerneboringer og snefnug** **Matematiske stofområder** / **Matematiske kompetencer**	**Problembehandling**	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

Hjælp til databeregningerne

Samlet afstand - *A*		Formel		Antal boreprøver	Længde af boreprøve - *B*	
3029	m	A/B	3029/0,5	6058	0,5	m

Cylinder

Radius i dm	Højde i dm	Formel	rmf. i dm^3	Massefylde gletcher	Formel	Masse i kg
0,49	5	π*r*r*h	3,76957	0,917	rmf.*mf.	3,45669569

Kasse mål i dm

Længde	Bredde	Højde	Formel	rmf. i dm^3
5	4	2,5	*l***b***h*	50

mf. er forkortelse for massefylde.
rmf. er forkortelse af rumfang.

Differentiering
Lad eleverne holde de 61 000 boreprøver op mod de prøver, der her er regnet på.

Hvor mange kasser skulle der så være brugt?

Boret udtager 3,7 m.
Hvor mange gange skulle det i princippet være nødvendigt at bore?

Undersøg om det er den samme boreteknik, der bruges hele vejen igennem.

Giv forslag til, hvordan man kan kategorisere de mange prøver.

Tegn Kochs snefnug ved hjælp af ”Lav et nyt værktøj” i fx GeoGebra, så fraktalstrukturen kommer tydeligt frem.

Matematik i mennesket

Historie og fakta om meteren

Til højtlæsning

Mål i gamle dage

For over hundrede år siden brugte man ikke meter og centimeter, gram og kilo, sådan som vi gør i dag.
Dengang målte man i tommer, fod og alen, når man målte længder.

I flere byer blev der ved kirken eller ved rådhuset opsat en jernstang, der viste, hvor lang en fod var.

I Frankrig var det engang sådan, at det var længden på det yderste led på kongens tommeltot, der bestemte, hvor lang en tomme var. Længden på kongens fod bestemte, hvor lang en fod var.
Kongen bestemte alt.

I 1789 startede Den Franske Revolution. Det handlede om, at der i Frankrig var mange, som mente, at kongen havde for meget magt. Det endte med, at kongen blev halshugget. Nu ville man gerne have, at det var naturen, der skulle bestemme, hvordan man skulle måle.

Metron betyder mål på græsk. Man besluttede, at det nye mål skulle kaldes "meter".

Man brugte 7 år på at finde ud af, hvor langt der var fra Nordpolen til ækvator. Denne afstand ville man dele med 10 millioner. Resultat skulle vise, hvor lang en meter skulle være.

I 1875 mødtes Danmark med 16 andre lande i Paris. Her skulle man blive enige om at bruge den samme måde at måle på. Den nye måleenhed kaldte man for meter.
Først ca. 30 år efter blev det indført i Danmark.
På Danmarks Nationale Metrologiinstitut (DFM) kan man i kælderen finde en meter-stok fra dengang, man blev enige om, hvordan man skulle måle.

I dag har man besluttet, at en meter er den afstand, som lys bevæger sig i løbet af et meget kort øjeblik, $\frac{1}{299792458}$ sekund.

Kilder: Kraftig inspiration fra "Historien om meteren", Forlaget Matematik.
Kurt Petersen "Mål og vægt i Danmark" Polyteknisk Forlag.
https://kortlink.dk/DFM/2fqmc

Fakta

Centi betyder "delt i 100" på latin.
En centimeter betyder altså en meter delt i 100 dele.
Milli betyder "delt i 1000" på latin.
En millimeter betyder altså en meter delt i 1000 dele.

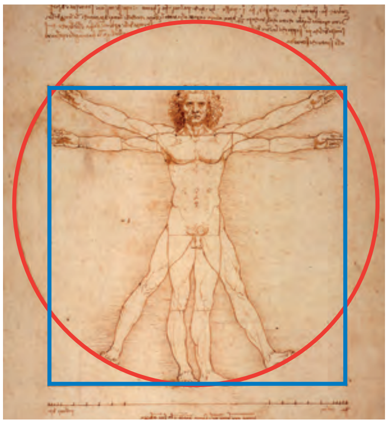
Den vitruvianske mand

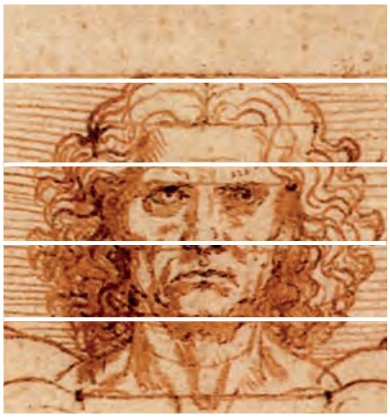
Overordnet introduktion til elevoplæg

Leonardo da Vinci var både videnskabsmand og kunstner. I ca. 1485 tegnede Leonardo da Vinci den vitruvianske mand, hvor han viser, hvordan han forestiller sig, at den perfekte menneskekrop er opbygget.

Marcus Vitruvius Pollio var en romersk arkitekt og ingeniør. Han er kendt for værket De Architectura, som er skrevet omkring 35 f.Kr. og genfundet i 1414. I værket beskriver Vitruvius arkitektur som billeder af naturen, hvor menneskekroppen defineres som det mest veldimensionerede bygningsværk i forhold til indbyrdes målforhold. Derfor mente Vitruvius, at templer skulle bygges efter principperne om det velproportionerede menneske.

Leonardo da Vinci arbejdede videre med Marcus Vitruvius Pollios teorier. Han tegnede den vitruvianske mand, der står på to forskellige måder, hvor kroppen har udstrakte arme og ben, der er indskrevet i både en cirkel og et kvadrat.





Alle mennesker er forskellige, hvorfor ingen kan forventes at leve op til Leonardo da Vincis ideal om det perfekte menneske.
Derfor skal tegningen af den vitruvianske mand betragtes som en model.
Modellen viser, hvordan det perfekte menneske ville være opbygget, hvis det var skabt ud fra geometriske figurer og bestemte målforhold.

Fakta

Nogle af Leonardo da Vincis målforhold:
Personens højde er den samme som længden på tværs med udstrakte arme og hænder.

Hovedets højde er $\frac{1}{8}$ af personens højde.

Fodens længde er $\frac{1}{7}$ af personens højde.

Håndens længde er $\frac{1}{10}$ af personens højde.

Skridthøjden er $\frac{1}{2}$ af personens højde.

Armens længde er $\frac{2}{5}$ af personens højde.

Længden af øret er en $\frac{1}{3}$ af hovedets højde.

Afstanden fra albuen til armhulen er $\frac{1}{8}$ af personens højde.

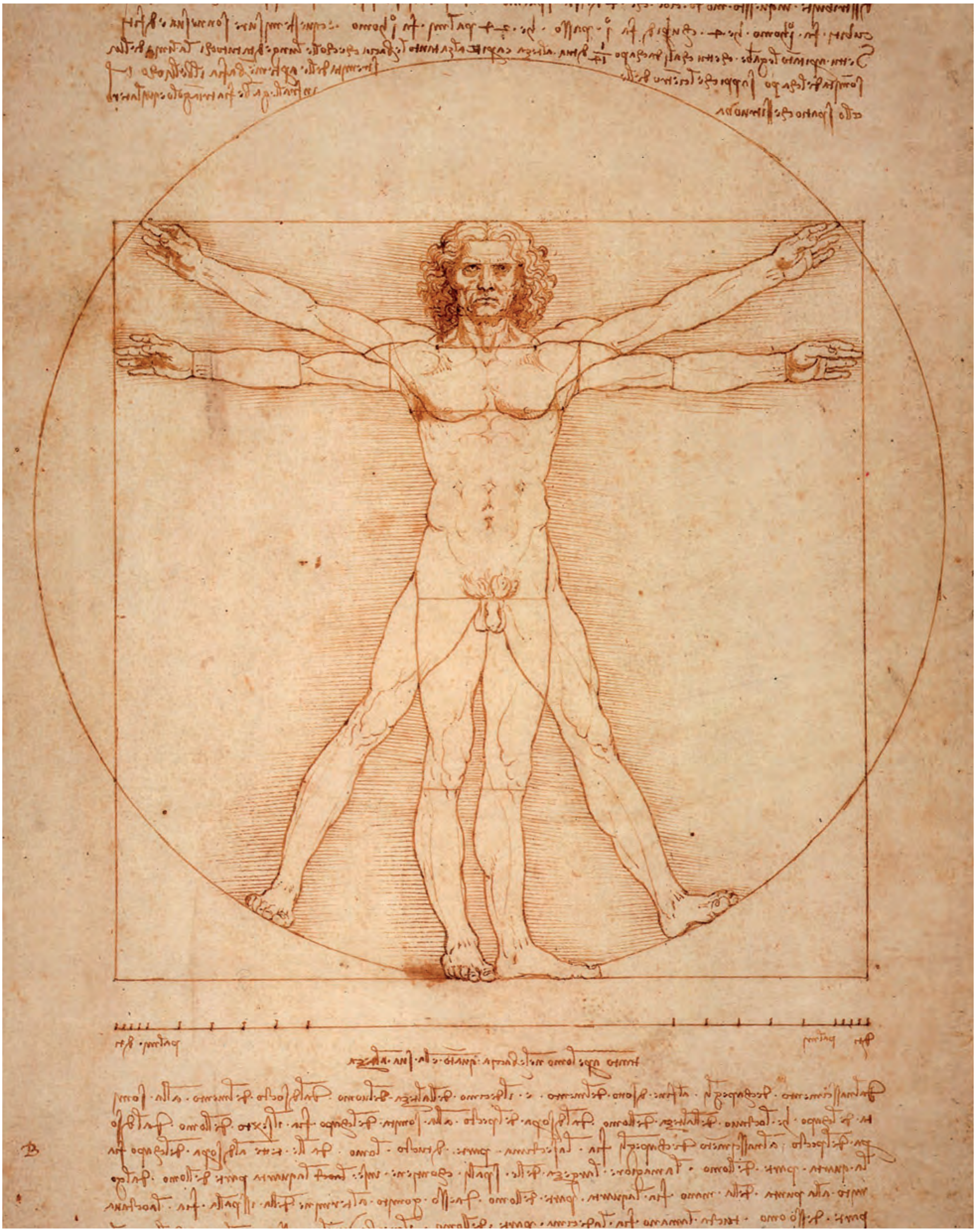
Afstanden fra albuen til fingerspidserne er $\frac{1}{5}$ af personens højde.

Afstanden fra hagen til næsen er $\frac{1}{3}$ af ansigtets længde.

Afstanden fra hagen til næsen er den samme som afstanden fra issen til øjenbrynene.

Den vitruvianske mand

Kopiark



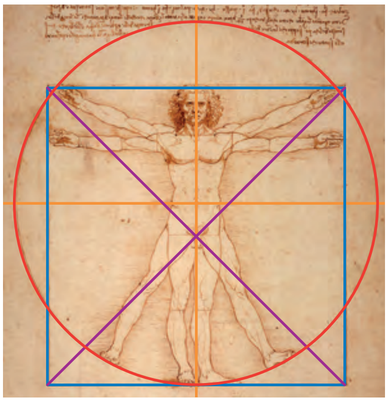
En pentagon i tegningen

Matematik i kunst og mennesket

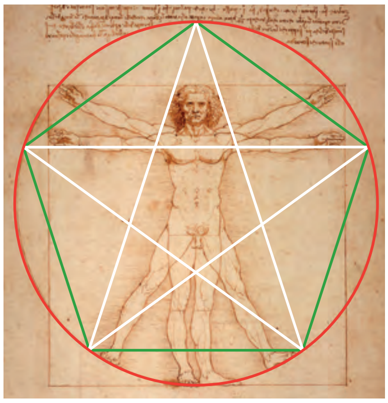
Leonardo da Vinci forsøgte at påvise, at det gyldne snit, også kendt som det guddommelige forhold, ligger til grund for menneskets proportioner.

Til forsøget konstruerede han den regulære femkant, pentagonen, med den omskrevne cirkel.

Når diagonalerne indtegnes i pentagonen fremkommer den regulære femtakkede stjerne, pentagram. Stjernens takker viser den ideelle placering af den vitruvianske mands hoved, arme og ben.



En cirkel og et kvadrat indtegnet i tegningen.



En cirkel og en pentagon med en stjerne indtegnet i tegningen.

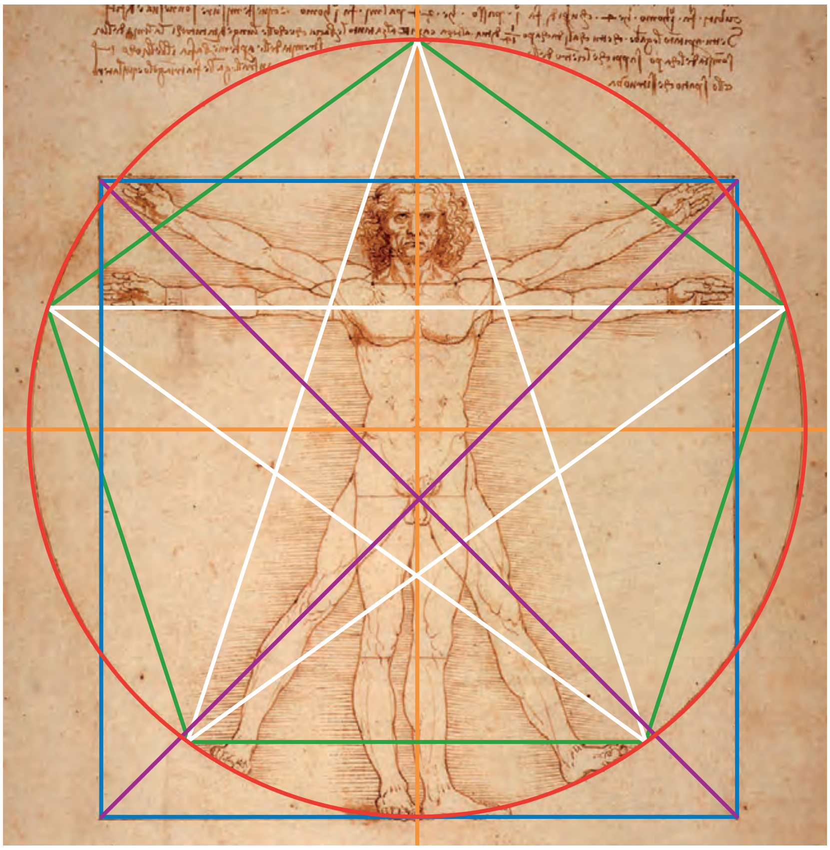
Leonardo da Vinci ville illustrere med sin tegning, at kroppen har mange målforhold.

Undersøg

I skal undersøge, om der er sammenhæng mellem arealet af kvadratet og cirklen.

Desuden skal I finde ud af, hvordan man kan finde det gyldne snit i pentagrammet og trekanter indtegnet på den vitruvianske mand.

I skal også undersøge, om det gyldne snit passer med jeres egne tegninger og proportioner.



Samlet billede.

Matematik i kunst og mennesket

Det gyldne snit handler om at opdele et linjestykke i to stykker. Forholdet mellem det største og det mindste stykke svarer til forholdet mellem hele linjestykket og det største stykke.

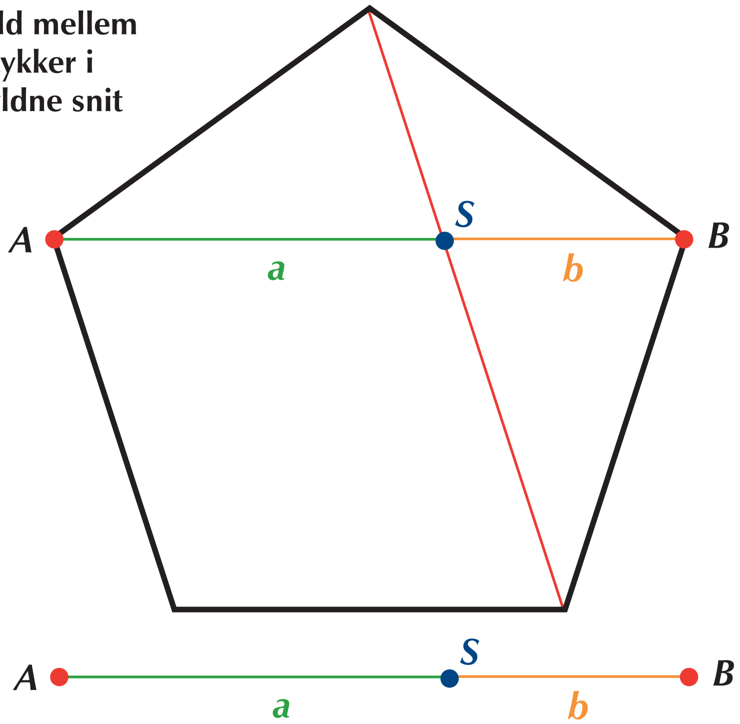
Linjestykket *AB* er delt i det gyldne snits forhold, når punktet S er placeret sådan, at hele linjestykket *AB* forholder sig til det lange linjestykke *a*, som det lange linjestykke a forholder sig til det korte linjestykke *b*. Forholdet er det gyldne snit og betegnes med det græske bogstav phi φ.

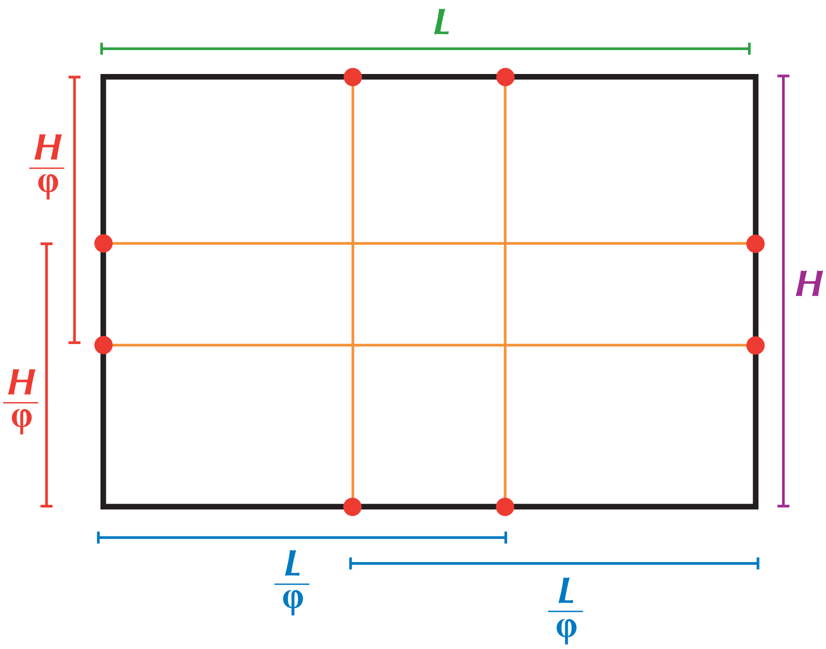
Linjestykkerne i pentagrammet er diagonalerne i pentagonen. Alle 5 linjestykker i pentagrammet skærer hinanden i det gyldne snit.

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi = 1{,}61803398...$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{1}{\varphi} = 0{,}61803398...$$

Forhold mellem linjestykker i det gyldne snit





Fakta
Forhold i det gyldne snit betyder:

Det store linjestykke er ca. 61,8% længere end det lille stykke.

Det lille linjestykke udgør ca. 61,8% af det store linjestykke.

Hele linjestykket er ca. 61,8% længere end det store stykke.

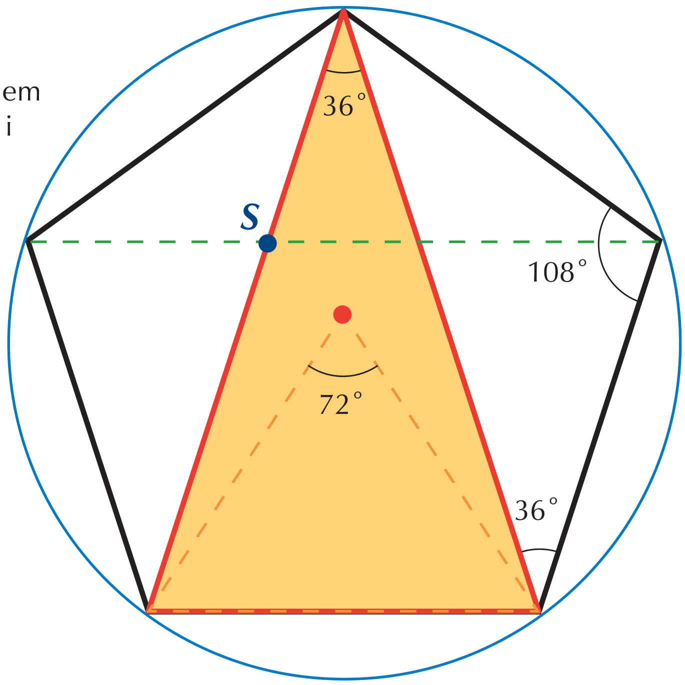
Det store linjestykke udgør ca. 61,8% af hele linjestykket.

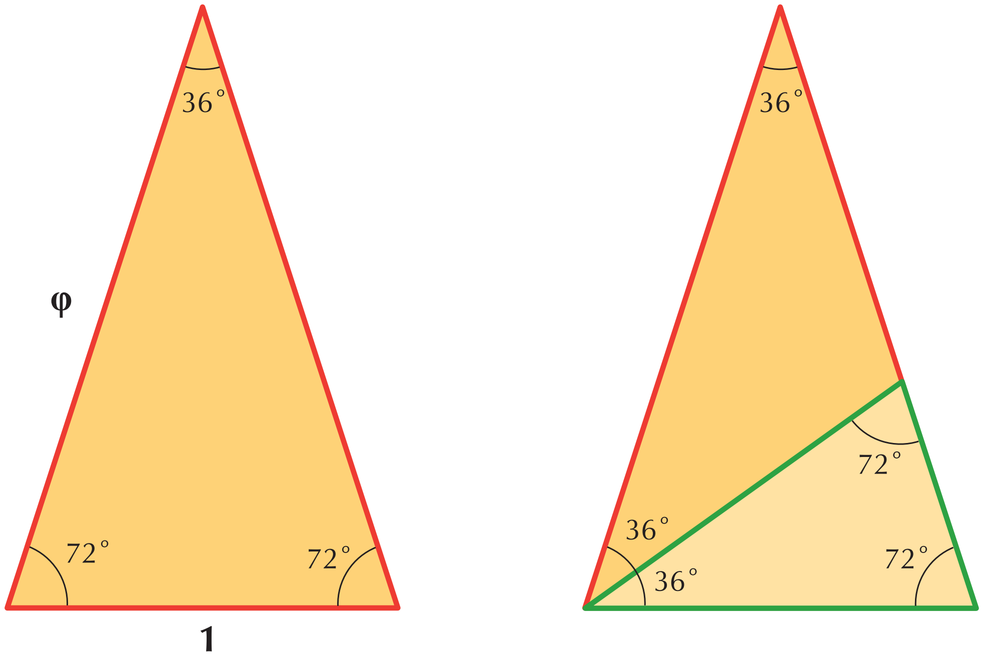
Pentagrammet og gyldne trekanter

Både de spids- og stumpvinklede trekanter, der fremkommer ved indtegnelse af diagonalerne i pentagonen, er gyldne trekanter.

Det er fordi forholdet mellem trekanternes sider er φ.

Forholdet φ findes mellem en lang og en kort side i trekanterne.





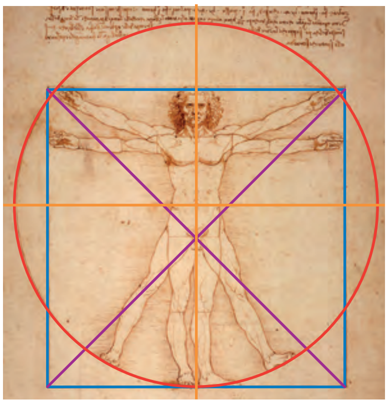
Det gyldne snit i mennesket

Matematik i kunst og mennesket

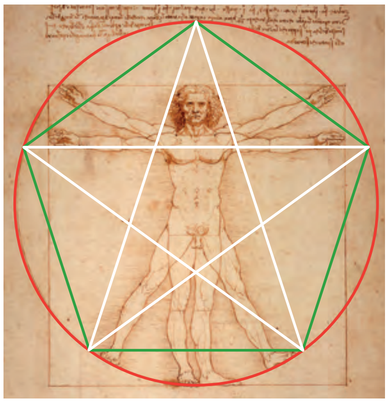
I skal undersøge forskellige sammenhænge omkring det gyldne snit.

Målet er, at I kan

- finde sammenhænge mellem forskellige mål, der viser det gyldne snit
- sammenligne forskellige metoder til at finde det gyldne snit
- anvende jeres viden om ligedannethed, regulære polygoner og andre geometriske figurer.



Tegning til undersøgelse 1.



Tegning til undersøgelse 2.

Kroppens mål og forhold

I skal tage billeder af jer selv, hvor I står på samme måde som den vitruvianske mand.

I skal tegne cirkler og kvadrater om jeres kroppe på samme måde, som på tegningen af den vitruvianske mand.

I skal tage billeder af hinandens ansigter, som I skal opdele i målforhold.

I skal indtegne og beskrive forskellige typer polygoner og figurer tegnet på den vitruvianske mand og billeder af jer selv.

I skal måle og finde det gyldne snit på forskellige måder på tegningen af den vitruvianske mand og billederne af jer selv.

I skal sammenligne jeres målforhold med Leonardo da Vincis teori om den vitruvianske mand.

Undersøgelse 1

I skal undersøge om Leonardo Da Vincis tegning og teorien om det gyldne snit passer med målforholdene på tegningen af den vitruvianske mand.

I skal sammenligne målforholdene på den vitruvianske mand med målforhold på jeres egne tegninger.

I skal undersøge størrelsesforholdet mellem kvadratets og cirklens areal på tegningen af den vitruvianske mand og jeres egne tegninger.

I skal undersøge, om skridthøjden på jeres egne fotos med tegninger også er i diagonalernes centrum af kvadratet.

Undersøgelse 2

I skal undersøge, hvordan det gyldne snit kan findes, når to diagonaler skærer hinanden i et pentagram.

I skal undersøge om navlen, som er centrum for cirklen, i forhold til issen, sidder i det gyldne snit på jeres egne fotos/tegninger.

I skal undersøge og finde sammenhænge mellem mål på forskellige gyldne trekanter, der kan indtegnes i pentagrammet.

I skal undersøge om teorien om de gyldne trekanter gælder for alle trekanter, der kan indtegnes i pentagrammet.

I skal undersøge om I kan finde andre sammenhænge mellem målforhold på kroppen, der kan beskrives ud fra det gyldne snit.

Findes det gyldne snit i jer selv?

Matematik i mennesket

Til undersøgelserne skal I fotografere jeres kroppe i helfigurer i de to positioner.

Print billeder med jer selv i de opstillede positioner i A4 eller A3-format til indtegning i undersøgelserne.

I et dynamisk geometriprogram fx GeoGebra til indtegning af cirkler, kvadrater, pentagoner, pentagrammer og trekanter på billederne af jeres kroppe til brug for undersøgelse 1 og 2.

Brug kopiarket eller hent tegningen, så I kan bruge den i et tegneprogram: https://kortlink.dk/pixabay/2frpe

Materialer

Papir
Blyanter
Farver
Passere
Linealer
Målebånd
Regnemaskiner
Telefon eller lignende til fotos
Print af fotos i A4 og A3
Dynamisk geometriprogram fx GeoGebra

Ideer

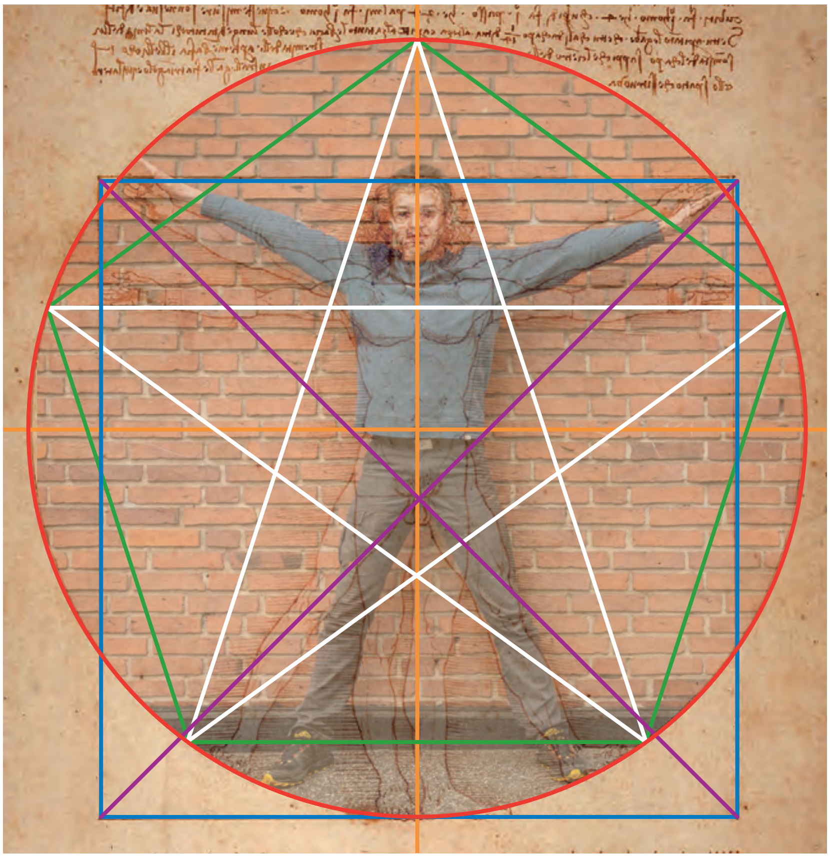
I kan sammenligne jeres tegninger af jer selv indskrevet i kvadratet, cirklen og pentagrammet.

I kan sammenligne jeres metoder til at finde det gyldne snit i figurerne.

I kan undersøge om navlen også vil kunne være i det gyldne snit, hvis pentagrammet forskydes og/eller drejes i kvadratet, hvor en af diagonalerne er parallel med en af siderne i kvadratet.

I kan undersøge om det gyldne snit også fremkommer ved indtegning af diagonaler i andre regulære polygoner fx tikant, dekagon.

I kan undersøge, hvordan det gyldne snit optræder andre steder i matematikken og kunsten.



Underliggende foto: Mette Eis-Hansen

Matematik i kunst og mennesket

Klassetrin og omfang
Udskolingen.
Varighed: 5-6 lektioner.

Elevforudsætninger
Eleverne skal have kendskab til målforhold.
Eleverne skal have kendskab til ligedannethed og kongruens i forhold til størrelsesforhold og sammenhænge.
Eleverne skal have kendskab til regulære polygoner.
Eleverne skal have kendskab til vinkler, vinkelsum og vinkelhalveringslinjer.
Eleverne skal have kendskab til parallelforskydning, drejning og spejling.

Start med at gennemgå den indledende side til elevoplægget.

Forløb

Matematik i kunst og mennesket
Den vitruvianske mand
Kroppen og ansigtet
Mål på fotografier

Matematiske stofområder / Matematiske kompetencer	Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling		■				
Statistik og sandsynlighed						

Aktiviteter
Eleverne skal enten parvis eller i grupper tage billeder af hinanden i samme positioner som den vitruvianske mand til indtegning af cirkler, kvadrater, pentagoner, pentagrammer, trekanter og andre målforhold. Se billederne til oplægget for mellemtrinnet.

Eleverne skal indtegne de geometriske figurer om deres kroppe, i de to positioner, på enten udprintede ark med fotos eller via indsættelse af fotos i eksempelvis GeoGebra.

Eleverne skal indtegne målforhold på deres billeder på udprintede ark eller via indsættelse af billederne i eksempelvis GeoGebra.

Eleverne skal sammenligne deres målforhold ift. det gyldne snit med tegningen af den vitruvianske mand.

Eleverne kan sammenligne hinandens målforhold ud fra deres tegninger på billederne.

Ekstra
Der kan differentieres i forhold til, om eleverne skal indtegne de geometriske figurer og andre målforhold for deres kroppe på papir eller i tegneprogrammer fx GeoGebra.

Eleverne kan også animere deres tegninger i fx GeoGebra eller lignende programmer.

Eleverne kan også arbejde videre med det gyldne snit i relation til andre temaer, hvor det indgår i matematik.

Eleverne kan også udlede Phi gennem opstilling og løsning af en andengradsligning.

Evaluering
Eleverne skal præsentere deres tegninger og udregninger med målforhold for hinanden gennem fremlæggelser i klassen eller mellem grupper.

Tegninger og udregninger kan også præsenteres gennem fælles opslag i en Padlet eller lignende.

Afsnit 5

Matematik fra hverdagssprog til videnskabssprog

Foto: ICP

Måleenheder

Definition og sammenhæng

I vores dagligdag bruger vi forskellige enheder til beskrivelse af længder, arealer, rumfang, masse, temperatur, tid osv.
I skal her arbejde med, hvordan disse enheder er defineret og få forståelse af sammenhængen mellem dem.

Målet er, at I får

- forståelse og anvendelse af præfikser
- forståelse af sammenhæng mellem forskellige enheder (kubikdecimeter og liter)
- forståelse af begrebet densitet.

I skal undersøge præfiksers brug i målesystemet.

I skal arbejde med volumen og densitet af forskellige figurer.

I skal undersøge sammenhængen mellem de forskellige volumenenheder.

Men først skal I finde ud af, hvad præfiks, volumen og densitet betyder.

Foto: Karina Westerskov Andersen

Materialer

Måleglas eller målebægre
Vægt
Flere ikke regulære figurer
Kuglerunde genstande
Jovobrikker eller
polydronbrikker
Ris, salt, mel, sukker, vand
Computer med regneark
Papir i forskellige størrelser
Saks, lineal, målebånd, tape

Undersøg

Undersøg præfiksers brug i målesystemet.
Se elevoplæg side 139-144
Præfikser - Volumen - Densitet
Metersystemet, Præfikser,
Metersystemet og massefylde
Vægt, Skift mellem præfikser.

Undersøg sammenhængen mellem de forskellige volumenenheder.
Se elevoplæg side 145-148
Volumen, Udfoldede prismer
Dodekaeder – tolvsidet polyeder,
Arkimedes' kugle i cylinder.

Undersøg volumen og densitet af forskellige figurer og materialer.
Se elevoplægget side 149
Densitet.

Brug Arkimedes' princip
Hvordan bestemmes massefylden af en figur, der ikke er regulær fx en sten, en kastanje eller lignende?
Se elevoplægget side 150
Brug Arkimedes' princip.

Ideer

Undersøg om Arkimedes' påstand er rigtig:

"Enhver kugle har både to tredjedele af volumenet og to tredjedele af overfladearealet af den omkringliggende cylinder".

Se også elevoplægget *Arkimedes' kugle i cylinder* på side 148.

Beskrivelse af enhederne

Fakta
Præfiks

Et præfiks kan være et udtryk, som kan sættes foran en fysisk/videnskabelig enhedsbetegnelse, når dette er praktisk/bekvemt.

Det har til formål, at man kan angive (meget) store eller små størrelser af en bestemt enhed med forholdsvis få tal og bogstaver - SI-præfiks.

SI-systemet

Der er syv grundlæggende SI-enheder: længde, masse, tid, elekrtrisk strøm, temperatur, stofmængde og lysstyrke.

SI-præfikser

Et SI-præfiks er et præfiks, som kan anvendes på enhver SI-enhed.

Se siderne 140-141 med SI-præfikser - metersystemet

Fakta
Volumen

Volumen er et videnskabeligt ord for rumfang.

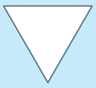
Fakta
Formler til areal- og rumfangsberegning

Formler til arealberegning af forskellige figurer og rumfangsberegning af prisme:

Areal af ligesidet trekant med sidelængden a

$A = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$

Hvor $s = (a + b + c) : 2$

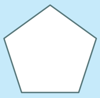


Dette er Herons formel til beregning af arealet af en trekant. a, b, c er trekantens sidelængder og s er trekantens halve omkreds.

Areal af kvadrat med sidelængden *a*

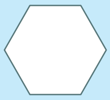
$A = a^2$

Areal af regulær pentagon (femkant) med sidelængden *a*



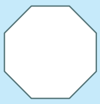
$A = a^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \sqrt{25 + 10 \cdot \sqrt{5}}$

Areal af regulær hexagon (sekskant) med sidelængden a



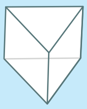
$A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$

Areal af regulær oktagon (ottekant) med sidelængden a



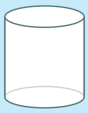
$A = 2 \cdot a^2 \cdot (1 + \sqrt{2})$

Rumfanget af et prisme



$V = h \cdot G$, hvor h er højden og G er grundfladens areal

Rumfanget af en cylinder



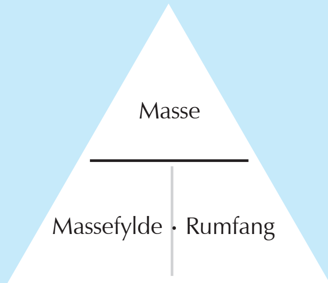
$V = h \cdot \pi \cdot r^2$, hvor h er højden og r er radius.

Fakta
Densitet

Densitet er et videnskabeligt ord for massefylde. Densitet er mål for, hvor tungt eller let et stof er i forhold til dets rumfang. Densitet er en fysisk størrelse, der defineres som massen pr. volumenenhed eller vægt pr. rumfangsenhed.

Densitet angives normalt i

g/cm^3 1 cm^3 vejer *x* gram
kg/dm^3 1 dm^3 vejer *x* kilogram
t/m^3 1 m^3 vejer *x* ton



Massefyldetrekanten viser forskellige formler, idet den vandrette streg under masse/vægt illustrerer en brøkstreg – division:

$$\text{Massefylde} = \frac{\text{Masse}}{\text{Rumfang}}$$

$$\text{Masse} = \text{Massefylde} \cdot \text{Rumfang}$$

$$\text{Rumfang} = \frac{\text{Masse}}{\text{Massefylde}}$$

Metersystemet

Meteren

Meteren blev første gang defineret af Det Franske Videnskabsakademi i 1791 som en ti-milliontedel $\left(\frac{1}{10\,000\,000}\right)$ af afstanden fra jordens geografiske ækvator til nordpolen gennem Paris.

Den franske konge Ludvig den 16, havde beordret en gruppe videnskabsmænd til at udvikle et nyt målesystem.
Den 10. december 1799 vedtog Frankrig, at metersystemet skulle være deres officielle måleenhed.
Videnskabsmændene fastsatte senere en kilometer til at være $\frac{1}{10\,000}$ af jordkvadranten - det vil sige afstanden fra ækvator til den geografiske nordpol, og et kilo til at være massen af en liter vand.

I dag er en meter defineret af det Internationale Bureau for Mål og Vægt som længden af den strækning lyset tilbagelægger i vakuum, i løbet af tidsrummet $\frac{1}{299\,792\,458}$ sekund, altså cirka 0,000 000 003 356 4 sekund.

Metersystemet vandt først international accept omkring 1875 og bruges i dag i det meste af verden, med undtagelse af USA, Burma og Liberia.

Metersystemet, enhedssystem baseret på enhederne meter og kilogram er indført i Danmark ved lov fra 1907 og med en overgangsordning gældende 1910-1916.

Målesystem

kilo-	hekto-	deka-		deci-	centi-	milli-
1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
tusind	hundrede	ti	en	tiendedel	hundrededel	tusindedel

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
kilo-meter	hekto-meter	deka-meter	meter	deci-meter	centi-meter	milli-meter

kL	hL	daL	L	dL	cL	mL
Bruges ikke i Danmark	hekto-liter	Bruges ikke i Danmark	liter	deci-liter	centi-liter	milli-liter

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
kilo-gram	Bruges ikke i Danmark	Bruges ikke i Danmark	gram	Bruges ikke i Danmark	Bruges ikke i Danmark	milli-gram

Præfikser

Præfiks
Et præfiks kan være et udtryk, som kan sættes foran en fysisk/videnskabelig enhedsbetegnelse, når dette er praktisk/bekvemt.

Det har til formål, at man kan angive (meget) store eller små størrelser af en bestemt enhed med forholdsvis få tal og bogstaver - SI-præfiks.

SI-systemet
Der er syv grundlæggende SI-enheder
- længde
- masse
- tid
- elekrtrisk strøm
- temperatur
- stofmængde
- lysstyrke

SI-præfikser
Et SI-præfiks er et præfiks, som kan anvendes på enhver SI-enhed.

Dét, at det samme præfiks kan anvendes på enhver SI-enhed, er en af SI systemets styrker.

I skal her arbejde med to af de grundlæggende SI-enheder, nemlig *længde* og *masse* samt to andre enheder, som bruges sammen med SI-enheder, nemlig *areal* og *rumfang*.

Se også regnearkene *Metersystem-Praefix.xlsx* og *Volumen-Densitet.xlsx* med omregninger i metersystemet - længde, areal, rumfang og masse. Filerne findes her: https://kortlink.dk/2g53e

Præfikser			
TERA	billion	10^{12}	1 000 000 000 000
GIGA	milliard	10^{9}	1 000 000 000
MEGA	million	10^{6}	1 000 000
KILO	tusind	10^{3}	1000
HEKTO	hundrede	10^{2}	100
DEKA	ti	10^{1}	10
	en / et	10^{0}	1
DECI	tiendedel	10^{-1}	0,1
CENTI	hundrededel	10^{-2}	0,01
MILLI	tusindedel	10^{-3}	0,001
MICRO	milliontedel	10^{-6}	0,000 001
NANO	milliardtedel	10^{-9}	0,000 000 001
PIKO	billiontedel	10^{-12}	0,000 000 000 001

SI-systemet

	længde	**masse**	**rumfang**
TERA	TERA-meter	TERA-gram	TERA-liter
GIGA	GIGA-meter	GIGA-gram	GIGA-liter
MEGA	MEGA-meter	MEGA-gram	MEGA-liter
KILO	KILO-meter	KILO-gram	KILO-liter
HEKTO	HEKTO-meter	HEKTO-gram	HEKTO-liter
DEKA	DEKA-meter	DEKA-gram	DEKA-liter

	meter	**gram**	**liter**
DECI	DECI-meter	DECI-gram	DECI-liter
CENTI	CENTI-meter	CENTI-gram	CENTI-liter
MILLI	MILLI-meter	MILLI-gram	MILLI-liter
MICRO	MICRO-meter	MICRO-gram	MICRO-liter
NANO	NANO-meter	NANO-gram	NANO-liter
PIKO	PIKO-meter	PIKO-gram	PIKO-liter

Omregninger og præfikser

Udfyld de manglende felter.

kilometer km	meter m	decimeter dm	centimeter cm	millimeter mm
5,3	5300	53000	530000	5300000
	89			89000
		12		
0,9				
	12			
153				
		6,5		
				200000000
			27	

Omregn liter til cm^3 , dm^3, m^3:

liter L	kubikcentimeter cm^3	kubikdecimeter dm^3	kubikmeter m^3
0,01			
0,1			
1			
1,5			
3			
3,25			
8,5			
10			
75			
100			

Omregninger og præfikser

Udfyld de manglende felter – Skriv den samme vægt på tre måder.

gram g	kilogram og gram kg og g	kilogram kg
12345 g	12 kg 345 g	12,345 kg
	7 kg 300 g	
		4,39 kg
79585 g		
	3 kg 50 g	
		0,568 kg
25 g		
		6,08 kg
	10 kg 9 g	
2900 g		

Udfyld de manglende felter.

ton t	kilogram kg	gram g	milligram mg
4,5	4 500	4 500 000	4 500 000 000
	89		
		6300	
			320 500 000
5			
	0,004		
		983 600	
11			
			7 385 000 000

Skift mellem præfikser

Matematik fra hverdagssprog til videnskabssprog

Omregninger og præfikser

Udfyld de manglende felter – Skriv den samme præfiks på tre måder.

37 gigatons	$37 \cdot 10^9$ tons	37 000 000 000 tons
kilometer	meter	meter
deciliter		
terameter		
nanogram		
centiliter		
0,4 millimeter	$0{,}4 \cdot 10^{-3}$ meter	0,0004 meter
20 hektoliter	liter	liter
megameter		
micrometer		

Her er anvendt præfikser.
Skriv det manglende tal i omskrivningen mellem enheder.

50	cm	=	m
180	mL	=	L
2	m	=	mm
0,4	kg	=	g
632	mm	=	m
1	m^2	=	cm^2
3	min	=	s
30 000	cm^3	=	m^3
72	km/t	=	m/s
2450	kg/m^3	=	g/cm^3
27	dm^3	=	L

Hvordan hænger det hele sammen?

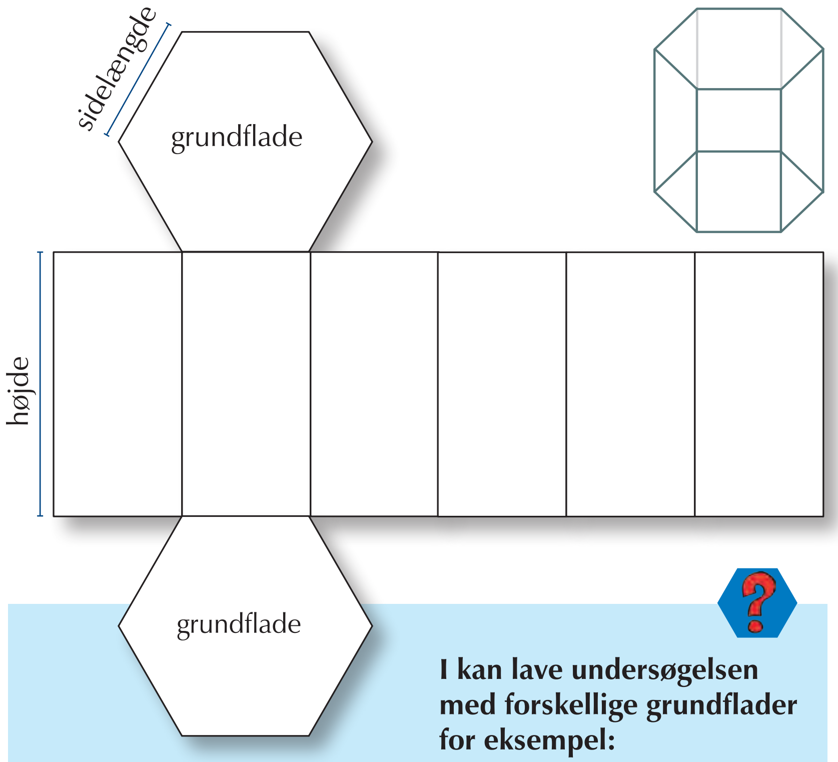
Undersøg sammenhængen mellem forskellige volumenenheder.

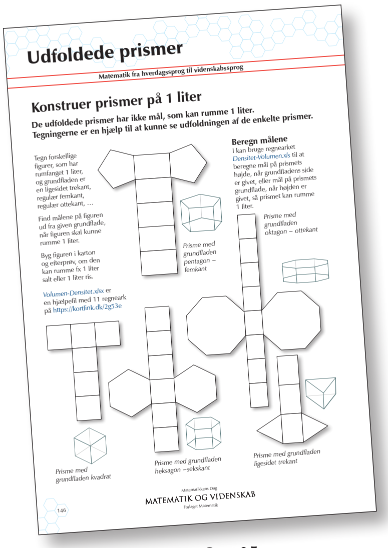
Rumlige figurer

I skal bygge rumlige figurer, som kan rumme 1 liter, hvor grundflader er

- en ligesidet trekant
- et kvadrat
- en regulær femkant
- en regulær sekskant
- en cirkel

Brug side 146 med kopiarket *Udfoldede prismer.* Her ses udfoldning af rummelige figurer med forskellige grundflader. Med regnearkene i filen *Volumen-Densitet.xlsx* fra https://kortlink.dk/2g53e kan I beregne mål på prismets højde og grundfladens side, så prismet kan rumme 1 liter.




Udfoldede prismer
Matematik fra hverdagssprog til videnskabssprog
Konstruer prismer på 1 liter
De udfoldede prismer har ikke mål, som kan rumme 1 liter.
Tegningerne er en hjælp til at kunne se udfoldningen af de enkelte prismer.
Beregn målene
Prisme med grundfladen kvadrat
Prisme med grundfladen heksagon – sekskant
Prisme med grundfladen ligesidet trekant
MATEMATIK OG VIDENSKAB

Omregn cm³ til L

Nu skal I omregne kubikcentimeter til liter. Foretag eventuel undersøgelsen i regnearket *Volumen-Densitet.xlsx* Se regnearkets forslag til beregning med jovobrikker eller polydronbrikker i filen.

Undersøg

Undersøg sammenhængen mellem sidelængde og højde i en rummelig figur bygget med jovobrikker / polydronbrikker, så den kan rumme 1 liter.

Undersøg om du kan beskrive sammenhængen mellem sidelængde og højde på figuren med en formel.

Undersøg om sammenhængen mellem grundflade og højde giver mening som en figur, der kan rumme 1 liter.

I kan lave undersøgelsen med forskellige grundflader for eksempel:

Hvor stor skal sidelængden være i en sekskantet grundflade, hvis figurens højde er på 1 cm, 2 cm eller 3 cm, når den skal rumme 1 liter?

Hvor stor skal højden være i en figur med kvadratisk grundflade og en sidelængde på 1 cm, 2 cm eller 3 cm, når den skal rumme 1 liter?

Tegn grafen for udviklingen, hvis rumfanget er 1 liter, og hvor I bruger jovobrikker, som har sidelængden 5 cm.

Tegn grafen for udviklingen, hvis grundfladearealet fastholdes.

Tegn grafen for udviklingen, hvis højden fastholdes.

Udfoldede prismer

Konstruer prismer på 1 liter

De udfoldede prismer har ikke mål, som kan rumme 1 liter.
Tegningerne er en hjælp til at kunne se udfoldningen af de enkelte prismer.

Tegn forskellige figurer, som har rumfanget 1 liter, og grundfladen er en ligesidet trekant, regulær femkant, regulær ottekant, …

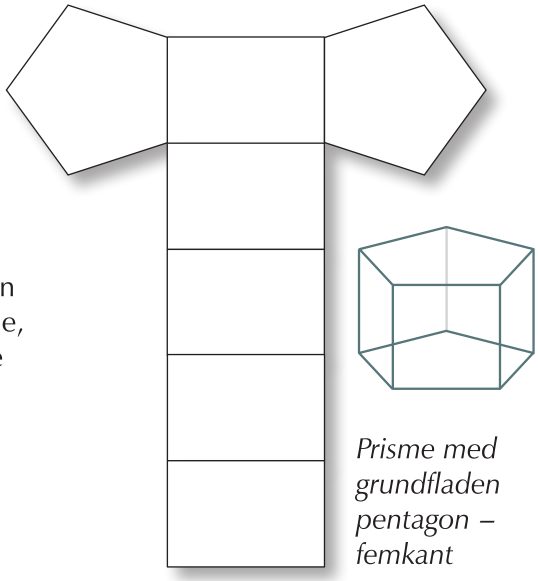
Find målene på figuren ud fra given grundflade, når figuren skal kunne rumme 1 liter.

Byg figuren i karton og efterprøv, om den kan rumme fx 1 liter salt eller 1 liter ris.

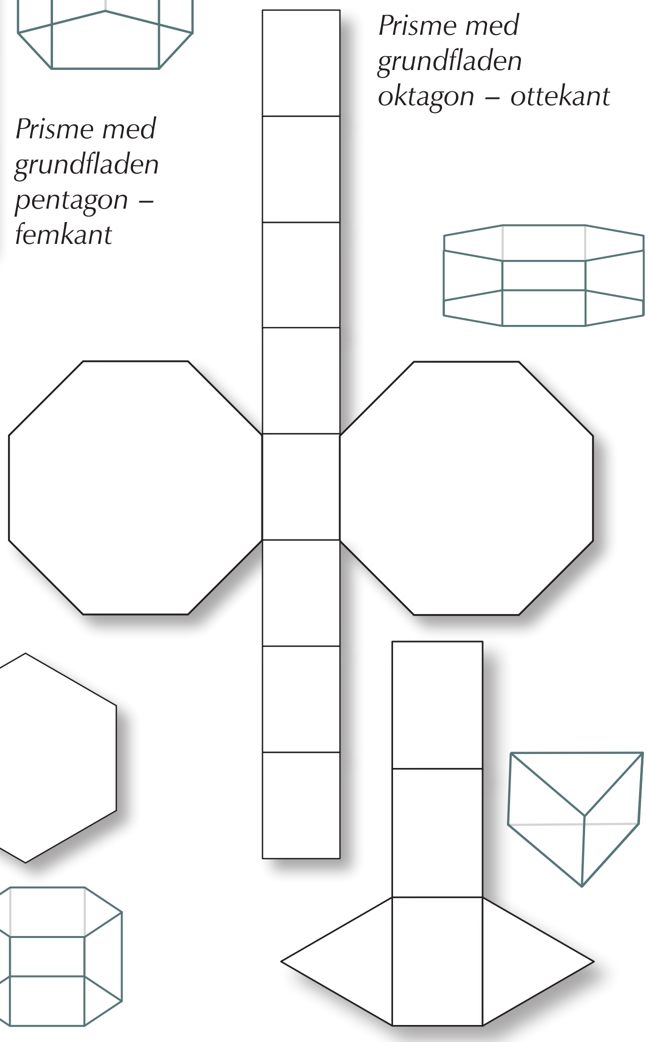
Volumen-Densitet.xlsx er en hjælpefil med 11 regneark på https://kortlink.dk/2g53e

Beregn målene

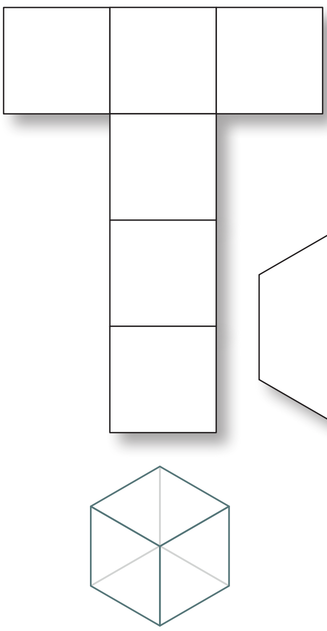
I kan bruge regnearket *Volumen-Densitet.xlsx* til at beregne mål på prismets højde, når grundfladens side er givet, eller mål på prismets grundflade, når højden er givet, så prismet kan rumme 1 liter.



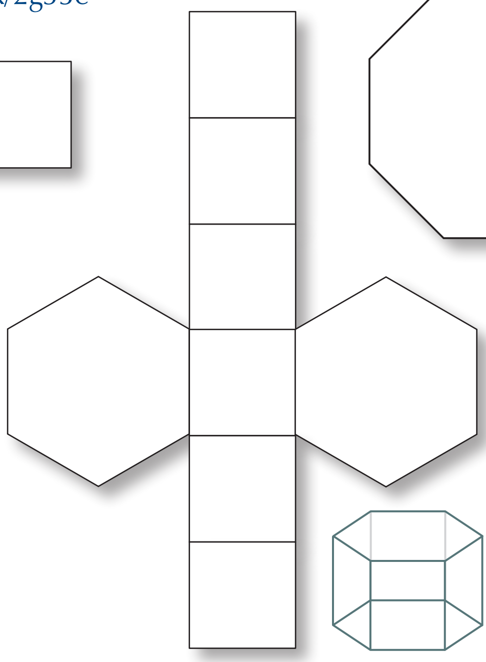
Prisme med grundfladen pentagon – femkant



Prisme med grundfladen oktagon – ottekant



Prisme med grundfladen kvadrat



Prisme med grundfladen heksagon –sekskant

Prisme med grundfladen ligesidet trekant

Dodekaeder – Tolvsidet polyeder

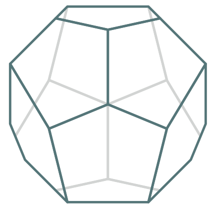
Spil og undersøg

Træk undersøgelseskort eller kast med den tolvkantede spilleterning med krav til figuren, der skal kunne rumme 1 liter.

Kortene eller siderne på den tolvkantede spilleterning viser undersøgelsen: Hvor volumen er 1 liter og

- Grundfladen kan være ligesidet trekant, kvadrat,…
- Grundflade skal være... og højde i figuren skal være...

Find den manglende oplysning, når rumfanget skal være 1 liter - enten højden eller sidelængde i grundfladen.



Dodekaeder med undersøgelser

Dette er et udfoldet dodekaeder (tolvkant), som kan samles og kastes. Siden opad fortæller, hvilken undersøgelse hver af jer skal lave.

Femkanterne kan også klippes ud, så hver elev trækker en undersøgelse i stedet.

Undersøg hvor høj højden skal være i et prisme, hvori grundfladen er en pentagon med sidelængden 4 cm, og det skal rumme 1 liter.

Undersøg om et prisme, som har højden 2,4 dm og grundfladen er en ligesidet trekant med sidelængden 1 dm, kan rumme 1 liter.

Undersøg hvor lang en sekskantet grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme 1 liter og har højden 8 cm.

Undersøg hvor højt et prisme skal være, hvis grundfladen er en hexagon med sidelængden 0,8 dm, og den skal rumme 1 liter.

Undersøg hvor højt et prisme skal være, hvis grundfladen er en pentagon med sidelængden 4,5 cm, og det skal rumme 1 liter.

Undersøg hvor lang en ottekantet grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme 1 liter og har højden 9 cm.

Undersøg hvor lang en kvadratisk grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme 1 liter og har højden 1,5 dm.

Undersøg om et prisme, hvori grundfladen er et kvadrat med sidelængden 6 cm og højden 28 cm, kan rumme 1 liter.

Undersøg hvor lang en femkantet grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme 1 liter og har højden 10 cm.

Undersøg hvor høj et prisme skal være, hvis grundfladen er en oktagon med sidelængden 6 cm, og det skal rumme 1 liter.

Volumen-Densitet.xlsx er en hjælpefil med 11 regneark på https://kortlink.dk/2g53e

Udskrives i A3, klippes ud og samles med tape.

Arkimedes' kugle i cylinder

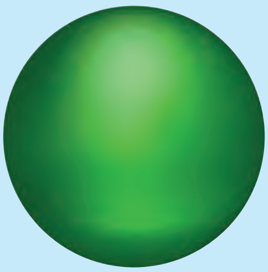
Matematik fra hverdagssprog til videnskabssprog

Udfordring

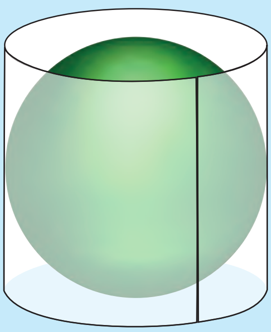
Er Arkimedes' påstand rigtig?
"Enhver kugle har både to tredjedele af volumenet og to tredjedele overfladearealet af den omkringliggende cylinder".

Undersøg

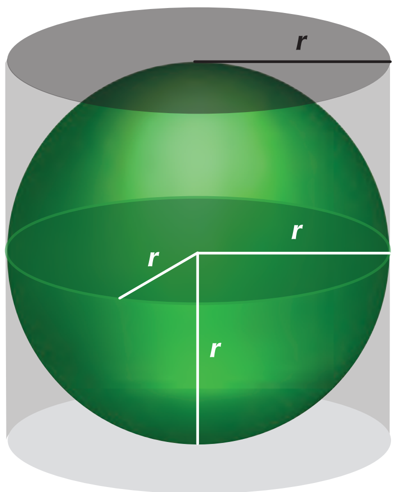
Find en rund genstand: en bold, en atletik kugle eller en …



Lav en cylinder af papir uden om den runde genstand og med samme højde som den runde genstands diameter.



Tegn jeres cylinder med den runde genstand inde i cylinderen. Brug et dynamisk geometri-program, fx GeoGebra.



Tegninger: Marianne Kongsted Cordes

Fakta

kugle med cirkulationscylinder

Rumfanget af en kugle er

$$\frac{4\pi \cdot r^3}{3}$$

Volumenet af den afgrænsende cylinder er

$$2\pi \cdot r^3$$

Overfladearealet af en kugle er

$$4\pi \cdot r^2$$

Overfladearealet af den afgrænsende cylinder er

$$6\pi \cdot r^2$$

Volumen og densitet

Undersøg volumen og densitet af forskellige figurer og materialer.

Foto: Karina Westerskov Andersen

Forundersøgelse

Vej tingene

Hvad vejer 1 dL vand?
Hvad vejer 1 dL mel?
Hvad vejer 1 dL ris?
Hvad vejer 1 dL salt
Hvad vejer 1 dL sukker?

Hvad vejer 1 L vand?
Hvad vejer 1 L mel?
Hvad vejer 1 L ris?
Hvad vejer 1 L salt?
Hvad vejer 1 L sukker?

I filen *Volumen-Densitet.xlsx* på https://kortlink.dk/2g53e findes et regneark til beregning af densiteten. (11 Densitet). Det er forberedt til, at I skriver jeres resultater ind og får regnearket til at beregne densiteten.
Vær opmærksom på, at der ikke er skrevet formler i regnearket, det skal I selv gøre, så regnearket bliver dynamisk.

Ud fra resultaterne skal I undersøge de enkelte stoffers densitet for 1 dl og 1 L.

Undersøg

Vand

Hvad vejer 1 liter koldt vand fra vandhanen?

Hvad vejer 1 liter vand, der har stået i køleskabet mindst 1 time?

Hvad vejer 1 liter varmt vand fra vandhanen eller 1 liter let kogt vand cirka 40°?

Hvad er densiteten?

En gulerod

I kan også bruge en kartoffel.

Hvor meget vejer en rå gulerod?

Hvor stort er gulerodens rumfang?

Kog guleroden. Hvor meget vejer en kogt gulerod?

Hvor stort er den kogte gulerods rumfang?

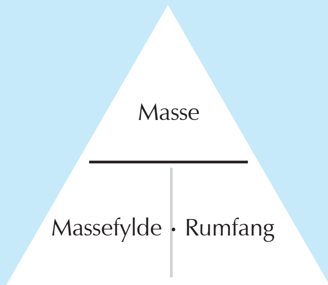
Hvad viser undersøgelsen?

Fakta

Densitet

Densitet er et videnskabeligt ord for massefylde. Densitet er mål for, hvor tungt eller let et stof er i forhold til dets rumfang. Densitet er en fysisk størrelse, der defineres som massen pr. volumenenhed eller vægt pr. rumfangsenhed.

Densitet angives normalt i
g/cm³ 1 cm^3 vejer *x* gram
kg/dm³ 1 dm^3 vejer *x* kilogram
t/m³ 1 m^3 vejer *x* ton



Massefyldetrekanten viser forskellige formler, idet den vandrette streg under masse/vægt illustrerer en brøkstreg – division:

$$\text{Massefylde} = \frac{\text{Masse}}{\text{Rumfang}}$$

$$\text{Masse} = \text{Massefylde} \cdot \text{Rumfang}$$

$$\text{Rumfang} = \frac{\text{Masse}}{\text{Massefylde}}$$

Volumen

Volumen er et videnskabeligt ord for rumfang.

Brug Arkimedes’ princip

Bestem massefylden

Undersøg forskellige figurer fra hverdagen og find deres massefylde.

Hvordan bestemmes massefylden af en ikke regulær figur fx en sten, en kastanje eller lignende?

Brug Arkimedes’ princip
Vej figuren og find ud af, hvor meget vand figuren fortrænger, når den sænkes ned i et måleglas med vand.

Foto: Karina Westerskov Andersen

Fakta

Arkimedes’ lov
Arkimedes’ lov beskriver, hvad der sker, når man sænker et objekt ned i vand.

Arkimedes’ lov siger, at når et legeme sænkes ned i vand, vil det få en kraft opadrettet lig massen af det vand, som den fortrænger.

Da 1 liter vand vejer 1 kg, er vægten af den fortrængte vandmængde i kilogram lig med rumfanget af den fortrængte vandmængde i liter.

Præfikser, volumen og densitet

Klassetrin og omfang
Udskolingen.
Varighed: 4-6 lektioner.

Elevforudsætninger
Eleverne skal have kendskab til forskellige geometriske figurer, både plane og rumlige. Eleverne skal have kendskab til brug af formler og regneark. Eleverne skal have kendskab til at arbejde eksperimenterende og undersøgende.

Forløb
Måleenheder
Målesystemet og præfikser
Vægt, Skift mellem præfikser
Volumen, Udfoldede prismer
Dodekaeder - tolvkantet terning
Arkimedes' kugle i cylinder
Densitet, Brug Arkimedes' princip

Matematiske stofområder / Matematiske kompetencer	Problembehandling	Modellering	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling	X	X			X	X
Statistik og sandsynlighed						

Aktiviteter
Filerne med regneark findes på
https://kortlink.dk/2g53e
Elevoplægget er inddelt i tre undersøgelsesområder:

Målesystemet og præfikser
Undersøg præfiksers brug i målesystemet, side 138-144
Her bruges regnearkene i filen
Metersystem-Praefix.xlsx

Volumen
Undersøg sammenhængen mellem de forskellige volumenenheder, side 145-147
Her bruges regnearkene i filen
Volumen-Densitet.xlsx
Facit til spillet findes på side 152

Elevoplægget om prismer kan suppleres af en eller flere kopisider med udfoldede prismer. De kan samles inden eleverne tegner deres egne prismer på 1 liter. Side 153-158

Densitet
Undersøg volumen og densitet, side 149
Her bruges regnearkene i filen
Volumen-Densitet.xlsx

Bestem massefylden af en figur fra hverdagen, side 150
Brug Arkimedes' princip.
Find figurens vægt og se, hvor meget vand den fortrænger, når den sænkes ned i et måleglas med vand.

Oplysninger om Arkimedes og nogle af hans forsøg:
https://kortlink.dk/2fsu3

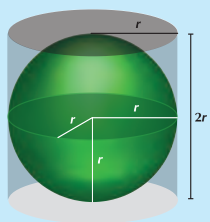
Ekstra
Kuglen og cylinderen, side 148.
"Enhver kugle har både to tredjedele af volumenet og to tredjedele overfladearealet af den omkringliggende cylinder".
Er Arkimedes' påstand rigtig?

Evaluering
Elever fremlægger deres fundne resultater for hinanden.

Fakta
Arkimedes' værker
Der er ni bevarede afhandlinger af Arkimedes på græsk.

I to afhandlinger om kuglen og cylinderen er hovedprincippet, at overfladen af enhver kugle med radius r er fire gange så stor som dens største cirkel (i moderne notation, $S = 4\pi r^2$), og at volumenet af en kugle er to tredjedele af den cylinder, hvori den er indskrevet (fører straks til formlen for Volumenet: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$).

Arkimedes var stolt nok af sidstnævnte opdagelse til at efterlade instruktioner til sin grav, der skulle markeres med en kugle indskrevet i en cylinder.

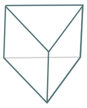


Marcus Tullius Cicero (106–43 fvt) fandt graven, tilgroet med vegetation, halvandet århundrede efter Arkimedes' død.

Facit til dodekaederspillets undersøgelser

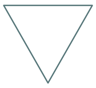
Dodekaederspillet findes på side 147. Til beregningerne bruges regnearkene i filen *Volumen-Densitet.xlsx* på https://kortlink.dk/2g53e

Rumfanget af et prisme



$V = h \cdot G$,
hvor h er højden og
G er grundfladens areal

Ligesidet trekant



Areal af ligesidet trekant med sidelængden *a*

$A = \sqrt{(s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c))}$

Hvor $s = (a + b + c) : 2$

a, b, c er trekantens sidelængder og s er trekantens halve omkreds.

Formel i regneark:
A=kvrod(s (s-a)(s-b)(s-c))

Undersøg om et prisme, som har højden 2,4 dm og grundfladen er en ligesidet trekant med sidelængden 1 dm, kan rumme 1 liter.

Trekantens halve omkreds $s=1{,}5$
Grundfladens areal $A=0{,}433$ dm²
Prismets volumen $V=1{,}039$ dm³

Kvadrat

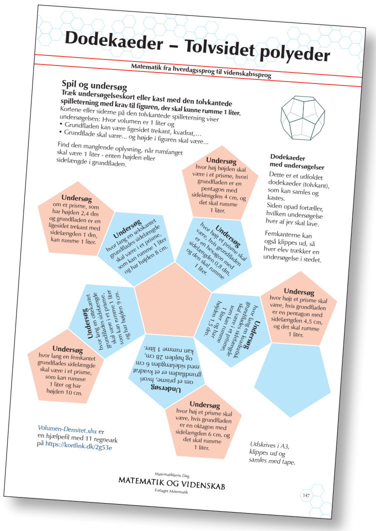
Areal af kvadrat med sidelængden *a* $A=a^2$
Formel i regneark: A=a ^ 2

Undersøg om et prisme, hvori grundfladen er et kvadrat med sidelængden 6 cm og højden 28 cm, kan rumme 1 liter.

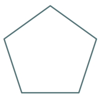
Grundfladens areal $A=36$ cm²
Prismets volumen $V=1008$ cm³

Undersøg hvor lang en kvadratisk grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme

1 liter og har højden 1,5 dm.
Prismets rumfangl $V=36$ dm³
Grundflades sidelængde
$a=0{,}816$ dm



Femkant



Areal af regulær pentagon (femkant) med sidelængden *a*

$A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$

Formel i regneark:
A=a ^ 2*1/4*kvrod((25+10*kvrod(5)))

Undersøg hvor højt et prisme skal være, hvis grundfladen er en pentagon med sidelængden 4,5 cm, og det skal rumme 1 liter.

Grundfladens areal $A=34{,}840$ cm²
Prismets rumfang $V=1000{,}000$ cm³
Prismets højde $h=28{,}703$ cm

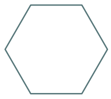
Undersøg hvor høj højden skal være i et prisme, hvori grundfladen er en pentagon med sidelængden 4 cm, og det skal rumme 1 liter.

Grundfladens areal $A=27{,}528$ cm²
Prismets rumfang $V=1000{,}000$ cm³
Prismets højde $h=36{,}327$ cm

Undersøg hvor lang en femkantet grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme 1 liter og har højden 10 cm.

Grundflades sidelængde
$a=13{,}557$ cm²
Prismets rumfang $V=1000{,}000$ cm³

Sekskant



Areal af regulær hexagon (sekskant) med sidelængden *a*

$A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$

Formel i regneark:
A = 1/2 * 3 * a ^ 2 * kvrod(3)

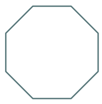
Undersøg hvor lang en sekskantet grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme 1 liter og har højden 8 cm.

Prismets rumfang $V=1000{,}000$ cm³
Grundflades sidelængde
$a= 6{,}936$ cm

Undersøg hvor højt et prisme skal være, hvis grundfladen er en hexagon med sidelængden 0,8 dm, og den skal rumme1 liter.

Prismets rumfang $V=1{,}000$ dm³
Prismets højde $h=0{,}601$ dm

Ottekant



Areal af regulær oktagon (ottekant) med sidelængden *a*

$A = 2 \cdot a^2 \cdot (1 + \sqrt{2})$

Formel i regneark:
A = 2 * a ^ 2 *(1 + kvrod(2))

Undersøg hvor høj et prisme skal være, hvis grundfladen er en oktagon med sidelængden 6 cm, og det skal rumme 1 liter.

Prismets rumfang $V=1000{,}000$ cm³
Prismets højde $h=5{,}753$ cm

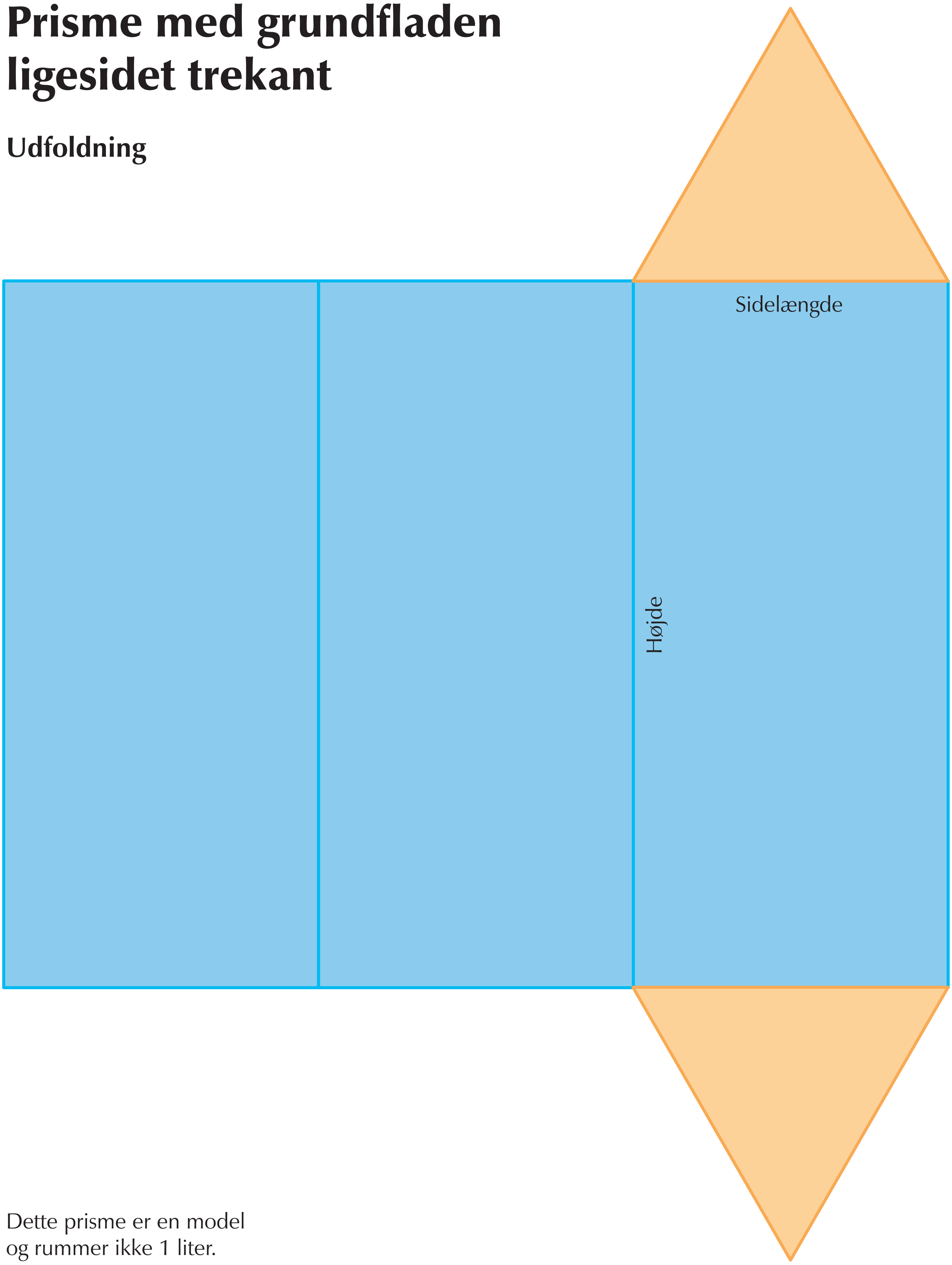
Undersøg hvor lang en ottekantet grundflades sidelængde skal være i et prisme, som kan rumme 1 liter og har højden 9 cm.

Prismets rumfang $V=1{,}000$ dm³
Grundflades sidelængde
$a= 4{,}797$ cm

Prisme af ligesidet trekant

Prisme med grundfladen ligesidet trekant

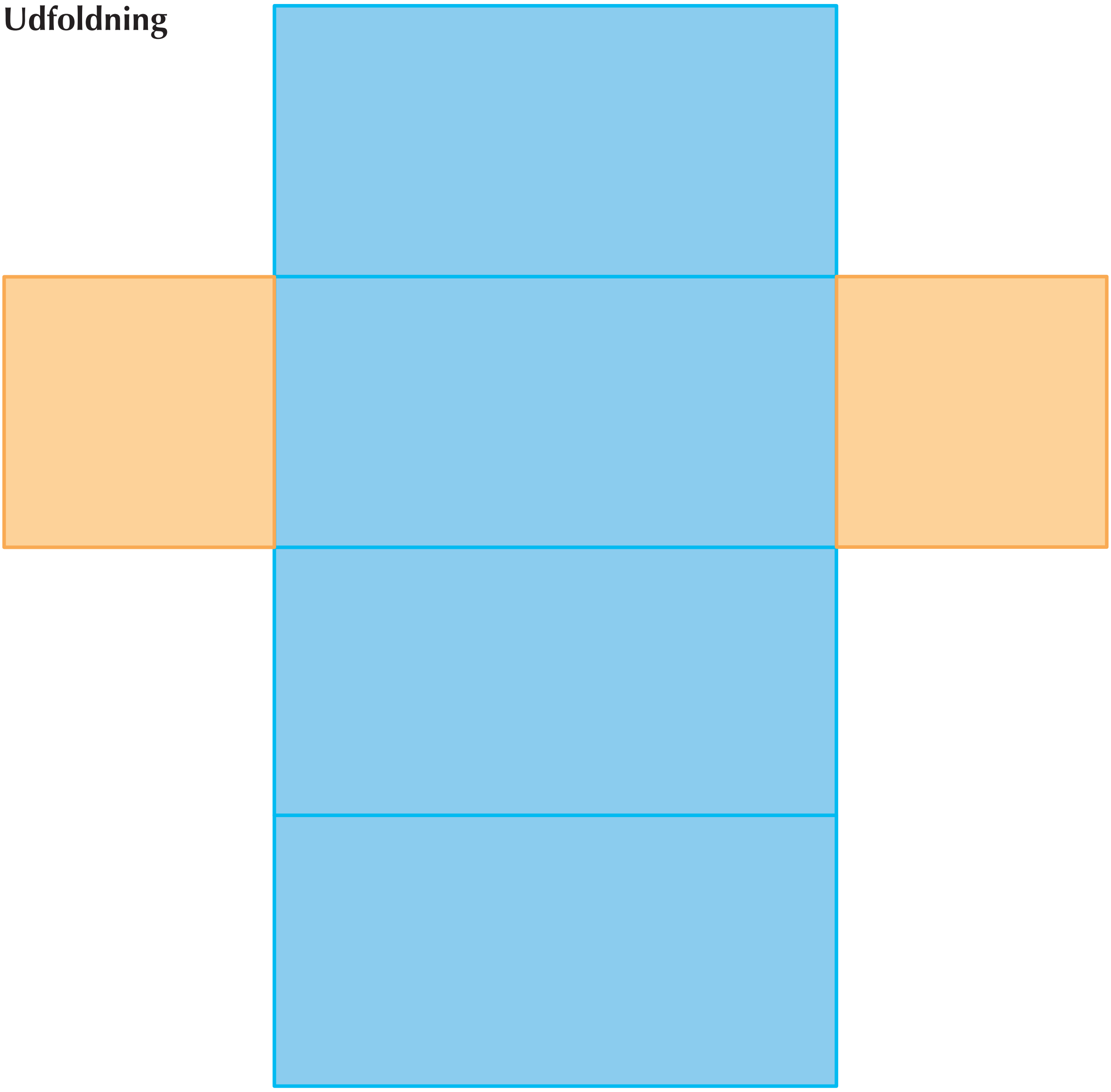
Udfoldning



Dette prisme er en model
og rummer ikke 1 liter.

Prisme med grundfladen kvadrat

Udfoldning

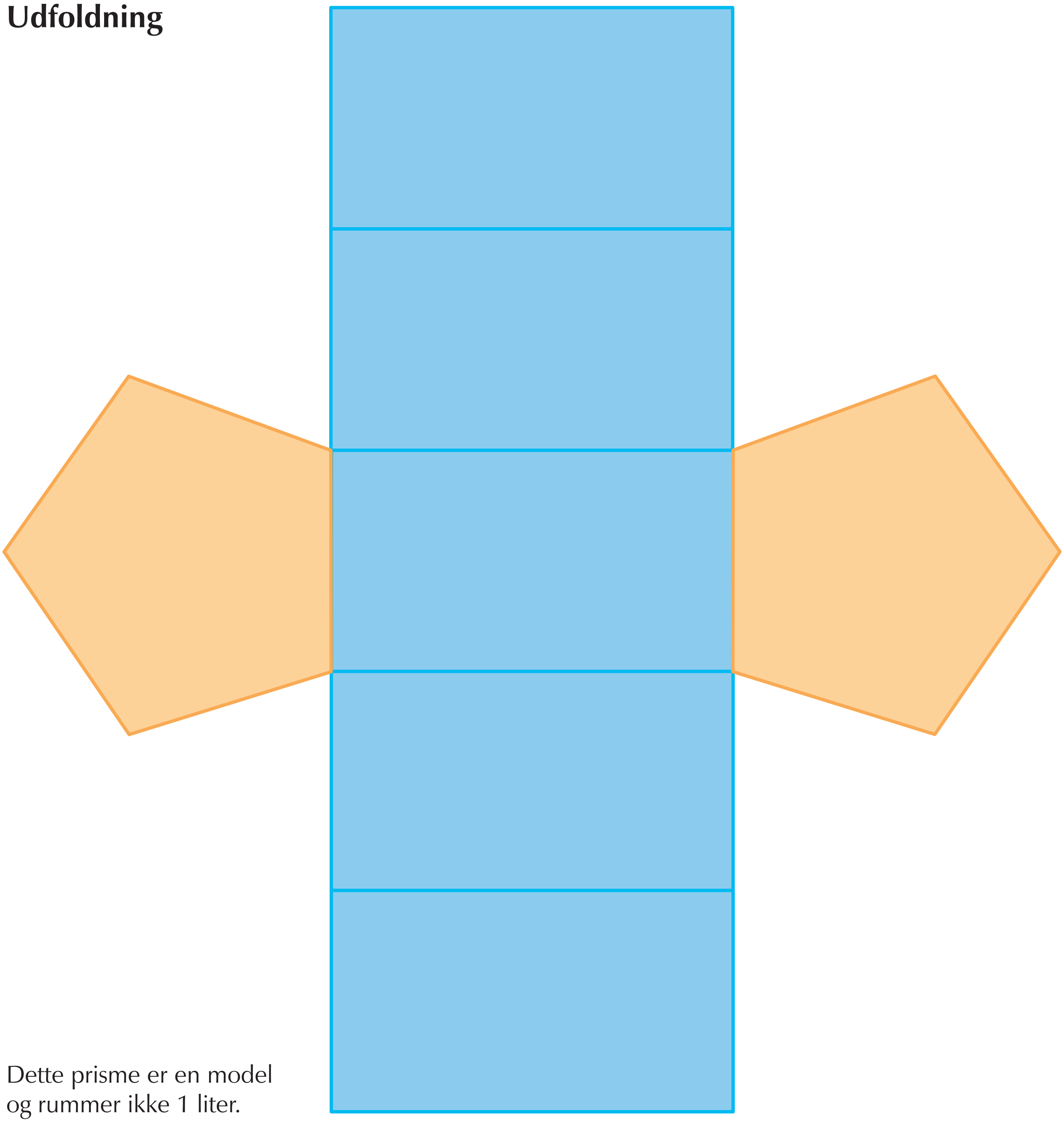


Dette prisme er en model
og rummer ikke 1 liter.

Prisme af regulær pentagon

Prisme med grundfladen regulær pentagon (femkant)

Udfoldning

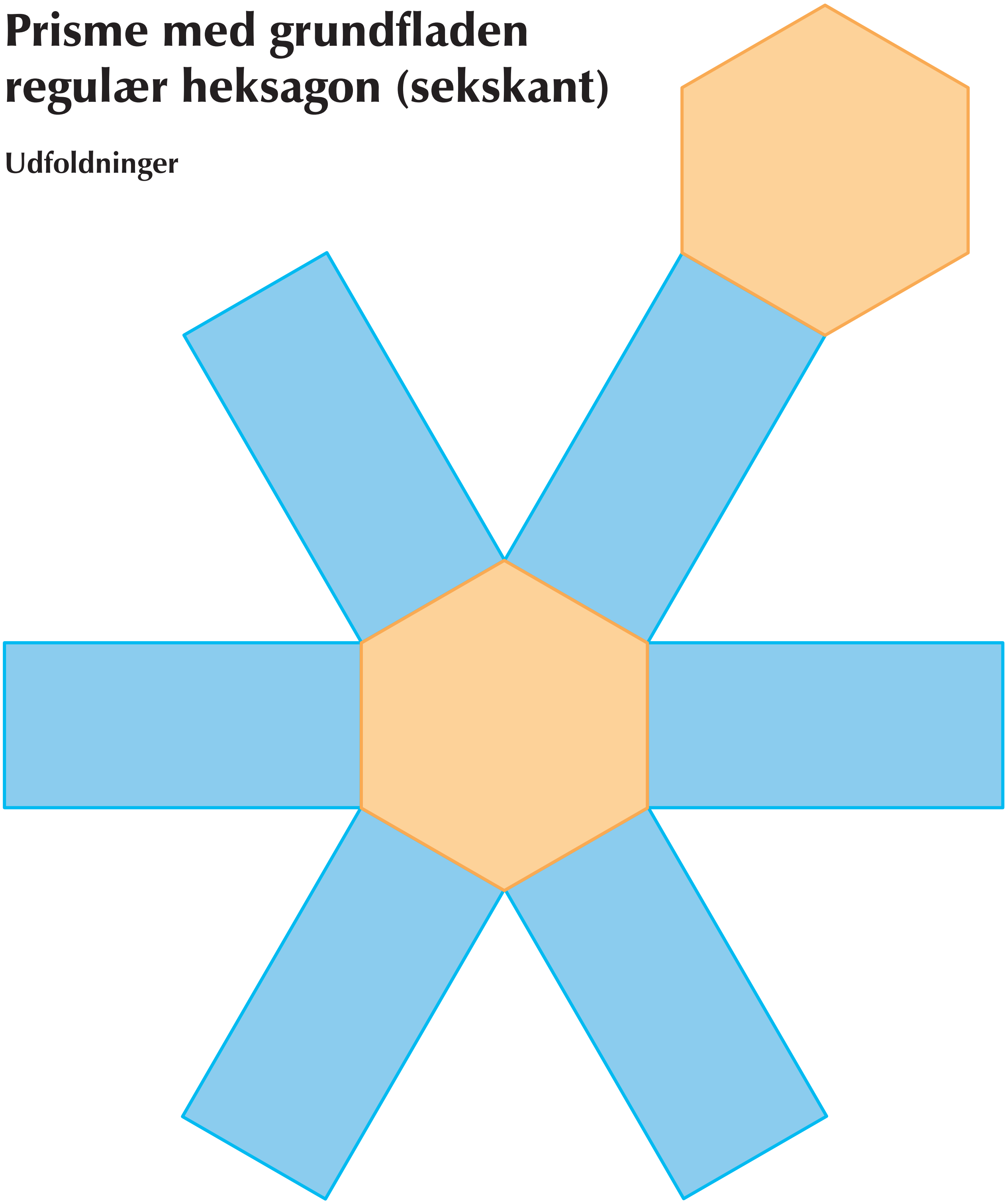


Dette prisme er en model og rummer ikke 1 liter.

Prisme af regulær heksagon

Prisme med grundfladen regulær heksagon (sekskant)

Udfoldninger

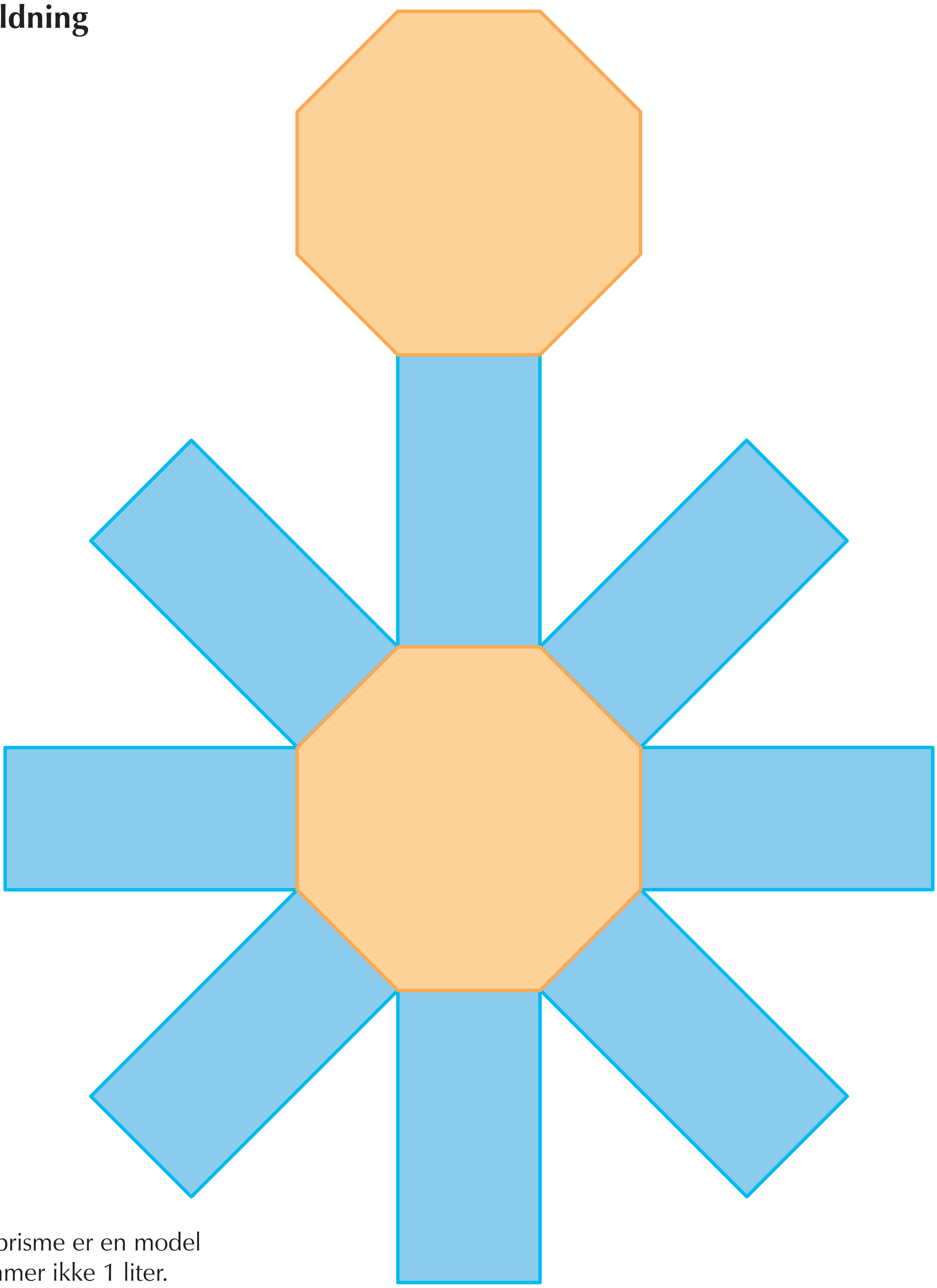


Dette prisme er en model
og rummer ikke 1 liter.

Prisme af regulær oktagon

Prisme med grundfladen regulær oktagon (ottekant)

Udfoldning

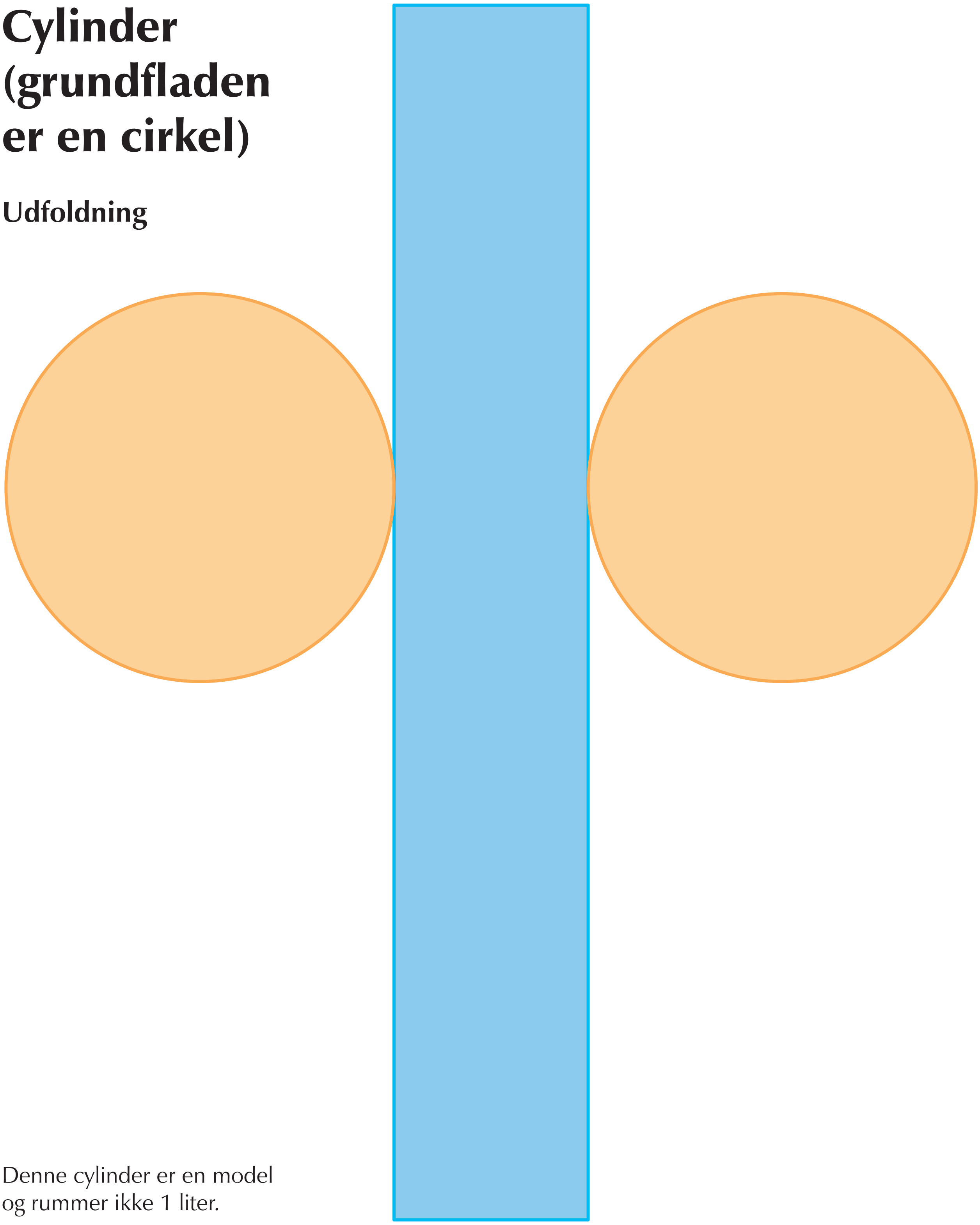


Dette prisme er en model
og rummer ikke 1 liter.

Udfoldning af cylinder

Cylinder (grundfladen er en cirkel)

Udfoldning



Denne cylinder er en model
og rummer ikke 1 liter.

Afsnit 6

Matematik og historie

Foto: Marianne K. Cordes

Matematikundervisningens historie

En tidslinje

At nedskrive matematik til andre

Voksne før os har sikkert også vist deres børn det, som de skulle kunne. Måske var det vigtigt at tælle og notere et antal, måske var det vigtigt at måle. Vi ved det kun, hvis dem før os har skrevet noget, eller hvis nogen har nedskrevet det, som de gamle har fortalt.

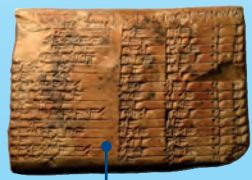
Denne tidslinje om matematik og matematikundervisning bygger på oplysninger fra en række udvalgte tekster. Tekster som nogen på et tidspunkt har valgt at skrive om det, som andre har fortalt eller noteret.

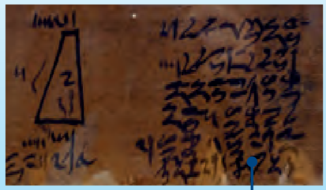
Når du har set dette igennem, kan du slutte ringen ved at fortælle det, du synes er interessant, videre til dine elever.

Historisk matematik

År -20 000
Ishango Bone fra Congo. Verdens ældste matematik. Knogler med streger ridset lige efter hinanden. Hvad mon de tæller?

År -2300 til -500
Man har fundet håndstore lertavler i Irak med gangetabeller skrevet med babylonsk kileskrift.
Lertavlen 'Plimpton 322' fra Mesopotamien /Babylonien (Irak) har en tabel med tal, som vi nu kalder 'pythagoræiske tripler'.

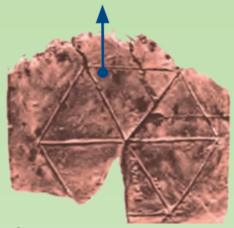




År -1800 til - 300
En papyrus kaldet 'Moskva' skriver om rumfang og areal samt om forholdsberegninger.

År ca. -2300 til -550
Babylonske handelsfolk skal holde styr på deres regnskaber. Hvem de skylder noget, og hvem der skylder dem noget?

Undervisning



År -2300 til -500
Lertavle fra Babylon

60-talsystemet bruges stadig: på en globus, et ur og et kompas og ved mange andre drejninger, hvor "en hel omgang rundt" svarer til cirklens inddeling i $6 \cdot 60$ grader.

År -1800
Eleverne på de ægyptiske 'skriverskoler' lærte (måske) at regne ved at gennemgå papyrussens eksempler på både praktiske og mere kunstige problemstillinger - og på rene øvelsesopgaver.

De ægyptiske tegn for + og –

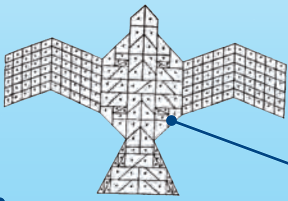
20 000 f.Kr. til år 0

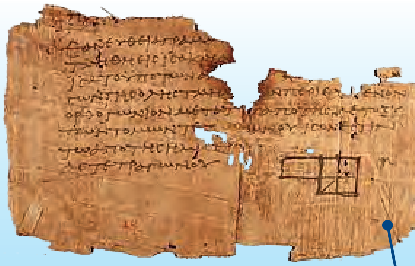
Matematik og historie

Grækeren Pythagoras *(-580 til -500)* holdt skoler om tal og geometri og musik. Han mente, at ALT kan beskrives med matematik.

Pythagoræerne beviste at trekanters vinkelsum må være 180 gader.

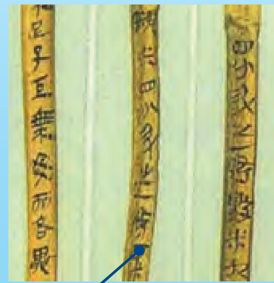
År -500
Den indiske ''Sulvasutra'' (Snoreregler), er på vers og viser løsninger til, hvordan bestemte geometriske altre kan konstrueres ud fra formler, snore og særlige bambuspinde.

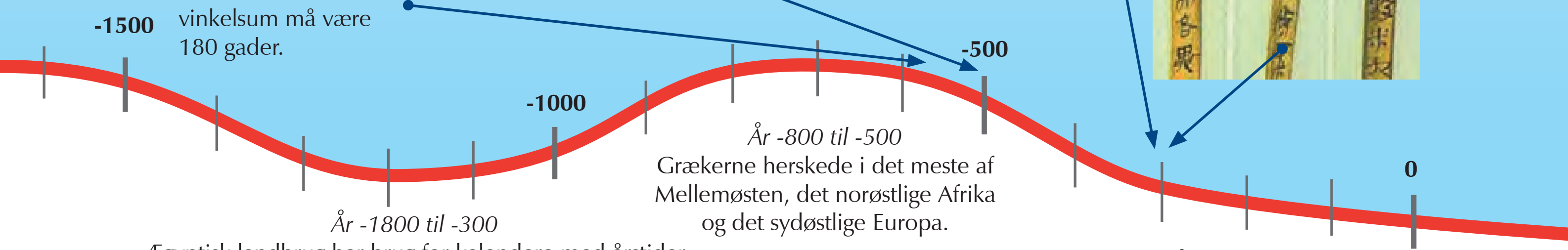




År -300
Euklids elementer er kopier af kopier af kopier af 13 papyrusruller. Han samlede al den geometri, han kendte til, og ordnede det således, at alle regler blev bevist ud fra de foregående regler.

År -300
''Ni kapitler om den matematiske kunst'' bliver skrevet af kineseren Chiu Chang Suan Ching.
Bogen blev samlet af bambusstrimler.

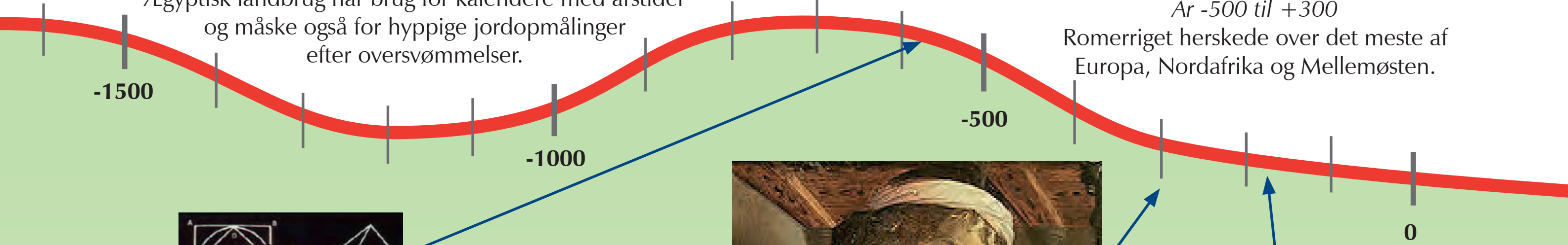


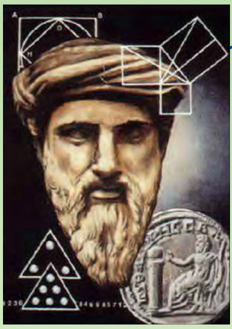


År -800 til -500
Grækerne herskede i det meste af Mellemøsten, det nordøstlige Afrika og det sydøstlige Europa.

År -1800 til -300
Ægyptisk landbrug har brug for kalendere med årstider og måske også for hyppige jordopmålinger efter oversvømmelser.

År -500 til +300
Romerriget herskede over det meste af Europa, Nordafrika og Mellemøsten.





-580 til -500
Spartanere gik i skole, men normalt fik de græske børn hjemmeundervisning, indtil de som teenagere evt. søgte skole hos en lærd, fx Pythagoras.

ΚΓ (23)

De græske tal var fra ca år 200 skrevet ud fra deres alfabet (hvor deres 27 bogstaver står for tallene 1-9 og 10-90 og 100-900).

Tidligere var de skrevet med en eller flere af tegnene for Ι,

5 (pente: Γ)
10 (deka: Δ)
100 (hekaton: Η)
1000 (Chirioi: Χ) eller
10000 (Myriade: Μ)

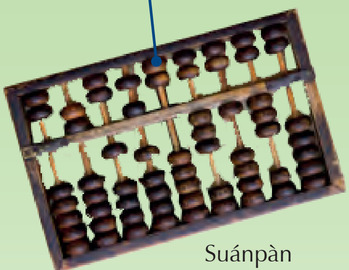
Det er denne skrivemåde, der blev til det, vi nu kalder 'Romer'tallene.

År -300
Euklids Elementer er senere blevet brugt som model for lærebøger i geometri for de 'højere uddannelser' - hvor de studerende lærte om det logiske bevis! ''Euklids Elementer'' kom første gang som bog på dansk i 1744.

År ca. -300
I Kina arbejdede man med regnestave, som kunne lægges, så de svarede til cifrene i disse tal:

╥ ⊥ | ≡

Her er 7619 angivet med vandrette og lodrette streger.
Bambusbogen af Suán shú shu var måske kun noter.



Suánpàn
(kinesisk kugleramme)

År -186
Kineserne regnede med negative tal, dog ikke som facit.

二 十 三 (23)

Således skrives 23 på kinesisk i dag: 2 10 3

Tidslinjen fortsætter på de næste sider.

Matematikundervisningens historie

Historisk matematik

År 250
Diophantos skrev symboler for forskellige regneoperationer og for 'ubekendte'.

År 450
Kineseren Tsu Ch'ung-cheih fandt ud af at π måtte ligge mellem 3,1415926 og 3,1415927.

År 600
Brāhma-sphuṭa-siddhānta er en indisk bog på vers. Brahmagupta skriver om tallet 0 og om negative tal.

År 800
Al-Jabr wa-al-Muqabilah blev skrevet af Muhammad ibn Musa al-Kwarizmi. Bogen handler om arabisk algebra.

Årstal 0 100 200 300 400 500 600 700 800

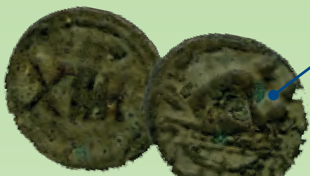
Samfund

År -500 til +300
Romerriget herskede over det meste af Europa, nordafrika og mellemøsten.

Undervisning

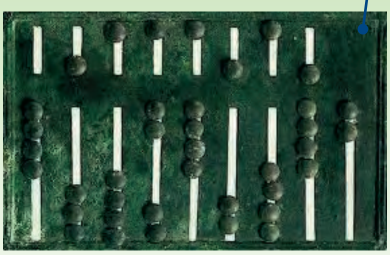
0 100 200 300 400 500 600 700 800

Romerske mønter



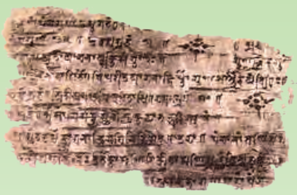
XXIII (23)

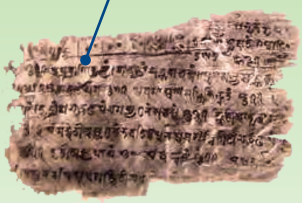
År 250
Romernes større udregninger og regnskaber blev ofte udført af særligt dygtige husslaver.



Abacus (regnemaskine) fra Kina.

År 600
Brāhma-sphuṭa-siddhānta Små stykker af bogen.





 (23)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 30

År 800
Forfatteren Muhammad ibn Musa al-Kwarizmi lægger navn til algoritme, og titlen lægger navn til algebra.

٢٣ (23)

År 0 til 1799

Matematik og historie

År 1220
Kineserne regnede med decimaltal.

Leonardo af Pisa, søn af italieneren Bonacci, skrev om fibonacci-tallene og om arabisk matematik.

År 1300
I stedet for at skrive ordet 'og' begyndte man at bruge tegnet **+**

År 1220
'Stor hundred' var 120. (ordet 'Hundred' var kun ti tiere, 100)

År 1630
Filosof og matematiker, René Descartes (1596-1650) opfandt blandt andet koordinatsystemet, så også former og bevægelser kunne beskrives og beregnes med tal!

År 1650
Franskmanden Blaise Pascal (1623-1662) indså nødvendigheden og mulighederne for at regne på sandsynligheder.

1730
Leonhard Euler (1707-1783) standardiserede mange navne og tegn for matematiske begreber.

900 1000 1100 1200 1300 1400 1500 1600 1700

Ved Lateranerkonciliet 1215 i Rom besluttedes det formelt, at hver katolsk katedral skulle have en katedralskole, hvor blandt andre kirkerne skulle give gratis undervisning.

År 1250
Præsterne fik indført det arabiske positionssystem i Europa, men mange brugte stadig romertallene i deres praktiske arbejde.

År 1600
Søfarten og dermed også handelen fik god nytte af matematikeres beregninger i tabeller til navigation.

900 1000 1100 1200 1300 1400 1500 1600 1700

Aarhus Katedralskole

År 1250
Kun på de større katedralskoler i Europa blev der undervist i matematik (og ikke kun i regning).

Regning blev lært i en passende udstrækning af de, som skulle bruge det i deres arbejde, ellers tilkaldte man en regnemester til bogføring med videre.

År 1300
Hauksbok af islændingen Haukr Erlendsson har 7 sider om regning. Her kan du læse lidt af hvad der står:

Om fratrekking
Hvis du vil trekke et tall fra et annet, så skriv de to tallene som når du legger til, og sett alltid det minste tallet under, og dessuten like langt til høyre.

Hauksbok

Skælskør Latinskole

1500-tallet
Latinskoler i større byer havde ofte en særlig skrive- og regneklasse for de kommende bogholdere. Skrive- og regneundervisningen kostede det dobbelte af læseundervisningen, og regning var først og fremmest for drenge. I skrivning skrev de bl.a. tekstopgaver med regning og bogholderi.

1500-tallet
På landet måtte man mange steder nøjes med omgangsskole, hvor en 'lærer' gik rundt imellem flere sogne (kirker) for at holde skole. Omgangslærerne kunne fx være (de fattigere) elever fra de ældste klasser på latinskolen.

Børn skulle ofte arbejde, så de havde måske kun tid og lov til at gå i skole indtil de blev 7-8 år – eller på de tidspunkter, hvor de ikke kunne arbejde – om vinteren eller om aftenen!

1700-tallet
Købstæderne skulle nu sørge for tilbud om skrive- og regneskoler, hvor børn af det velhavende borgerskab undervistes i fag, for at støtte en praktisk handelsuddannelse.

Man begyndte flere og flere steder at adskille piger og drenge i skolerne.

Matematikundervisningens historie

Matematik og historie

Bestemmelser i Danmark

År 1814
Børn fik undervisningspligt fra de var 7 år til de blev konfirmerede.

Alle skulle som noget nyt også lære skrivning og regning (samt evt. sang og gymnastik, hvis læreren kunne).

Almueskolerne i købstæderne og på landet blev gratis for alle fag!

Realskolen kostede penge, og man kunne kun starte dér, hvis man var en dygtig dreng på mindst 9 år.

År 1814
Én skolestue vides at være på 2352 kubikfod, en anden at være på 55 m^2.

Omkring 1864
Det bestemmes, at piger og drenge skulle adskilles - mindst skulle de sidde hver for sig - og at de fx kunne have frikvarter hver for sig! Disse regler blev dog sjældent taget i brug på de små sogneskoler på landet. Derudover skulle de sidde efter deres karakterer, som nu blev udtrykt med:

slet
mdl (mådeligt)
tg (tåleligt godt)
g (godt)
mg (meget godt)
ug (udmærket godt)

Omkring 1914
Kultusminister, biskop H.V. Sthyr, lægger navn til et cirkulære der sætter faste mål for hvad eleverne bør kunne.

Regning
Ved Regneundervisningen skal der tages Sigte paa, at Børnenes Forstand udvikles og de vænnes til Energi og Udholdenhed i deres Tænkning, samtidig med at de opnaa den i det praktiske Liv saa værdifulde Regnefærdighed. Der maa lægges Vægt paa, at Børnene ikke nøjes med rent mekanisk at kunne behandle *Taltegnene*, men at de faa en virkelig Færdighed i at beherske Talstørrelser og Talforhold; derfor bør Hovedregning i Princippet have Forrang for Tavleregning, om end denne for de ældre Børns Vedkommende af praktiske Grunde maa lægge Beslag paa de fleste Timer. Hvad Stoffets Ordning angaar, anbefales det at gaa frem i Kredse, saaledes at man begynder med en mindre, for Børnene overskuelig Talkreds, indenfor hvilken *alle* Taloperationer foretages, og saa efterhaanden, som Børnene kunne magte det, udvider Kredsen.

Første Trin
De fire Regningsarter med Tal indtil 1000. Regningen anskueliggøres, og der begyndes med benævnte Størrelser.

Andet Trin
De fire Regningsarter med større Tal og de forskellige almindelige Benævnelser. Anvendelse af Decimalbetegnelser ved tidelte Størrelser og Regning med ensbenævnte Brøker. Simple Opgaver i Forholdsregning.

Tredie Trin
Forholdsregning og dens Anvendelse (derunder Procentregning). De fire Regningsarter med Brøk. Decimalbrøk.
Det anbefales i de ældste Klasser at anvende nogle Timer til et kortfattet Kursus i Anskueliggørelse og Beregning af geometriske Forhold ved Hjælp af et Sæt stereometriske Figurer.

Uddrag om regning.

Årstal **1800** **1810** **1820** **1830** **1840** **1850** **1860** **1870** **1880** **1890** **1900**

Samfund

Omkring 1800
ikke-euklidisk geometri såkaldt 'kuglegeometri' blev beskrevet.

1800-1900
Industrialiseringens begyndelse.
Dampmaskinen udbredes.
Der beregnes, opfindes, udvikles.

1880-1890
I 1880'erne udvandrede 88 000 danskere til USA.

1887
Den første benzindrevne bil bliver opfundet.

1800 **1810** **1820** **1830** **1840** **1850** **1860** **1870** **1880** **1890** **1900**

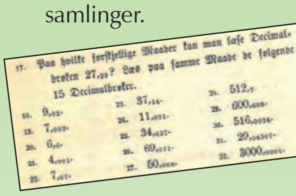
Organisering af undervisningen

År 1814
Man indskrives i skolen enten 1.maj eller 1.november (København havde andre datoer), og der var eksamen en eller to gange årligt, hvorefter man (måske) kunne rykke op i næste klasse.

Den daglige mødepligt kunne ændres af hensyn til børnenes arbejde - hver anden dag på landet og kun om eftermiddagen eller i en kort periode som aftenundervisning i byerne.

Der kom 'standarder' for skolebyggeri (der måtte ikke længere undervises i degnens private stuer).

Efter 1814
Der kom nye skolebøger beregnet til klasseundervisning. De tidligere var emneordnede opgavesamlinger.



17. Paa hvilke forskjellige Maader kan man læse Decimalbrøken 27,29? Læs paa samme Maade de følgende 15 Decimalbrøker.

18. 9,22. 19. 7,002. 20. 6,6. 21. 4,001. 22. 7,67.
23. 37,14. 24. 11,091. 25. 34,437. 26. 69,071. 27. 50,008.
28. 512,7. 29. 600,608. 30. 516,0024. 31. 20,04501. 32. 3000,0001.

Fra en hovedregningsbog til skolebrug (1884).

1814-1914
Forældrene betalte lærerens løn ved fx at sørge for brænde til at varme skolestuen op.
Da skolelæreren også selv var bonde, kunne han bede eleverne hjælpe ham med hans landbrugsarbejde. Derudover var skolelæreren ofte sognets kirkesanger og degn.

Omkring år 1864
Borgerskoler, byskoler og statsskoler var ofte med betaling.

Håndværkere gik til almueskolerne, hvis de ikke betalte for fx private 'tegneskoler' eller akademier.

Kvinder måtte nu gerne arbejde som skolelærerinder (til en lavere løn, da man sagde kvinderne ikke havde forsørgelsespligt)
Én lærer måtte undervise op til 50 børn ad gangen.

1899-1914
Almueskolen kaldes efter 1899 for 'Folkeskolen'.

For de som bestod optagelsesprøverne, blev der nu en mellemskole (6.-9. kl.) kaldet "1.-4. mellem" og én realklasse (10. kl.) i byerne!
Latinskolerne blev til Gymnasieskoler med 11-18-årige 'boglige' elever.

Lærerne fik hele lønnen udbetalt i penge i stedet for delvist i naturalier.

År 1800 til 2022

Matematik og historie

Omkring 1914
Der må nu højst være 37 elever pr lærer, der skal være undervisning i mindst 41 uger á 6 dage.

Karakterskalaen udvides til:
slet, slet+,
mdl-, mdl, mdl+,
tg-, tg, tg+,
g-, g, g+,
mg-, mg, mg+,
ug-, ug

1958-1964
Skolens ordning og fagenes indhold beskrives i 'Den blå betænkning'. Mellemskolen blev ændret til almen- og boglig linje for 6.-7. kl. og til 'fri mellem' og tre realklasser for 8.-10. kl.

Den Ørstedske karakterskala bliver udskiftet med 13-skalen:
00, 03, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 og 13

Landsbyskoleloven ophæves. Ca 60 % af børnene boede på landet.

Den blå betænkning

1969
Lørdag bliver skolefri dag. Før var det en halv skoledag for mange.

1972
9 års undervisningspligt indføres.

1975-1993
Kursusdelingen i 8.-10. klasse, kaldet grundkursus og udvidet kursus, indføres i 1975 og ophæves i 1993.

1993
Skolen er nu udelt. Undervisningsdifferentiering blev et princip for al undervisning!

1978
(Tal)færdighedsprøven indføres, og nu må eleverne bruge lommeregner til prøven i problemregning.

2022
Der er nu 10 års undervisningspligt og nationale test.

Man må bruge computer med geometri- og regneprogrammer i de obligatoriske afgangsprøver. Den mundtlige prøve i matematik er genindført.

2007
7-trins karakterskalaen indføres:
-3, 0, 2, 4, 7, 10 12

1910 1920 1930 1940 1950 1960 1970 1980 1990 2000 2010 2020

1920erne
Flyvemaskinen udvikles.

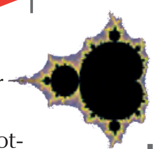
1930erne
Økonomisk depression og arbejdsløshed

1940erne
Militæret får brug for koder - og kodebrydere fx 'Enigma'

1957
Den første satellit blev opsendt af Sovjetunionen.

1940-2014
Datamaskiner og EDB udvikles

1980
Fraktaler som fx Mandelbrotmængden



1990-2022
Internettet udbredes og giver nye muligheder for videndeling

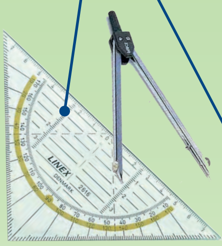
1910 1920 1930 1940 1950 1960 1970 1980 1990 2000 2010 2020

1914
Da skoleuger skulle være på mindst 18-21 timer, kunne timerne stadig fordeles på tre ugedage, dvs hver anden dag!

Skole-halvårene begynder nu flere steder 1. april og 1. oktober i stedet for 1. maj og 1. november.

I København nåede kun 59 % at afslutte 6 klasser - resten gik stadig i en lavere klasse, selvom de var 14 år. På landsplan gennemførte kun ca 25 % af de, der startede i mellemskolen.

1920-1930
Den Kaperske metode bliver mere og mere populær. Metoden består af overhøring og gennemgang af nye opgavetyper som klasseundervisning samt elevernes selvstændig opgaveløsning. Metoden skulle sikre at lærerens viden nåede ud til så mange som muligt.



Omkring 1964
Nu får alle elever i 7. klasse geometri - også pigerne!
Den blå Betænkning anbefaler flere tegneredskaber end passer og lineal - fx tegnetrekant og vinkelmåler.
Om faget regning indtil 7. klasse skrives at regneopgaverne ikke må være for komplicerede.

1960-1970
i løbet af tiåret steg andelen af elever, der fortsatte deres skolegang efter 7. klasse fra ca 50 % til ca 94 %.

1967
Lærerne må ikke give klø til eleverne.
Der er ikke længere særlige fag eller klasser for piger og drenge, ligesom skolegårde er fælles.

Skoleåret starter nu 1.august, før i tiden var det 1. april.
Man må ikke længere nøjes med at gå i skole hver anden dag.

1971
Før var skolefaget matematik forbeholdt elever i de boglige linjer som fx mellemskolen, realen og gymnasiet; men faget skiftede navn og blev til regning-matematik. Nu skulle faget forankres i videnskabsfaget, matematik!

2022
Der er stadig flere regnetegn som gælder for det samme
: / ÷ og * · ×

Frit skolevalg i og imellem kommuner.

I skal sammen fremstille en tidslinje

Brug hele klasselokalet til jeres tidslinje.

Målet er, at I kan

- opmåle og fremstille en tallinje og anvende den til at vise årstallet for forskellige begivenheder.

Foto: Marianne kongsted Cordes

Materialer

Papir i lange baner
Skrive og tegnematerialer

Fremgangsmåde

1

Opsæt en lang tidslinje af papir
Find et sted, hvor I kan hænge en rulle papir op eller en serie af A4 papirer. Det kan fx være klasselokalet rundt langs væggene over døren og over vinduerne.

2

Tag mål i klasselokalet
Mål, hvor langt den del af klasselokalet, I kan hænge jeres papir op, er.

3

Tidslinjens begyndelse
I skal i klassen vedtage, hvor jeres tidslinje skal starte, fx 10 000 år før vor tidsregning eller fra vikingetiden, hvor de første danske konger fik magten.

Undersøg

Hvor mange år skal der være plads til på jeres tidslinje?

Hvor mange centimeter er der til hvert år?

Tegn og skriv et passende antal år ind på linjen.
Find nogle begivenheder, I kan huske årstallet på og skriv ind på årstallinjen - fx på en stor post-it.

Byg en skalamodel

Opmål, tegn og byg

Byg en model af en kirke, en borg eller et gammelt hus.

Målet er, at I kan

- måle en bygning op og fremstille en skalamodel.

I skal arbejde i grupper med ca. 4 i hver gruppe.

Materialer

Måleredskaber
Tykt pap eller masonit
Farver

Ideer

Hvis man har bygninger til en hel landsby, er det et spændende men tidskrævende projekt.

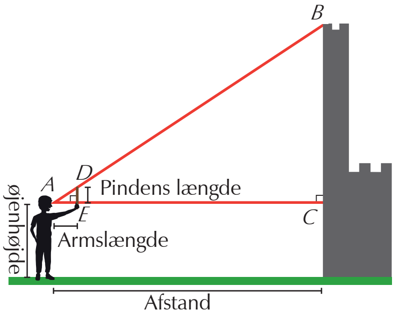


Foto: Marianne Kongsted Cordes

Fremgangsmåde

1

Opmål bygningen
I skal måle jeres bygning i grundplanet.
I skal også måle højden af bygningen og placering af fx vinduer. Her er tre metoder:

Metode A
En elev stiller sig ved muren med en meterstok.
En anden tager et foto hvor hele muren kan ses.
Fotoet kan bruges til at finde bygningens højde.

Metode B
Højdemåling med en pind, se tegningen øverst.
I skal bruge sætningen om ligedannede trekanter.

Metode C
Mål vinklen med fx et klinometer og brug trigonometri eller målfast tegning.

2

Find et målforhold
Ud fra størrelse af det materiale, I skal bygge modellen i, kan I finde et målforhold (hvor mange centimeter fra den virkelige bygning skal svare til en centimeter på byggematerialet).

3

Fremstil modellen
Herefter kan I fremstille alle de dele, der skal bruges til at bygge modellen af virkelighedens bygning.

Har I tid, bliver det flot med nogle farver på modellen.

Mål en gravhøj

Matematik og historie

En gravhøj bygges af græstørv

Hvor mange kvadratmeter græstørv, skal der bruges for at bygge gravhøjen?

Foto: Erik Lyngsøe

Målet er, at I kan

- måle og beregne rumfang af en gravhøj.

Besøg en gravhøj

Find en gravhøj, som I kan komme til på en relativ enkel måde.

Materialer

Måleredskaber
Hæftet Matematiske formler og fagord

Undersøg

Vurder hvilken eller hvilke rumfigurer, som I kender, der kan være en model af gravhøjen.

Eksempel: Jellinghøjen her på billedet kan opfattes som en stor keglestub.

Vurder, hvilke mål, der er nødvendige at kende, for at kunne beregne rumfanget.

Vurder, hvor dybt fortidens folk mon har gravet for at få et stykke græstørv. Vurder også hvor meget græstørvet vil synke, når det ligger i mange århundreder i en gravhøj.

Når I kender højens rumfang, og hvor højt et græstørv bliver med tiden, kan I finde ud af, hvor mange kvadratmeter græstørv, der skulle graves op og stables for at bygge højen.

Knud den Helliges gavebrev

Matematik og historie

Hvor stor var Knud den Helliges gave til domkirken i Lund?

I skal undersøge, hvor meget han gav væk i dagens penge.

Målet er, at I kan

- bruge brøkregning
- omsætte middelaldermål til nutidige mål
- finde oplysninger på internettet og vurdere, hvor korrekte de er.

Materialer

Aktivitetsarket
Internettet
Eventuelt opslagsbøger fra skolebiblioteket

Fremgangsmåde

1

Læs brevet
I skal i små grupper læse den gamle tekst på aktivitetsarket *Oversættelse af brevet*. Der er nogle ordforklaringer og andre oplysninger på arket *Et meget gammelt brev*.

2

Hvor meget forærede kongen væk?
I skal finde ud af, hvor meget jord, Kong Knud forærede væk - målt i arealenheden bol.
Og hvor mange penge målt i mark.

3

Hvor meget er et bol?
I skal på nettet finde ud af, hvor meget et bol er i hektarer.

4

Sammenlign og vurder
Sammenlign jeres resultater og vurder, hvilke beskrivelser, der virker mest troværdige.

Foto: Marianne Kongsted Cordes

Broncestatue af Knud den Hellige i Odense.

Undersøg

Foretag en lignende undersøgelse af mønt-enheden mark.

Når I har det samlede antal hektarer landbrugsjord, skal I finde priser på landbrugsjord i vore dage på internettet.

Slut af med at udregne den samlede værdi af Kong Knuds gave i nutidens penge.

Oversættelse af brevet

Fakta
Knud den Helliges gavebrev
I 1084 gav Knud den 4. (efter sin død hed han Knud den Hellige) en stor gave til domkirken i Lund. Gavebrevet er det ældste kendte brev i Danmark. Det blev skrevet på latin, så det I læser her, er en oversættelse.
Det originale brev eksisterer ikke mere, det brændte i 1697, men det kendes fra flere afskrifter.
Oversættelsen her er fra Danmarkshistorien.dk fra Aarhus Universitet.

Foto: Det Kongelige Bibliotek

Tegning af Knud den Helliges segl er det ældste bevarede billede af et segl fra Danmark.
Seglet sad oprindelig på kongens gavebrev til Lund Domkirke af 21. maj 1085, som desværre brændte.
På forsiden ses den tronende konge med krone og herskersymbolet rigsæblet, på bagsiden ses kongen til jagt på hest med en jagtfalk i hånden.

Læs brevet

I behøver kun at læse det, der er i den røde ramme for at kunne løse opgaven. Men man kan lære meget historie ved at læse det hele sammen. Der er ordforklaringer efter brevet.

I den hellige og udelelige treenigheds, faderens og sønnens og den helligånds navn.

Vi ønsker, at det skal være vitterligt for alle kristne, hvorledes jeg Knud den fjerde[1] , kong Magnus'[2] søn, efter at have overtaget riget som arv fra min fader har doneret St. Laurentii kirke[3], som ligger i Lund – endskønt den endnu ikke er fuldført – for at den til evig tid kan være en brud for det lam[4], som bærer verdens synd, hellig for den hellige, ubesmittet for den ubesmittede, værdig for den værdige.

Men vi har gjort åbenbart, hvad og af hvad art denne kirkes brudegave skal være, og vi ønsker med Gud til værn, at den skal være retskraftig og urokkelig til evig tid med disse som vidner: Rikwal, Svend og Sigvard, bisper, Hågen Jarl[5], præsterne Arnold, Theoderik, Henrik og Godskalk, stallerne[6] Alle, Hågen, Peder, Svend og Asser Ågesen. Det er altså den jord, som Øpe Thorbjørnsen i Lund bødede for sin fred[7]. I Lilla Uppåkra fire og et halvt bol[8], i det andet Uppåkra lige så mange bol, i Herrestad otte bol, i Skälshög to bol, i Flädie fem og et halvt bol, som Hågen gav til kongen, i Hilleshög et halvt bol, i Håstad et bol, i Gärd i Venestad et bol, i Skättilljunga et halvt bol, i Sövestad et halvt bol, som Skore betalte for sin fred, og i Karlaby et halvt bol, som samme Skore gav kongen for sin fred, i Brönneslöv et halvt bol, som kongen indløste fra Thorgisl, Gunstens søn, i Göingebygd i Sandby et bol. På Sjælland i Ramsø herred[9] i Øm to bol, i Sømme herred i Tjæreby to bol, i Tune herred i Winningawa[10] to bol, i Horns herred i Skuldelev et bol, i Onsved et bol, i Smørumnedre to Bol, i Lynge herred i Børstingerød to bol, i Jørlunde herred i Tollerup et bol, i Skenkelsø et bol. På øen Amager i Sundbyøster fem bol, i Brøndby tre bol. Af de penge, der årligt gives af tofterne[11] i Lomma tre mark; af samme penge i Helsingborg tre mark, af tofterne i Lund 21 mark.

Hvis nogen mægtig mand, af ædel[12] eller ikke-ædel byrd, født eller ikke-født, opblæst af forvoven dristighed mod den hellige læres forskrift stræber efter at krænke denne overenskomstmæssige beslutning, skal han være forbandet. Ved Herrens genkomst, skal han være fordømt til evig straf, der hvor ormen ikke dør, og

Et meget gammelt brev

ilden ikke slukkes[13]. Hans bord foran ham skal blive til en snare[14], til en gengældelse og til en anstødssten sammen med dem, som sagde til Gud Herren: Gå bort fra os, at kende dine veje er ikke vor lyst.

Men hvad der hører til den kongelige ret[15], af hvad sag den end måtte opstå i forbindelse med omtalte jord, skal høre under provsten og de andre brødres myndighed, hvilke på dette sted tjener Gud; tre forseelser er undtaget: Hvis en bliver lyst fredløs[16], skal han købe fred af kongen, medens hans boslod[17] skal tilfalde provsten og brødrene, Hvis han forsømmer leding[18], skal han bøde til kongen. De skal ikke stille heste til redskud[19], medmindre kongen kommer selv.

Forhandlet i Lund den 21. maj år 1085 efter Herrens menneskevorden i den 8. indiktion, epakten 22, konkurrenten 2, i den herre kong Knuds 5. år[20], idet de fornævnte bisper var nærværende og stadfæstede det med vor herre Jesus Kristus som ophavsmand[21].

Ordforklaringer og andet

[1]**Knud den Hellige** (ca. 1042-1086) var konge af Danmark 1080-1086. Vi kender kun med sikkerhed to konger over Danmark før ham, der hed Knud, hvoraf den ene dog hed Hardeknud. Men der findes overleveringer om en kong Hardeknud i begyndelsen af 900-tallet.

[2]**Knud** var søn af Svend Estridsen (konge 1047-1074/76). Denne kaldes sommetider Magnus. Måske var dette hans kristne navn i modsætning til Svend, som er et gammelnordisk navn.

[3]**St. Laurentii Kirke:** Domkirken i Lund.

[4]**Jesus kaldes ofte Guds Lam**. Når domkirken skal være en brud for Jesus, menes der, at de to skal forenes uadskilligt for evigt.

[5]**Embedet som jarl** kendes både i Danmark, Norge og England i vikingetiden. Det indebærer en form for magt over et territorium – oftest på kongens vegne.

[6]**Stallerne**: hirdembedsmænd. Egentlig betyder det staldpassere, men embedet indebar én eller anden form for lederposition i den kongelige hird (krigerskare).

[7]**Fred** vil sige ophævelsen af fredløshed (straffen hvor et individ blev udstødt af samfundet, og enhver straffrit kunne dræbe vedkommende). Dette skete ved fredkøb, betaling af en meget stor bøde til kongen.

[8]**Bol:** enhed i middelalderens jordinddeling. Angiver et areal, men ordets præcise betydning er omdiskuteret. Der er dog tale om et ganske stort jordareal.

[9]**Herred:** territoriel enhed, som brugtes til en række administrative og retslige formål i middelalderen. Der er enighed om, at man ud fra gavebrevet kan konkludere, at inddelingen af landsbyer i herreder på daværende tidspunkt var indført på Sjælland. Derimod diskuteres det fortsat, om inddelingen også var indført i Skåne på dette tidspunkt.

[10]**Winningawa:** Forsvunden lokalitet.

[11]**Jordlodder**, især brugt om byggegrunde. I byerne betales altså den grundafgift til kongen, som senere kendes som arnegæld eller midsommergæld.

[12]**Ædel byrd:** Fornem slægt.

[13]**der hvor ormen ikke dør, og ilden ikke slukkes:** Det vil sige i Helvede.

[14]**Snare:** fælde.

[15]**Kongen havde altså flere rettigheder end de tidligere og senere nævnte.**
Der er efter alt at dømme tale om, at han havde ret til at opkræve bøder i forbindelse med visse forbrydelser. Denne rettighed overgår altså til provsten og brødrene i domkirken. Det, som i hvert fald senere kaldes domkapitlet.

[16]**Lyst fredløs:** udstødt af samfundet som straf.

[17]**Boslod:** alt hvad en person ejer undtagen jorden.

[18]**Leding:** krigstjeneste.

[19]**Redskud:** den ydelse, der skulle stilles til rådighed for kongen og hans følge i form af transporttjeneste.

[20]**Der er her tale om tre tidsangivelser:** den kristne, et middelalderligt tidsangivelsessystem, og kongens regeringstid.

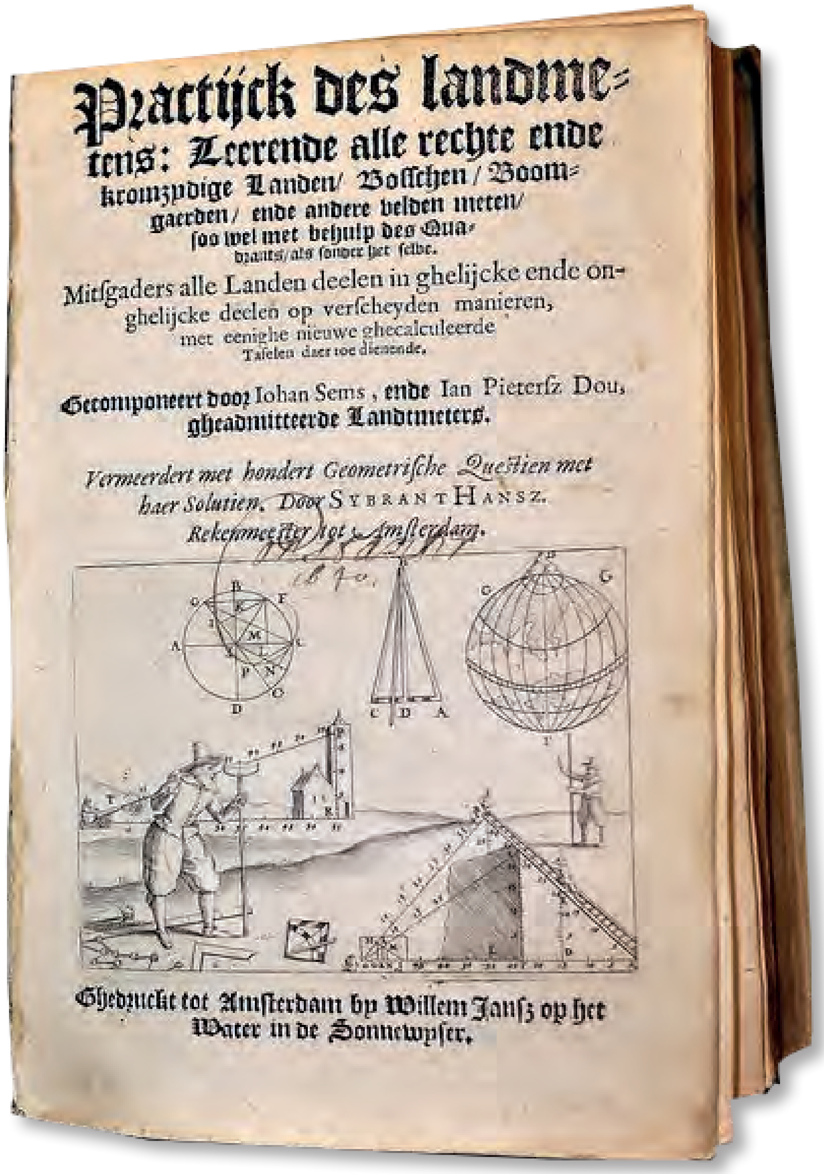
[21]**Sidste sætning:**
Hermed underbygges det, at den, der forbryder sig mod brevets bestemmelser, bliver udsat for de før udmalede frygtelige straffe.

Matematik og krigshistorie

Gamle matematiske problemstillinger i krig

Målet er, at I kan

- beregne og anvende omkreds og areal.



På de næste sider findes fem historiske beregninger.

De første fire er hentet fra en lærebog for officerer. Dengang i 1610 havde man en hel del musketerer, det vil sige soldater der skød med musketter, som er forladegeværer, der tog lang tid at lade.

For at beskytte dem mod fjendens rytteri mens de ladede, var de helt omgivet af lansenerer, soldater med meget lange lanser til at stikke hestene ned med.

Den femte opgave er bygget over den romerske hærs krav om, at man altid skulle sætte palisader op for natten, så man ikke blev taget på sengen.

Materialer

Lommeregner
Papir
Blyant

Undersøg

Er der noget matematik, der er fælles for de to opgaver?

Hvad ville der ske, hvis romerne byggede deres lejr, så den dannede et rektangel, hvor længden er dobbelt så lang som bredden?

Fem problemer

Matematik og historie

Fem problemer fra en lærebog for officerer af Sybrandt Hansz Cardinael (1578-1647), aritmetiklærer i Amsterdam. Bogen blev udgivet i 1610.

Problem XXXVI

Der er en kampopstilling af soldater stillet op i en firkant, der er lige så lang, som den er bred.
Den omfatter 256 musketerer i centrum omgivet af 320 lansenerer.

Spørgsmålet er hvor mange rækker af lansenerer, der omgiver musketererne?

Problem XXXVII

En kaptajn har 120 lansenerer og ønsker at have så mange musketerer, at hvis han placerer dem i en kvadratisk kampopstilling, vil han omgive musketererne med de 120 lansenerer i 3 rækker.

Spørgsmålet er, hvor mange musketerer skal han bruge?

Problem XLIX

En rektangulær kampopstilling, tre gange så lang som den er bred, består af musketerer omgivet af 4 rækker af lansenerer.

Spørgsmålet er, hvis der er 576 lansenerer, hvor mange musketerer er der så?

Problem L

Samme som ovenstående men med 624 musketerer.

Problem

Romerske legionærer på march

Når en romersk hær var på march, på vej mod en krig, medbragte den alt, fødevarer, reservevåben, belejringsmaskiner og ikke mindst stolper til at bygge palisader af.
Det var nemlig sådan, at når hæren skulle slå lejr for natten, gravede man en grav, lavede en vold og rejste en palisademur af træstolper på ca. 15 cm tykkelse. Det hele nøje opmålt i et stort kvadrat.
Inden for palisaderne kunne hæren trygt gå til ro, for man kunne ikke overraskes af en fjende og behøvede kun få nattevagter. Sådan gjorde en romersk hær hver nat uanset, om man var i fjendeland eller ej. Det var rutine, hver mand kendte sin plads og sin opgave.

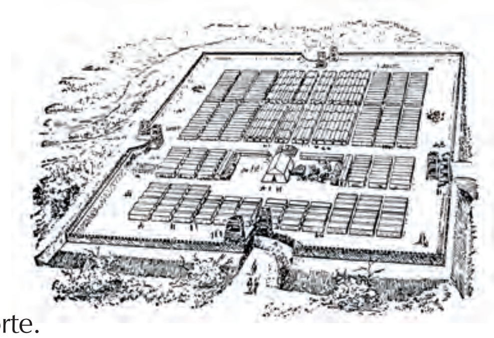
Den mindste enhed i det romerske hærvæsen efter Gaius Marius' hærreform i årtiet før 100 f.v.t. var centurien, der bestod af 100 mand (80 soldater og 20 nonkombattanter).

6 centurier udgjorde en kohorte.

Den mindste hær, der selvstændigt kunne udkæmpe en krig, kaldtes en legion og bestod af 10 kohorter.

På march bar hver mand foruden sin personlige udrustning en træstolpe med en diameter på ca. 15 cm. til nattelejrens palisade.

En hær bestod normalt af 4-6 legioner.



Spørgsmålet er, hvor mange kvadratmeter var der pr. mand i en nattelejr for 1 legion? og for 2, 3 osv.?

Hvorfor ser tallene sådan ud?

Kan man mon lave en formel?

Hvad har man lært af det?

Matematik og historie

Klassetrin og omfang

Der er aktiviteter til alle klassetrin. 6 lektioner, måske flere hvis flere af opgaverne skal fuldføres fx, hvis modellerne skal farvelægges.

Elevforudsætninger

Almindelige færdigheder og kompetencer svarende til klassetrinnet.

Forløb

Fremstil en tidslinje
Byg en skalamodel
Mål en gravhøj
Knud den Helliges gavebrev
Matematik i krigens tjeneste

Matematiske stofområder / Matematiske kompetencer	Problembehandling	Modellering	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

Aktiviteter

Fremstil en tidslinje

Alle klassetrin.

Ideen er, at alle elever har adgang til en tidslinje, hvor de kan placere historiske begivenheder fra alle fag.

Byg en skalamodel

Mellemtrin og udskoling.

Man skal finde en eller flere gamle bygninger, som det er muligt at komme til at måle på.
Det kan være gamle huse, en kirke eller måske en borg.
Bygningerne opmåles, der findes et passende målforhold og et passende materiale fx tykt karton, masonit.

Højdemålinger:
En elev står ved muren med en meterstok, en anden fotograferer bygningen. Fotoet kan bruges til at finde højden, placering af vinduer etc.
Andre metoder er "pindemåling" med måling af ligedannede trekanter eller vinkelmåling med klinometer og trigonometri.

Der findes et passende målforhold, fx det største mål i forhold til materialets dimensioner.

Mål en gravhøj

Mest udskoling

Formålet er at give et billede af, hvilket stort arbejde der ligger i at bygge en gravhøj i oldtiden eller vikingetiden. En gravhøj fra oldtiden kan findes i nærområdet i store dele af landet.
Der er tale om en matematisk modellering, da den givne gravhøj skal vurderes i forhold til nogle kendte rumlige figurer.
Vurderingen af, hvor stor højden af et græstørv bliver med tiden, kræver nok at blive afsluttet med en klassediskussion. Resultatet vil nok være overraskende - fx kræver Jellinghøjene flere kvadratkilometer græstørv. Det har krævet en magtfuld konge!

Knud den Helliges gavebrev

Mellemtrin og udskoling

Målet for opgaven er, at eleverne erfarer, hvilken kæmpe gave kongen giver til Lund Domkirke.

Der er en del usikkerheder indbygget:
Hvor mange hektarer var et bol i den tidlige middelalder?
Hvad koster landbrugsjord i dag?
Alt dette må undersøges på nettet og diskuteres i klassen.

Matematik i krigens tjeneste

Mellemtrin og udskoling

For ikke at gøre emnet for aktuelt er her valgt et eksempel fra romertiden og et fra en lærebog for officerer fra 1610.

Begge dele handler om omkreds og areal. Også kaldet det isoperimetriske problem.

Find spændende viden

Matematiske gåder gennem tiderne og matematikeres forskellige opdagelser.

Målet er, at I kan

- gennem faglig læsning finde relevant viden og fremlægge det for andre.

Materialer

Computer med internet
Bøgerne i serien Eventyrlig Matematik fra Forlaget Matematik

Opdagelser

Gennem tiderne har mennesker forsøgt at få orden på deres omverden.

De gamle grækere har fx på deres tid fundet regler for, hvordan verden er sat sammen. Italienerne har også bidraget.

I skal i denne opgave arbejde med forskellige matematiske opdagelser/gåder. I skal også finde ud af hvilken tidsalder opdagelsen har fundet sted i.

Tegninger: Lars Bjørstrup

Undersøg

Vælg en spændende matematiker eller opdagelse.

I skal fortælle om gåden og opdagelsen eller om matematikeren.
I skal vise det fx i en film, PPT eller lignende.

I skal finde ud af, hvad matematikeren er kendt for.

I må bruge internettet til at finde relevant viden.

For at få oplysninger kan I læse i Eventyrlig Matematik om jeres matematiker eller opdagelse.

Hvis I vil have meget at vide på engelsk, kan i fx bruge MacTutor.

Eventyrlig matematik

Klassetrin og omfang
Mellemtrin
Varighed: 4-6 lektioner.

Elevforudsætninger
Eleverne skal selvstændigt kunne læse og fortælle om en person fra en bog.

Aktivitet
Eleverne deles op i små grupper, der arbejder med hver sit emne.

Eleverne kan søge på internettet og finde oplysninger om matematikere.

Hvis der er elever, der er MEGET gode til engelsk, kan de søge i MacTutor på https://kortlink.dk/2g5r8

Ellers kan de med fordel anvende serien "Eventyrlig matematik" fra Forlaget Matematik.
Der er 12 små bøger, der hver beskriver en matematiker og hans opdagelser/bevis sat ind i en eventyrlig ramme.

Forløb eventyrlig Matematik / Matematiske stofområder — Matematiske kompetencer	Problembehandling	Modellering	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	**Kommunikation**	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

Eventyrlig Matematik
I seriens tolv bøger, kan eleverne læse om krypteringer og koder, om sandsynlighedsberegning og om meget store tal. Bøgerne er samtidig velegnede til læsning og faglig fordybelse i matematik.

Eleverne stifter blandt andet bekendtskab med Fibonacci, Arkimedes, Pythagoras, Pascal og mange, mange andre, der har brugt deres liv på at løse matematiske gåder. Spændende mennesker, der har været nysgerrige, opfindsomme og dristige. De tolv bøger udfordrer samtidig eleverne i selv at afprøve deres viden.

Serien er skrevet til de 10 til 14-årige. Her er matematikken sat ind i en historisk, dramatisk og – for aldersgruppen – nærværende ramme, så bøgerne også kan bruges som blot – LYSTLÆSNING. På næste side er et kort resume af bøgerne. Serien er udgivet af Forlaget Matematik og kan bestilles på www.dkmat.dk


Tegning: Lars Bjørstrup

Bøgerne i Eventyrlig Matematik 1-6

FIBOS FARLIGE FÆRD

Den italienske matematiker Fibonacci ser de arabiske tal under dramatiske omstændigheder i en alder af 13 år. Han opdager de arabiske tals fordele i forhold til de romertal, han er blevet undervist i.

DEN USYNLIGE SPION

Her møder vi blandt andet Cæsar og kodeeksperten Vigenère og følger med i arbejdet med den hemmelige Enigma-maskine og begreberne dechifrere og kryptere.

MORDET PÅ ARKIMEDES

To børn vokser op hos den græske matematiker, fysiker og filosof Arkimedes. Han viser, hvordan man finder en cirkels centrum, omkreds, radius og tallet π.

DEN HEMMELIGE KLUB

Pythagoras hjælper sin datter Myria og hendes ven. De to unge studerer vinkler og grader, retvinklede trekanter og den regel, som vi i dag kender som Pythagoras' læresætning.

SAMURAIENS SVÆRD

Gennem Samuraisværdets historie lærer Laura og Kurt, om potenser og kvadratrødder, om begreberne potenstallets rod og eksponent og om meget store tal som fx en trilliard.

DET LUSKEDE SPIL

Grev de Méré elsker at spille både terning og kort. Ofte inviterer han til spilleaftener i sit palæ. Vennen Pascal og han udregner sandsynligheder for stort set alt. En aften opdager hans børn en falskspiller blandt gæsterne.

Fortsættes på næste side

Bøgerne i Eventyrlig Matematik 7-12

DEN GLUBSKE LABYRINT

I bogen oplever børnene Ida og Asger dramatiske hændelser, mens de passer et feriejob i en labyrint, men vil de være i stand til at løse labyrintens gåde? Læseren får et indblik i labyrinternes historie.

DET MAGISKE UR

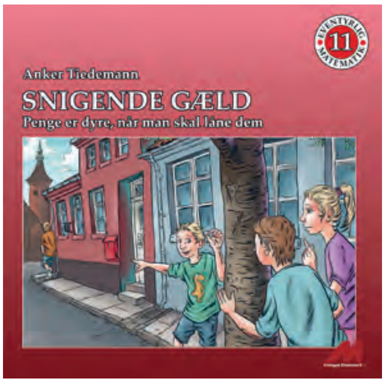
William, som er søn af den berømte urmager John Harrison, lærer på et skib i 1764 to børn om længde- og breddegrader, gradminutter og gradsekunder, brugen af oktanter og sekstanter for at sætte kurs og undgå skibskatastrofer.

DRONNINGENS BEFALING

Den franske matematiker René fortæller børnene Hector og Marie om sin opfindelse – koordinatsystemet. Descartes giver de to børn opgaver, der viser, hvor genial hans opfindelse er.

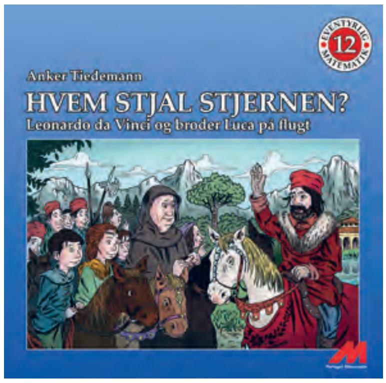
HISTORIEN OM METEREN

Året er 1794. To matematikere i gang med at fastlægge et nyt længdemål, der hedder meter. Byens købmand, som hidtil har snydt med egne mål for længde og vægt, gør alt for at lægge hindringer i vejen.



SNIGENDE GÆLD

Kristian skylder en masse penge væk efter spil på nettet. Han har optaget kviklån for at spille og betale tilbage! Clara og Mikkel gør alt for at hjælpe deres storebror ud af kniben.



HVEM STJAL STJERNEN?

I året 1499 er Leonardo da Vinci og broder Lucas på flugt. Under flugten lærer de to børn, Philippa og Piero, om tetraedere, heksaedere, oktaedere, ikosaedere og dodekaedere.

Afsnit 8

Matematik til stort og småt

Illustration: ICP

Potens og lysår

I skal undersøge, hvordan man kan skrive store tal og beregne store afstande.

Målet er, at I kan

- forstå hvad et potenstal er
- undersøge tal og kommunikere det videre.

Illustration: ICP

Potens

Når et tal bliver stort, kan det være svært at sige eller skrive tallets navn.
Hvad hedder fx dette tal 100 000 000 000 000?

I stedet for at skrive 100, kan vi skrive det som 10^2, fordi $100 = 10 \cdot 10$
Man udtaler det: Ti i anden.

I stedet for at skrive 1000, kan vi skrive det som 10^3, fordi $1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10$
Man udtaler det: Ti i tredje.

I stedet for at skrive 32 kan vi skrive det som 2^5, fordi $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
Man udtaler det: To i femte.

Et tal der skrives på denne måde, kalder vi et potenstal eller blot en potens.

Lysår

Når vi skal finde afstande i Universet, er de så store, at vi ikke kan angive det på den måde vi plejer. Vi benytter enheden lysår.

Et lysår er den afstand lys bevæger sig på et år.
Lys bevæger sig 300 000 km/sekund.

Hvis afstanden til en bestemt stjerne er 1 lysår, vil afstanden målt i km. være:
$300000 \text{ km} \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365$

Det er 9 460 730 777 119 km

Er det rigtigt?
Tallet er så stort, at vi vælger at afrunde tallet til 10 000 000 000 000 km.
Tallet kan så skrives som potenstallet 10^{13}

Materialer

Lommeregner
Regneark
CAS program

Ideer

I kan få hjælp her til omregning mellem lysår og km:
https://kortlink.dk/2fvdb

Undersøg

Kan I skrive alle tallene som potenstal på side 181 i *Potenstal – Skema*?

Hvordan kan et lysår skrives som et potenstal?

Find afstandene til forskellige planeter og stjerner. Herefter kan I udfylde de tomme felter i *Lysår – Skema* på side 182.

Undersøg og find eksempler på, hvilke ting/objekter, der angives i store potenser og måleenheder.

Find eksempler på afstande, der måles i lysår og sammenlign dem.
Eksempel: Hvor langt er der fra Jorden til Solen? Brug eventuelt side 183, *Lysår og størrelse*.

Lav en tegning, der viser afstands- og størrelsesforhold mellem forskellige planeter.

Undersøg selv mål på meget store ting og sammenlign dem med hinanden.
Eksempel: Hvor stor er Jorden i forhold til Solen?

Lav en tegning i målforhold, der viser sammenhænge mellem størrelsesforholdene.

Potenstal – Skema

Kan tallene skrives som et potenstal?

Udfyld de manglende felter – Find potenstallene

Hvilket tal?	Er tallet et potenstal? Skriv tallet		Hvordan skrives/udtales det med ord?
100	Ja	$100 = 10 \cdot 10 = 10^2$	Ti i anden
1000	Ja	$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$	Ti i tredje
32	Ja	$32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$	To i femte
17			
75			
125			
48			
150			
625			
425			
64			
1024			
16			
27			
1 000 000			
1 000 000 000			
1 000 000 000 000			

Det sidste tal er beskrevet under potens på elevoplægget *Store tal*.

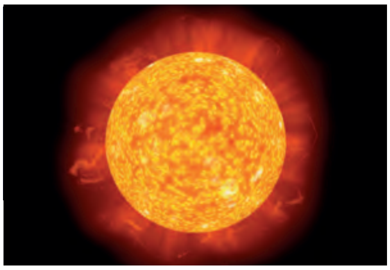
Store afstande

Find afstandene - Udfyld og udregn de manglende felter

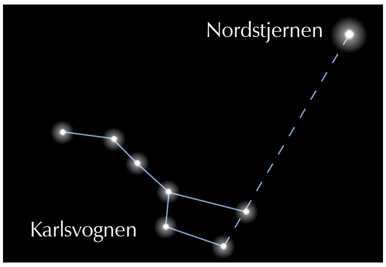
Hvilken stjerne eller planet?	Afstand fra Jorden lysår	Afstand fra Jorden km	Afstand fra Jorden Potenstal
Venus			
Solen			
Merkur			
Mars			
Jupiter		3 mia km	
Saturn			
Uranus			
Neptun			
Pluto			
Sirius			
Nordstjernen	430		
Castor	45		
Pollux	35		
Vega	25		
Aldebaran	67		
Betelgeuze	640		
Arcturus	37		
Deneb	1412		
Spica	260		
Capella	43		

Hvor mange lysår væk?

Eksempler på afstande, som man kunne finde i lysår, hvis der tages udgangspunkt i Jorden som omdrejningspunkt for afstandsmåling.



Jorden er cirka 8,3 lysminutter fra Solen.



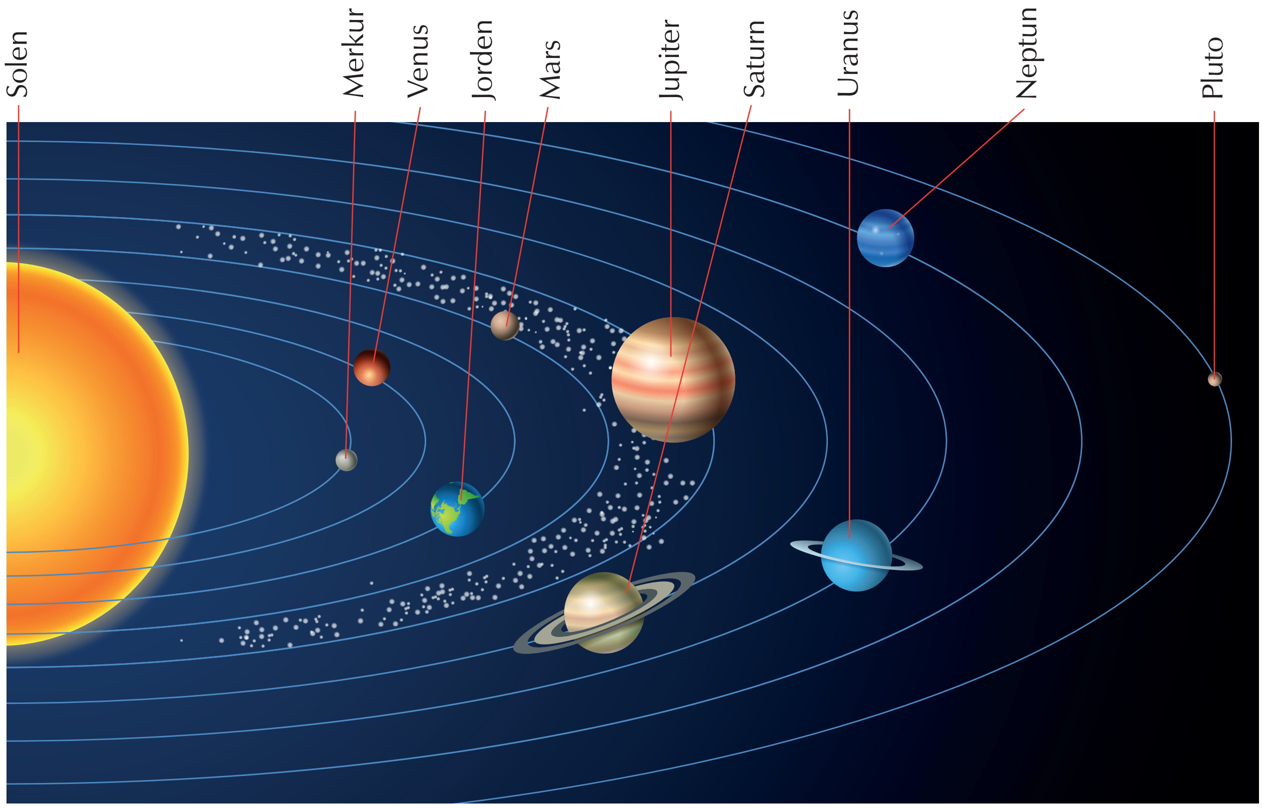
Jorden er cirka 320 lysår fra Nordstjernen, Polaris.

Jorden er cirka 2,5 millioner lysår fra Andromeda, vores nærmeste nabogalakse.

Find flere astronomiske afstande her: https://kortlink.dk/nasa/2fvdc

Planeterne

Eksempel på tegning af afstands- og størrelsesforhold



Illustrationer: ICP

Meget små tal

Potens og nanoskala

I skal undersøge, hvordan man kan skrive meget små tal.

Målet er, at I kan

- forstå hvad et potenstal er
- undersøge tal og kommunikere det videre.

Materialer

Lommeregner
Regneark
CAS program

Potens

Små tal kan også skrives som potenstal.

I stedet for at skrive

$\frac{1}{100}$

kan vi skrive det som 10^{-2}, fordi

$\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$

I stedet for at skrive

$\frac{1}{1000}$

kan vi skrive det som 10^{-3}, fordi

$\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$

I stedet for at skrive

$\frac{1}{32}$

kan vi skrive det som 2^{-5}, fordi

$\frac{1}{32} = \frac{1}{2^5}$

Nano

Små ting kan være så små, at vi ikke kan se dem.
Et almindeligt mikroskop kan forstørre ting mange gange. Men der findes ting, som er så små, at mikroskopet ikke kan forstørre dem til, at vi kan se dem.
Man siger, at vi arbejder i nanoskala.

På side 185 kan I se, hvordan de forskellige enheder i meterskalaen hænger sammen.

Når man arbejder med nanoteknologi, benytter man enheden nanometer.

På side 186 kan I se forskellige ting, hvor størrelsen er angivet i nanometer.
Vi forkorter det nm.

Ideer

Undersøg om det er rigtigt, at 1 nanometer er det samme som 10^{-6} millimeter.

Undersøg om I kan skrive 1 nanometer på andre måder.

Undersøg

Hvad skal der stå i de tomme felter i skemaet *Fra picometer til kilometer* på side 185?

Hvordan kan tallene ved tegningerne på side 186 omskrives til et potenstal?

Undersøg og find eksempler på, hvilke ting/objekter, der måles i små måleenheder som nanometer.

Undersøg selv mål på meget små ting og sammenlign dem med hinanden.
Eksempel:
Hvor stort er et atom i forhold til et sukkermolekyle?

Brug eventuelt *Nanoskala* side 187

Undersøg, hvor små tingene er i forhold til ting, som vi godt kan se.
Eksempel:
Hvor stort er et atom i forhold til en tennisbold og en fodbold?

Lav en tabel eller tallinje med mål, der viser størrelsesforholdene mellem tingene.

Lav en tegning i målforhold, der viser sammenhænge mellem størrelsesforholdene.

Fra kilometer til picometer

Oversigt

Udfyld og udregn de manglende felter i skemaet.

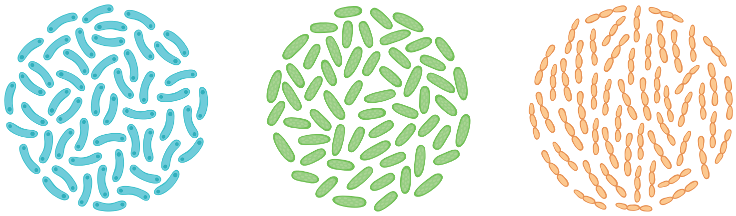
Navn for enhed	Forkortelse for enheden	Antal enheder	Hvor mange meter?	Enheden som potenstal
picometer	pm	1	m	10^{-12}
			m	
			m	
nanometer	nm	1	$\frac{1}{1000000000}$ m	10^{-9}
			m	
			m	
mikrometer	µm	1	$\frac{1}{1000000}$ m	10^{-6}
			m	10^{-5}
			$\frac{1}{10000}$ m	10^{-4}
millimeter	mm	1	$\frac{1}{1000}$ m	10^{-3}
centimeter	cm	1	$\frac{1}{100}$ m	10^{-2}
decimeter	dm	1	$\frac{1}{10}$ m	10^{-1}
meter	m	1	1 m	
dekameter	dam	1	10 m	10^{1}
hektometer	hm	1	100 m	10^{2}
kilometer	km	1	1000 m	10^{3}

Find potenstallet

Hvordan kan tallene ved tegningerne omskrives til et potenstal?

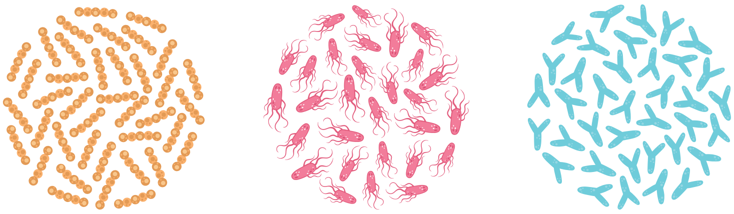
Insekter

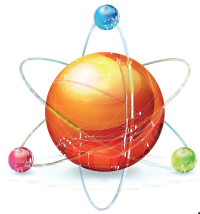
1 cm =



10 µm =

Bakterier





Atomer

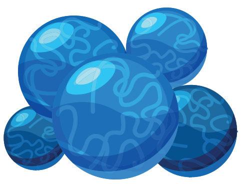
1 Å =

Saltkorn

1 µm =

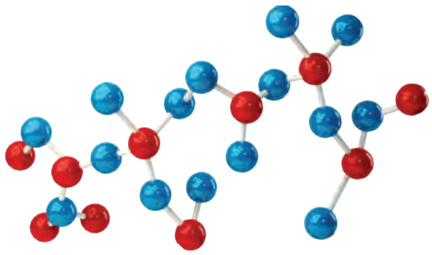
Menneskehår

100 µm =



Celler

10 µm =

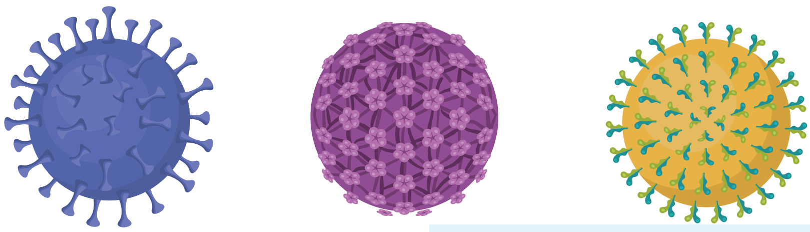


Glykosemolekyler

1 nm =

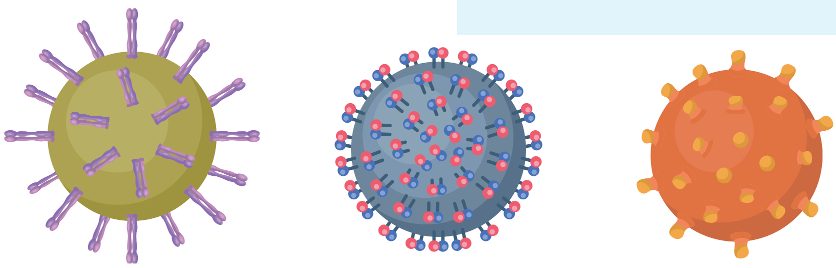
DNA

10 nm =



Virus

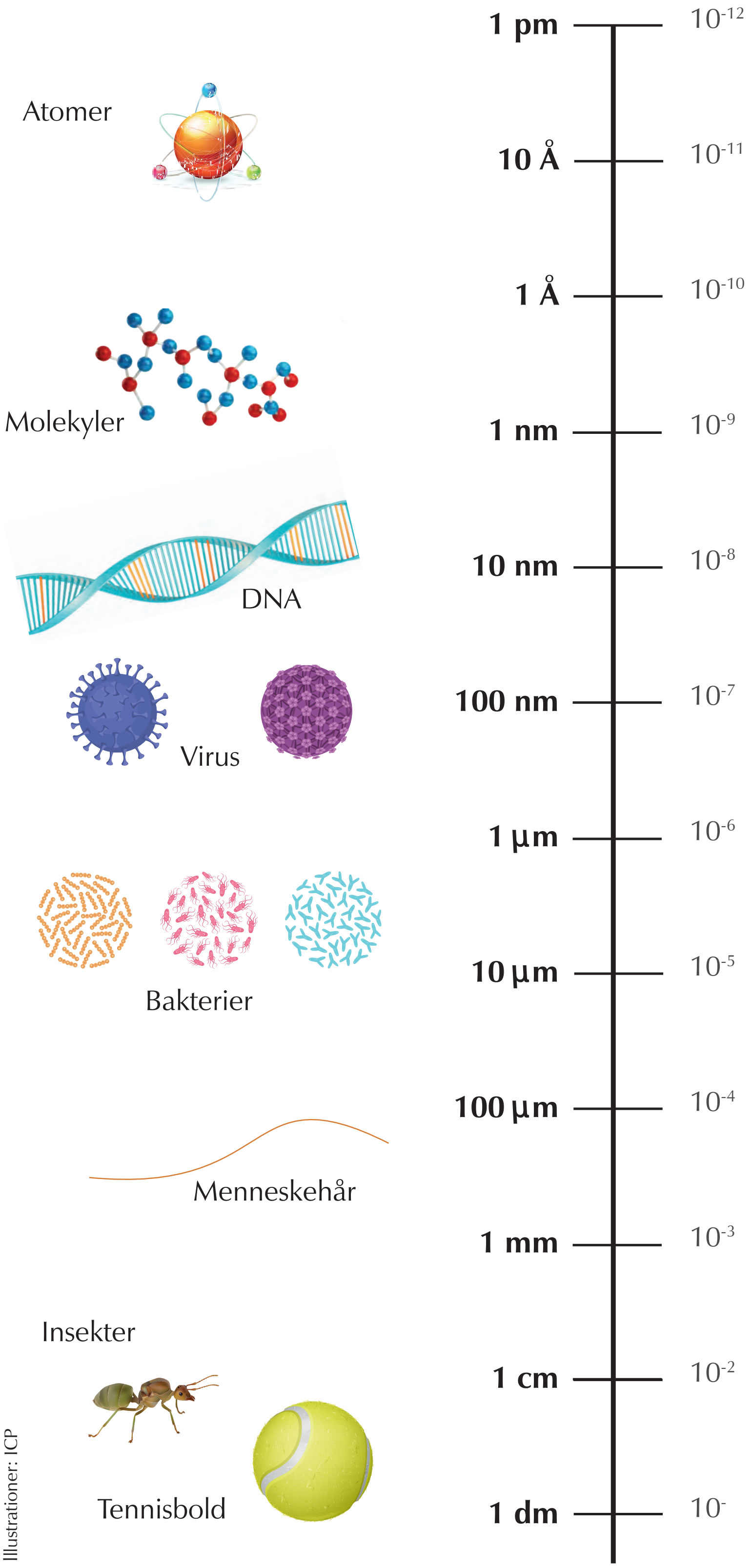
100 nm =



Illustrationer: ICP

Nanoskala

Nanoskalaen er opbygget ud fra meterskalaen.



Illustrationer: ICP

Fotos: ICP

De mindste ting i nanoskalaen er så små, at man ikke kan se dem i et almindeligt mikroskop.

Undersøg og find eksempler på, hvilke ting/objekter, der måles i små måleenheder som nanometer.

Undersøg selv mål på meget små ting og sammenlign dem med hinanden.

Meget store tal og Meget små tal

Klassetrin og omfang

Mellemtrin/Udskoling.
Ca. 3 timer.

Elevforudsætninger

Kender 10-talssystemet.
Fortrolig med regningsarterne multiplikation og division.
Fortrolighed med at benytte et regneark.

Aktiviteter

Alle aktiviteterne om Stort og Småt handler om at etablere matematiske forudsætninger for at kunne arbejde med astronomi og nanoteknologi. Når eleverne skal arbejde med nanoteknologi, kommer de til at arbejde med meget små tal. Meget små tal er det modsatte af meget store tal, men de hænger sammen.

Forløb **Meget store tal** **Meget små tal**	Problembehandling	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	**Repræsentation og symbolbehandling**	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder / **Matematiske kompetencer**						
Tal og algebra						
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

For at kunne arbejde med meget små tal, skal eleverne kunne arbejde med de meget store tal.

Lad eleverne gå ind på denne hjemmeside og undersøge forskellige dele af nano-teknologien:
https://kortlink.dk/au/2g33h

Fakta

Nanosience

Nanoscience, som i daglig tale kaldes nanoteknologi, refererer til noget meget småt. Nano stammer fra det græske nanos, der betyder dværg.

I moderne tale er nano et præfiks, der betyder en milliarddel, det vil sige $\frac{1}{1\,000\,000\,000}$ af en enhed. Ordet bruges altså på samme måde som centi, $\frac{1}{100}$ og milli, $\frac{1}{1000}$ og kan sættes foran enheder som fx meter eller sekunder. En nanometer (= 1 nm) svarer således til en milliard-del meter eller en milliontedel millimeter. Det vil sige, at der skal lige så mange nanometer til en millimeter, som der skal millimeter til en kilometer.
En nanometer er en meget lille afstand, som umiddelbart er meget vanskelig at forholde sig til. For at illustrere, hvor lille en afstand man taler om, er størrelsesforholdet mellem en fodbold og en nanoklynge med en diameter på 1 nanometer det samme som størrelsesforholdet mellem selvsamme fodbold og hele Jorden.

Lærerens rolle

Det vil være nødvendigt at præsentere det faglige indhold for eleverne, inden de går i gang med at arbejde med opgaverne.

En fælles drøftelse med klassen vil være nødvendig.

Der vil være elever, som vil synes, at både potenser og brøker er udfordrende, hvorfor de vil have brug for lærerens opmærksomhed, mens de arbejder med opgaverne.

Ekstra

Eleverne kan udfordres med at multiplicere og dividere potenstal:

$10^2 \cdot 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$

$\frac{8^4}{8^2} = 8^{4-2} = 8^2$

Prøv med flere eksempler
Gælder det altid?

Lad eleverne lege med et stort antal eksempler.

Afsnit 8

Matematik og astronomi

Illustration: ICP

Hvor langt kan vi se?

Afprøv metoderne

**Hvor langt kan vi se, hvis vi kigger ud over havet?
Hvad hvis vi står på en høj bakke?**

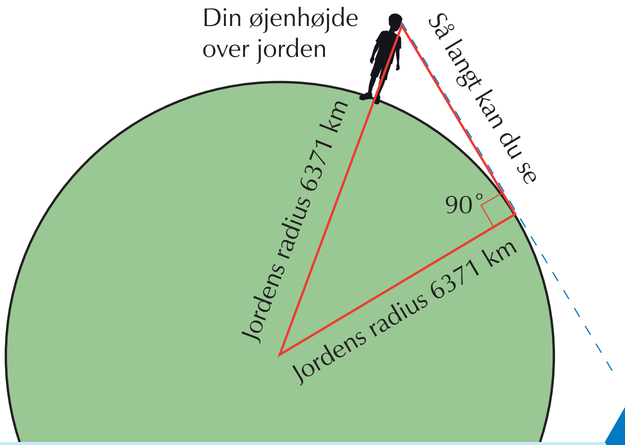


Illustration: Marianne Kongsted Cordes

Målet er, at I kan

- anvende formler og Pythagoras' læresætning.

Beregn hvor langt I kan se

Forestil jer, at I står på en strand og ser ud over havet. Hvor langt kan I se - ud til horisonten eller kimingen.

Der er to metoder til at beregne, hvor langt I kan se.

Metode 1
Beregning ud fra skitsen til højre og brug af Pythagoras læresætning:

I en retvinklet trekant med kateter a og b og hypotenuse c er:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Metode 2
Man kan også bruge denne formel.

$$a = 3{,}85 \cdot \sqrt{h}$$

hvor
a er afstanden til kimingen (horisonten) i km,
h er øjenhøjden i meter over havet.
Mål først jeres øjenhøjde.

Materialer

Computer med dynamisk geometriprogram
Matematiske formler og fagord

Undersøg

På nettet vil man finde forskellige angivelser af Jordens radius fx 6371 km og 6378 km.
Find artikler på nettet, der kan give en forklaring på forskellen.

De to metoder kan give forskellige resultater.
Prøv at bruge begge metoder. De giver ikke samme resultat.
Kan I finde nogle mulige forklaringer på det?

I står på det højeste punkt på Fyns Hoved. Det er 25 m over havoverfladen.
Hvor langt kan I se? Kan I se Sjælland, Samsø og Jylland?

Hvor langt væk fra kan I se toppen af pylonerne på Storebæltsbroen (254 m).
I kan forestille jer, at I er 20 m over havets overflade.

Undersøg dette postulat:
Hvis man kommer dobbelt så højt op over jordoverfladen, kan man se dobbelt så langt.

Ekstra

Forestil jer, at man kunne binde en snor rundt om Jorden helt tæt på jordoverfladen.
Vi må hellere forestille os, at Jordens overflade er helt glat uden bjerge og dybe have.
Så sætter vi en ekstra meter på snoren.
Vi forestiller os at snoren hæves med samme afstand over Jordens overflade hele kloden rundt.

Hvor højt hæves snoren over jordoverfladen?

I kan løse opgaven i fx GeoGebra eller med beregninger.

Hvad kunne Andreas Mogensen se?

Matematik og astronomi

Synsfelt i rummet

Den danske astronaut Andreas Mogensen kredsede rundt om Jorden i 400 kilometers højde. Hvor meget af Jorden kunne han se ad gangen?

Målet er, at I kan

- tegne en geometrisk model som grundlag for jeres beregninger.

Materialer

Matematiske formler og fagord
Computer med dynamisk geometriprogram fx GeoGebra

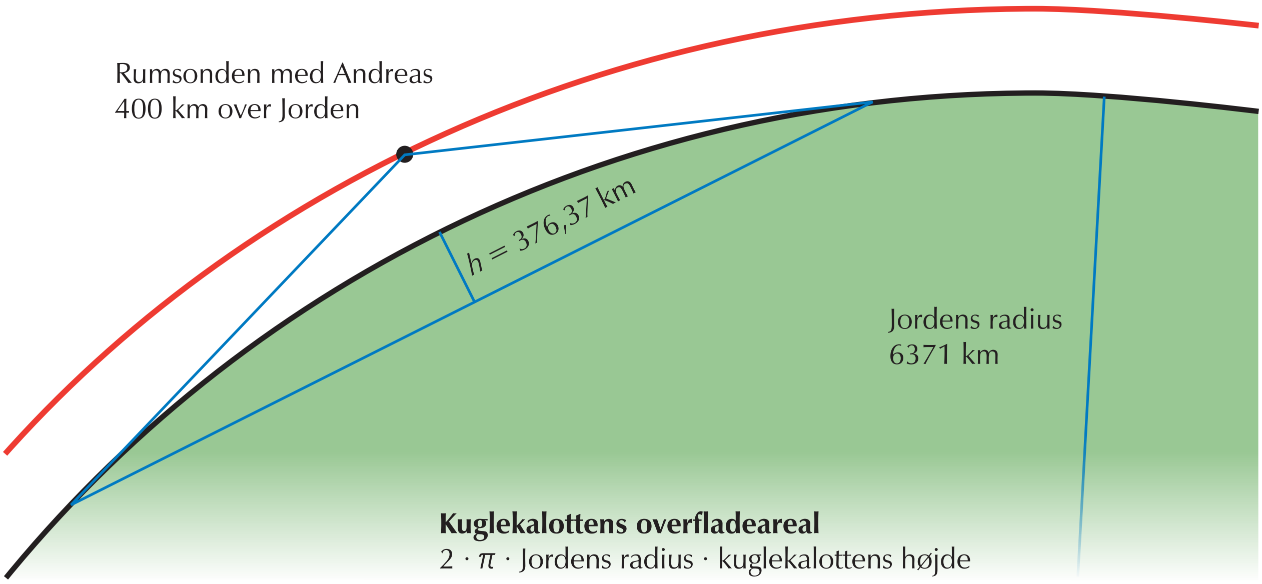


Illustration: Marianne Kongsted Cordes

Fremgangsmåde

Se på modellen herover. Den viser et udsnit af et tværsnit af Jorden.

Fremstil en dynamisk tegning i fx GeoGebra og få programmet til at beregne arealet at den kuglekalot, som Andreas kan se på et givent tidspunkt.

Undersøg

Hvor meget kunne astronauten Andreas Mogensen se af Jorden?

Angiv resultatet som et areal af et stort land eller et kontinent.

Ideer

Kommunikationssatellitter kredser oftest i den geostationære bane i cirka 36 000 kilometers højde, så de befinder sig i samme position set fra jorden.

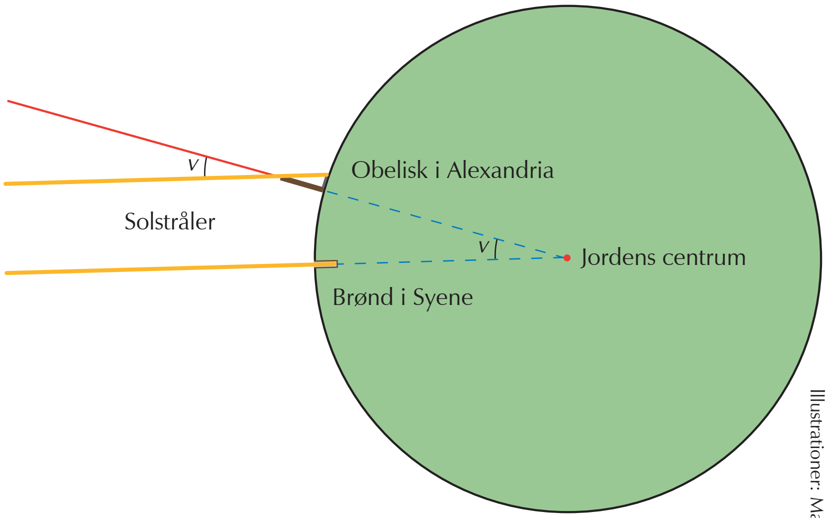
Hvor stor en del af Jorden kan en satellit dække?

Erastosthenes' beregning

Grækeren Erastosthenes boede for ca. 2250 år siden i byen Alexandria i det nordlige Egypten. Han fandt en metode til at beregne Jordens omkreds.

Målet er, at I kan

- forstå Erastotenes' beregning og selv beregne Jordens omkreds.



Sådan gjorde han

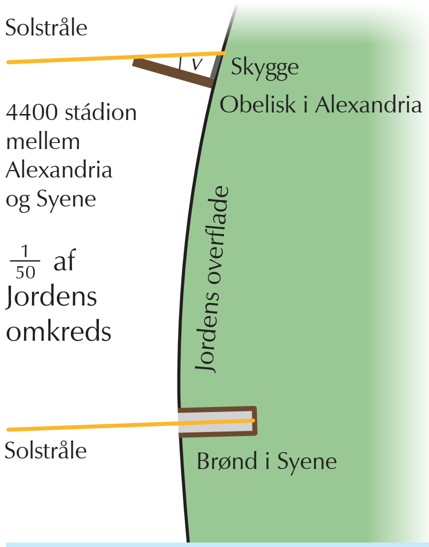
Erastothenes vidste, at ved midsommer kl. 12 stod solstrålerne lodret ned i en brønd i Syene i det sydlige Egypten.

Samtidig kunne han måle på skyggen fra en obelisk, det er en meget høj, fritstående søjle.

Erastosthenes kendte afstanden fra brønden i Syene til obelisken i Alexandria. Den var 4400 stádion. Egypterne brugte længdemålet stádion, når de skulle måle lange afstande. En stádion svarer til 185 m.

Hvor mange kilometer er der mellem brønden og obelisken?

Erastosthenes vidste, at Jorden var rund, og han brugte en skitse til at tænke problemet igennem. Den kunne have set ud som her til højre. Erastosthenes målte på obelisken og dens skygge og fandt ud af, at vinklen *v* på tegningen er $\frac{1}{50}$ af Jordens omkreds. Når der står *v* ved både vinklen ved Jordens centrum og vinklen ved obelisken skyldes det, at de er lige store.



Illustrationer: Marianne Kongsted Cordes

Materialer

Papir og blyant
Lommeregner eller computer

Undersøg

I skal prøve at forklare, at de to vinkler er lige store.

I skal beregne vinklen *v*.

I skal beregne Jordens omkreds i kilometer.

I dag ved vi, at Jordens radius er 6371 km.

Undersøg, hvor mange procent Erastosthenes' beregning afviger.

Matematik og astronomi

Målet er, at I kan

- omregne mellem enheder fx fart
- arbejde med store tal.

1

Jordens diameter er ca. 12 756 km.
Hvor meget er dens omkreds og radius?

2

Hvis en rumraket skal slippe væk fra Jordens tyngdekraft og ud i rummet, skal dens fart være mindst 11 km/s.
Hvor mange km/t er det?
Hvor mange m/s er det?

3

Hvor lang tid vil det tage en rumraket at flyve til New York fra København?

4

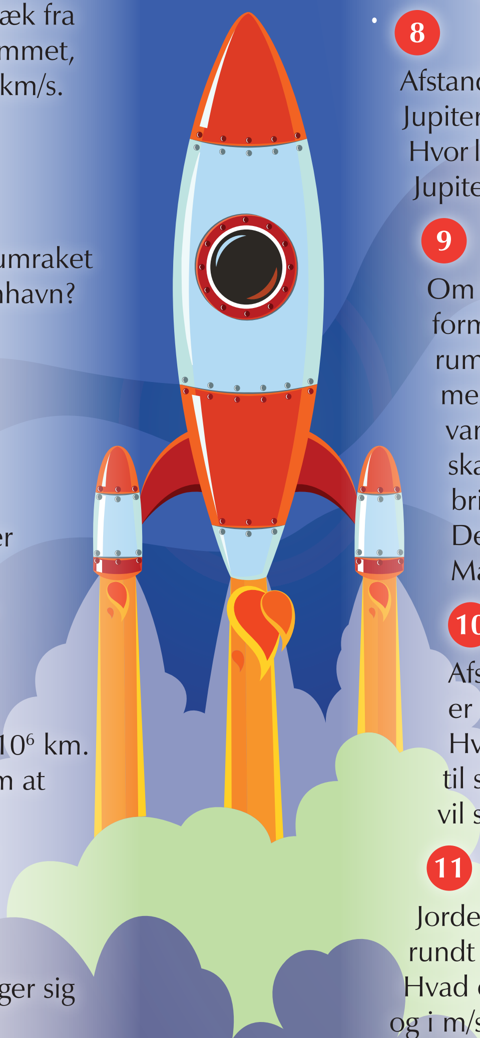
Afstanden til Månen er gennemsnitlig 384 000 km.
Hvor længe er rumraketten om at flyve til Månen?
Et almindeligt passagerfly flyver med en fart af ca. 850 km/t.
Hvor længe ville det være om at flyve til Månen?

5

Afstanden til Mars er ca. $75 \cdot 10^6$ km.
Hvor længe er rumraketten om at komme til Mars fra Jorden?
Hvor længe ville passagerflyet være om turen?

6

Lys-, radio- og tv-bølger bevæger sig med en fart på 300 000 km/s.
Hvor lang tid ville en lysstråle være om en tur rundt om Jorden?
Hvor længe er et signal om at komme fra Jorden til Mars? Og til Månen?



7

Den strækning, som lyset bevæger sig på 1 år, kaldes 1 lysår. Hvor mange km er det?
Hvor lang tid er lyset om at komme fra Solen og ned til os på Jorden?

8

Afstanden fra Jorden til planeten Jupiter er ca. $630 \cdot 10^6$ km.
Hvor længe er rumraketten om at flyve til Jupiter, hvis den har en fart på 11 km/s?

9

Om ikke så mange år vil mennesker formentlig lande på Mars med en rumraket. Hvis man siger, at et menneske mindst skal bruge 2 L vand i døgnet, hvor meget vand skal en besætning på fem så medbringe til hele rejsen ud og hjem?
De planlægger at opholde sig på Mars i en måned.

10

Afstanden til den nærmeste stjerne er 4,2 lysår.
Hvor lang tid vil det tage at flyve ud til stjernen med vores rumraket? Du vil sikkert blive overrasket!!

11

Jorden drejer som bekendt en gang rundt om sig selv i løbet af et døgn.
Hvad er dens fart ved Ækvator i km/t og i m/s. Hvad er farten ca. i Danmark?
Jorden drejer som bekendt også rundt om Solen i løbet af et år.
Hvor meget fart har den på?
Hvor længe ville lyset være om den samme tur?

Modeller af vores solsystem

Matematik og astronomi

Byg modeller

Vi har svært ved at forestille os de store himmellegemer og meget lange afstande. Derfor er det meget illustrativt at fremstille nogle modeller i målforhold. Det er imidlertid svært at få både størrelserne og afstandene med i samme model, der let vil blive 10-15 km lange. Derfor skal I fremstille to modeller.

Målet er, at I kan

- arbejde med store tal og målforhold.

Materialer

Målebånd
Masser af papir
Farver

Illustration: ICP

Model af Solen og planeternes størrelse

Forslag til fremgangsmåde
Mål højden i klasselokalet.
Modellen af Solen skal gå fra gulv til loft.
Hvor mange kilometer svarer en centimeter til?
Så har I et målforhold mellem model og virkelighed og kan tegne planeterne og hænge dem op på klasselokalets vægge.

Model af afstandene mellem Solen og planeterne

Forslag til fremgangsmåde
Mål længden af den længste gang på skolen.
Hvor mange kilometer svarer en centimeter til?
Så har I et målforhold og kan placere Neptun i den ene enden og Solen i den anden – men kun med navneskilte.

Se tegningen af solsystemet på næste side.

Ideer

Prøv at udregne afstandene med målforholdet for størrelserne og modsat.
Så kan man se, hvor lang en planetmodel vil blive for at kunne se den mindste planet.

Søg oplysninger til jeres modeller

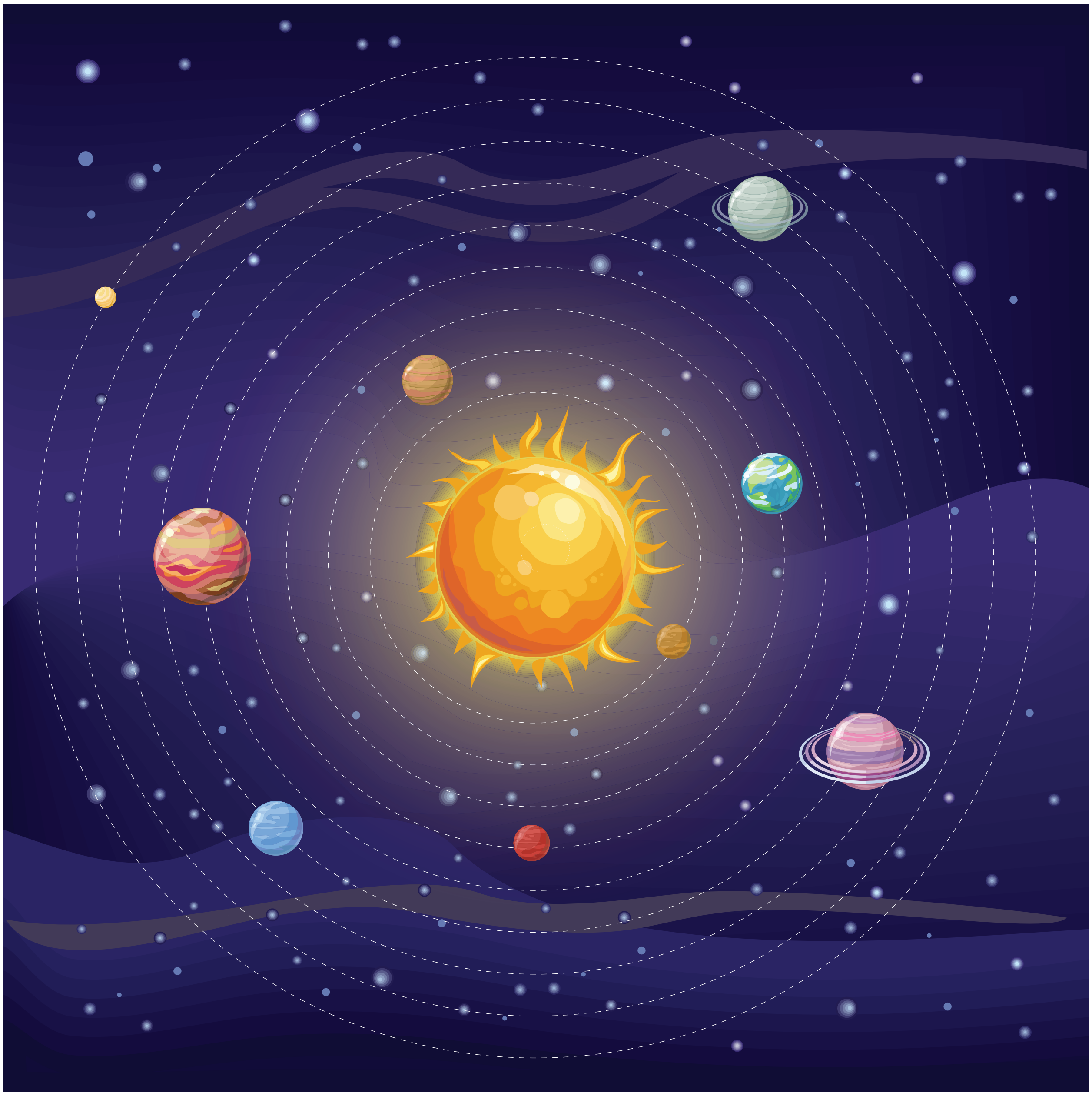


Illustration: ICP

	Størrelse	Afstand fra solen
Solen		
Merkur		
Venus		
Jorden		
Mars		

	Størrelse	Afstand fra solen
Jupiter		
Saturn		
Uranus		
Neptun		
Pluto		

Matematik og astronomi

Klassetrin og omfang

Mest udskoling, men mellemtrins elever kan også deltage i et vist omfang
Tidsforbrug: 4-6 lektioner for hvert af elevoplæggene.

Elevforudsætninger

Kendskab til anvendelse af formler fx Pythagoras' læresætning.
Anvendelse af et dynamisk geometriprogram fx GeoGebra.

Forløb **Hvor langt kan vi se?** **Hvor meget kunne Andreas Mogensen se?** **Er Jorden rund?** **Tal om Universet** **En model af vores solsystem** Matematiske kompetencer / Matematiske stofområder	Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra		■				
Geometri og måling		■				
Statistik og sandsynlighed						

Aktiviteter

Elevoplægget
Hvor langt kan vi se?

Eleverne arbejder med en skitse, som de kan bruge til at tegne modellen i fx GeoGebra og lade programmet regne, eller til selv at bruge Pythagoras til beregningerne.
Eleverne kan også arbejde med en alternativ formel.

Elevoplægget
Hvor meget kunne Andreas Mogensen se?

Eleverne kan bruge skitsen til at fremstille en dynamisk tegning i fx GeoGebra.

Andreas kan på et givet tidspunkt ikke se ret meget mere end det, der svarer til Europa uden Rusland.

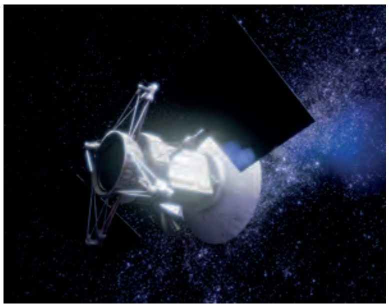
Elevoplægget
Er Jorden rund?

Genberegning af Erastothenes måling og beregning af Jordens omkreds.

Elevoplægget
Tal om Universet

En række beregningsopgaver, som kan være overraskende.
Facit til spørgsmålene

1. 40 053 km
   r= 6 378 km
2. 39 600 km/t, 11 000 m/s
3. Næsten 10 min
4. Næsten 10 timer
   Ca. 452 timer
   Næsten 19 dage
5. Næsten 79 dage, ca. 10 år
6. 0,13 s, 4 min, lidt over 1 s
7. 9400 milliarder km
   8 min 20 s
8. 1 år og 9 måneder
9. 1900 L
10. Ca. 110 000 år
11. 1666 km/t
    463 m/s
    Ca. 230 m/s
    30 km/s
    52 min



Elevoplægget
Modeller af vores solsystem

To modeller af vores solsystem. En der viser forskellen i størrelse af Solen og planeterne, og en der viser afstandene.

Illustrationer: ICP

Afsnit 9

Matematik og fysik

Illustration: ICP

Når kulde og varme mødes

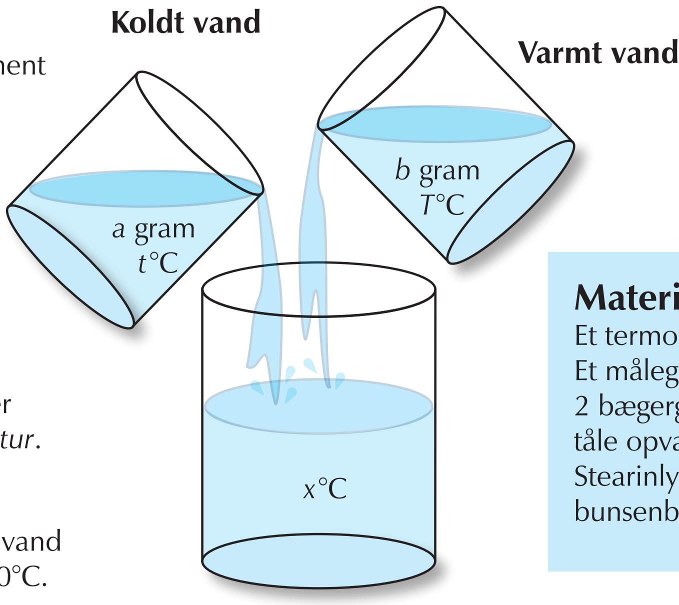
Matematik og fysik

Eksperiment

Når du tager et bad reguleres (blandes) det kolde og det varme vand, indtil temperaturen er passende. Du prøver dig frem, men matematikken kunne godt løse problemet på forhånd, selvom det nok ville være lidt specielt at løse en ligning inden badet!

Målet er, at I kan

- gennemføre et eksperiment
- opsamle data
- løse en ligning.



Fremgangsmåde

1

Hæld 50 g (=50 ml.) koldt vand fra vandhanen i det ene bægerglas.
Mål temperaturen og notér den på kopiarket *Temperatur*.

2

Opvarm 40 g (=40 mL) vand i det andet bægerglas til 80°C.

3

Hæld det varme og det kolde vand sammen og rør rundt med termometeret.
Aflæs temperaturen og noter, når den ikke mere forandres.
Hvis I har været omhyggelige, vil temperaturen være ca. 45°C.

Materialer

Et termometer
Et måleglas (100 ml.)
2 bægerglas (skal kunne tåle opvarmning)
Stearinlys eller bunsenbrænder

Undersøg

Læs faktaboksen og forklar ligningen for hinanden.

Udfyld skemaet *Energi*

I skal nu arbejde med skemaet *Fællestemperaturer* og dels beregne, dels måle fælles-temperaturer.
De vil sikkert ikke være ens.
Hvad kan det mon skyldes?

Fakta

Koldt og varmt vand

Når vi blander koldt og varmt vand sammen, mod-tager det kolde vand energi, medens det varme vand afgiver energi.

Da det ender med at få samme temperatur (fælles temperatur), kan der opstilles en ligning:

MODTAGET ENERGI = AFGIVET ENERGI

Når 1 g vand opvarmes 1°C, har det modtaget 4,2 joule energi.
Når 1 g vand afkøles 1°C, har det afgivet 4,2 joule energi.

Eksempel

a gram vand opvarmes (x - t) grader, og b gram vand afkøles (T - x) grader.

Da modtaget energi = afgivet energi får vi

$$a \cdot (x - 1) \cdot 4{,}2 = b \cdot (T - x) \cdot 4{,}2$$

Hvor x er fællestemperaturen efter at vandet er blandet, *t* er det kolde vands temperatur, og *T* er det varme vands temperatur.

Temperatur

Matematik og fysik

50 g vandhanevand Målt temperatur:	+	40 g vand på 80 °C	=	ca. 45°C Målt temperatur:

Energi

Vægt af vand i gram	Opvarmes/afkøles grader	Energi tilføres/afgives joule
1	1	4,2
7	1	
1	30	
9	40	
a	1	
a	8	
a	*t*	
b	*T*	

Fællestemperatur

Udfyld skemaet med både målinger og beregninger. Prøv med andre tal i de tomme felter.

Koldt vand		Varmt vand		Fællestemperatur		Forskel
***a* gram**	***t* grader**	***b* gram**	***T* grader**	**Målt**	***x* grader beregnet**	
20	20	50	70			
20	20	30	90			
60	20	20	85			
70	20	70	80			

Flere eksperimenter med vand

En ligning

Hvor mange gram varmt vand ved 70 grader skal der blandes i 30 gram koldt vand ved 20 grader, når fællestemperaturen skal være 60 grader?

Her er den ubekendte x
(vægten af det varme vand),

De andre værdier er:
a er vægten af det kolde vand
t er temperaturen af det kolde vand
T er temperaturen af det varme vand
f er fællestemperaturen

Ligningen ser sådan ud

$$a \cdot (f - t) \cdot 4{,}2 = x \cdot (T - f) \cdot 4{,}2$$

Løs ligningen og vis at løsningen er

$$x = \frac{a \cdot (f - t)}{(T - f)}$$

Illustrationer: ICP

Ideer

Indsæt tallene fra opgaven og beregn x, samt efterprøv liningen i praksis.

Prøv med andre talværdier, beregn og efterprøv resultatet i praksis.

Formuler opgaver, hvor a, b, t, T og f en ad gangen er ubekendte, beregn værdien og efterprøv i praksis.

Chillfaktor

Eksperiment

Det er koldere, når det blæser! Det kaldes chill-faktoren.

Målet er, at I kan

- Lave beregninger og eksperimenter omkring chillfaktoren, som er den følte kulde.

Fremgangsmåde

1

Gå udenfor, helst en dag, hvor det blæser. Forsøget må ikke udføres i direkte solskin. Mål temperaturen og prøv at vurdere vindstyrken fx let vind, eller frisk vind. Se *Vindoversigt*. Hvis I har en vindmåler, er det selvfølgelig bedst.

2

Opvarm termometeret, fx med varmt vand. Husk at tørre termometret efter.

3

Hold termometret frit i vinden og aflæs temperaturen hvert 5. sekund, indtil temperaturen ikke aftager mere.

4

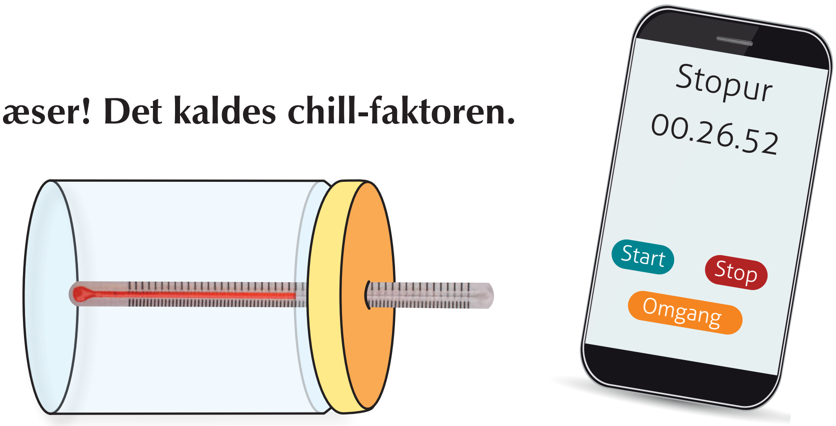
Gentag forsøget, men denne gang skal termometeret efter opvarmning hurtigt stikkes ind i syltetøjsglasset, hvor der er vindstille. Noter resultaterne.

5

Gentag forsøget flere gange for at kontrollere resultaterne.

7

Tegn en graf, der viser temperaturen som funktion af tiden i et koordinatsystem. Se eksempel på siden *Måleresultater*.



Måleudstyr til chillfaktor. Der skal bankes et hul i låget med et søm, så termometeret kan stikkes ind i glasset.

Fakta

Chillfaktor

Hvis det blæser en kold vinterdag, hvor temperaturen er 0°C, vil det måske føles som -12°C. Det kaldes chill-faktoren.

Materialer

Et termometer
Et stort syltetøjsglas
Søm og hammer til at banke hul i låget
Tidsmåler,
fx din mobiltelefon

Undersøg

Hvad var chill-faktoren i jeres forsøg?
Brug beregningsmetoden fra siden *Måleresultater*.
Stemmer jeres resultater overens med skemaet på kopiarket?
Undersøg om jeres resultater passer med denne formel:

$$c = (T - 33) \cdot (0{,}48 + 0{,}45 \cdot \sqrt{v} - 0{,}044 \cdot v) + 33$$

hvor c er den følte temperatur i °C,
T er den målte temperatur i °C og
v er vindhastighed i m/s.

I vil sikkert ikke få de samme resultater, hvilket kan skyldes mange forskellige unøjagtigheder, hvilke fx?
Sammenlign med DMIs skema på https://kortlink.dk/dmi/2ft9p

Ideer

Prøv at gentage forsøget en anden dag med en anden vindstyrke og temperatur.

Vindoversigt

Prøv at vurdere vindstyrken.

Betegnelse	Vindens virkninger		Beaufortsskala	Vindhastighed		
	På land	På åbent hav		knob	m/s	km/t
Stille	Røg stiger lige op	Havet spejlblankt	0	<1	0,0-0,2	<1
Næsten stille	Røg viser netop vindens retning	Små krusninger, ingen skum.	1	1-3	0,3-1,5	1-5
Svag vind	Vinden føles i ansigtet. Små blade bevæger sig. Vimpel løftes.	Korte småbølger, som ikke brydes.	2	4-6	1,6-3,3	6-11
Let vind	Blade og små kviste bevæger sig. Lette flag strækkes.	Kraftige småbølger. Toppene begynder at brydes. Glasagtigt skum.	3	7-10	3,4-5,4	12-19
Jævn vind	Støv og papir løftes. Kviste og mindre grene bevæger sig.	Mindre bølger med hyppige skumtoppe	4	11-16	5,5-7,9	20-28
Frisk vind	Små løvtræer svajer.	Middelstore, langagtige bølger	5	17-21	8,0-10,7	29-38
Hård vind	Store grene bevæger sig	Store bølger med skumtoppe overalt.	6	22-27	10,8-13,8	39-49
Stiv kuling	Større træer bevæger sig	Hvidt skum fra bølger, der brydes	7	28-33	13,9-17,1	50-61
Hård kuling	Kviste og grene brækkes af	Temmelig høje og lange bølger. Skumsprøjt.	8	34-40	17,2-20,7	62-74
Stormende kuling	Træstammer bevæges stærkt. Tagsten kan blæse ned.	Høje bølger, tætte skumstriber. Bølgetoppene begynder at vælte over.	9	41-47	20,8-24,4	75-88
Storm	Træer rives op med rode. Skader på huse.	Meget høje bølger. Vandet er næsten hvidt.	10	48-55	24,5-28,4	89-102
Stærk storm	Talrige ødelæggelser	Meget høje bølger, havet dækket af skumflager.	11	56-63	28,5-32,6	103-117
Orkan	Voldsomme ødelæggelser	Luften fyldt med skumsprøjt. Lav sigtbarhed.	12	>64	>32,7	>118

Kilde: Københavns Universitets Almanak 2022

Måleresultater

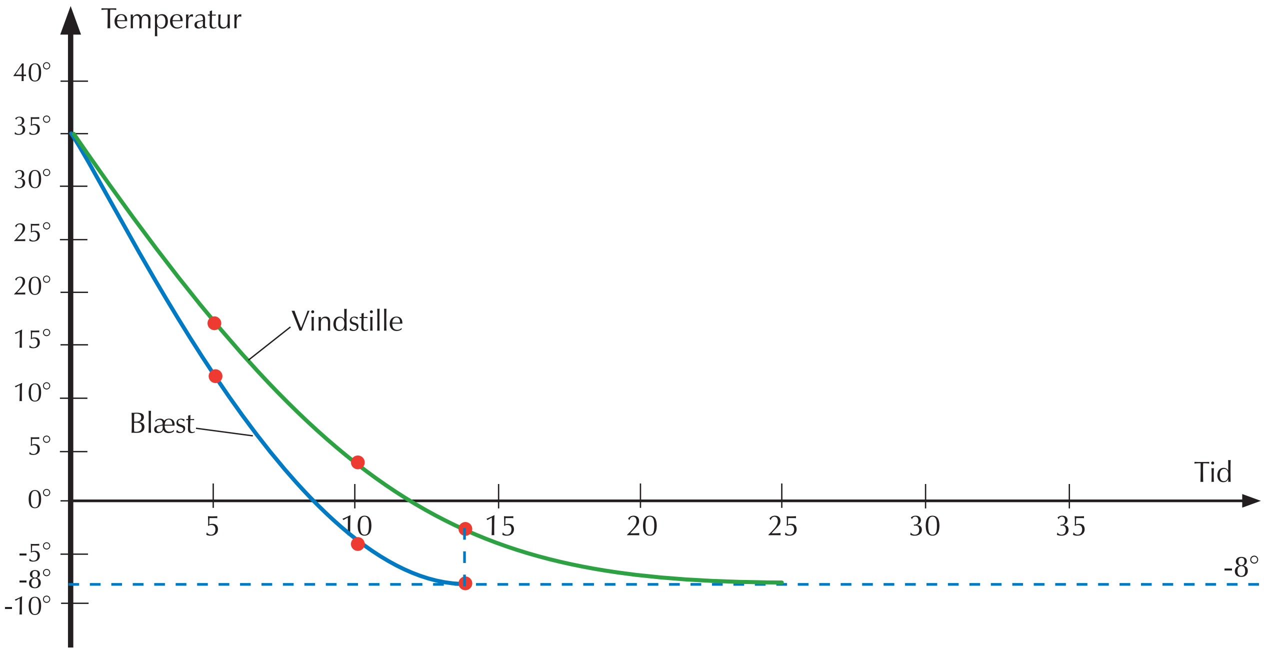
Matematik og fysik

Navne ____

Dato ________________ **Vindstyrke** ________________ **Temperatur** ________________

Tid mellem målingerne	Blæst temperatur	Vindstille temperatur
Start		
5 sek.		
10 sek.		
15 sek.		
20 sek.		

Tegn en graf som denne over jeres måleresultater.



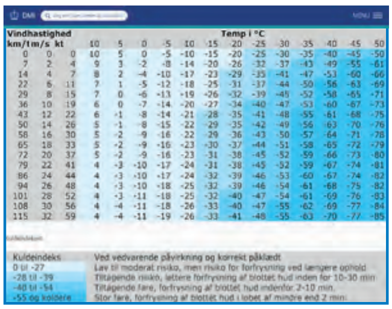
Beregningmetode

På grafen kan det ses, at da "blæst-kurven" nåede -8°C var den 6°C under "stille-kurven".

Man kan i dette tilfælde polulært sige, at chill-faktoren var -8 - 6 = -14

Besøg DMI

PÅ DMI findes et skema over sammenhængen mellem vind-hastighed og temperatur. Det er den kombinerede virkning af temperatur og vindstyrke, kaldet chill-faktor.
https://kortlink.dk/dmi/2ft9p



Vindhastighed km/t	m/s	kt	10	5	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35	-40	-45	-50
0	0	0	10	5	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35	-40	-45	-50
7	2	4	9	3	-2	-8	-14	-20	-26	-32	-37	-43	-49	-55	-61
14	4	7	8	2	-4	-10	-17	-23	-29	-35	-41	-47	-53	-60	-66
22	6	11	7	1	-5	-12	-18	-25	-31	-37	-44	-50	-56	-63	-69
29	8	15	7	0	-6	-13	-19	-26	-32	-39	-45	-52	-58	-65	-71
36	10	19	6	0	-7	-14	-20	-27	-34	-40	-47	-53	-60	-67	-73
43	12	22	6	-1	-8	-14	-21	-28	-35	-41	-48	-55	-61	-68	-75
50	14	26	5	-1	-8	-15	-22	-29	-35	-42	-49	-56	-63	-70	-76
58	16	30	5	-2	-9	-16	-22	-29	-36	-43	-50	-57	-64	-71	-78
65	18	33	5	-2	-9	-16	-23	-30	-37	-44	-51	-58	-65	-72	-79
72	20	37	5	-2	-9	-16	-23	-31	-38	-45	-52	-59	-66	-73	-80
79	22	41	4	-3	-10	-17	-24	-31	-38	-45	-52	-59	-67	-74	-81
86	24	44	4	-3	-10	-17	-24	-32	-39	-46	-53	-60	-67	-74	-82
94	26	48	4	-3	-10	-18	-25	-32	-39	-46	-54	-61	-68	-75	-82
101	28	52	4	-3	-11	-18	-25	-32	-40	-47	-54	-61	-69	-76	-83
108	30	56	4	-4	-11	-18	-26	-33	-40	-47	-55	-62	-69	-77	-84
115	32	59	4	-4	-11	-19	-26	-33	-41	-48	-55	-63	-70	-77	-85

Kuldeindeks	Ved vedvarende påvirkning og korrekt påklædt
0 til -27	Lav til moderat risiko, men risiko for forfrysning ved længere ophold
-28 til -39	Tiltagende risiko, lettere forfrysning af blottet hud inden for 10-30 min
-40 til -54	Tiltagende fare, forfrysning af blottet hud indenfor 2-10 min.
-55 og koldere	Stor fare, forfrysning af blottet hud i løbet af mindre end 2 min.

Pendulets svingningstid som formel

Matematik og fysik

Forsøg

I skal undersøge et penduls svingningstider i forhold til sytrådens længde og finde funktionsforskriften (formlen).

Målet er, at I kan

- udføre, vurdere og konkludere på en undersøgelse, som I har lavet
- finde en funktionsforskrift og argumentere matematisk for, at den er korrekt
- omskrive formlen for et penduls svingningstider.

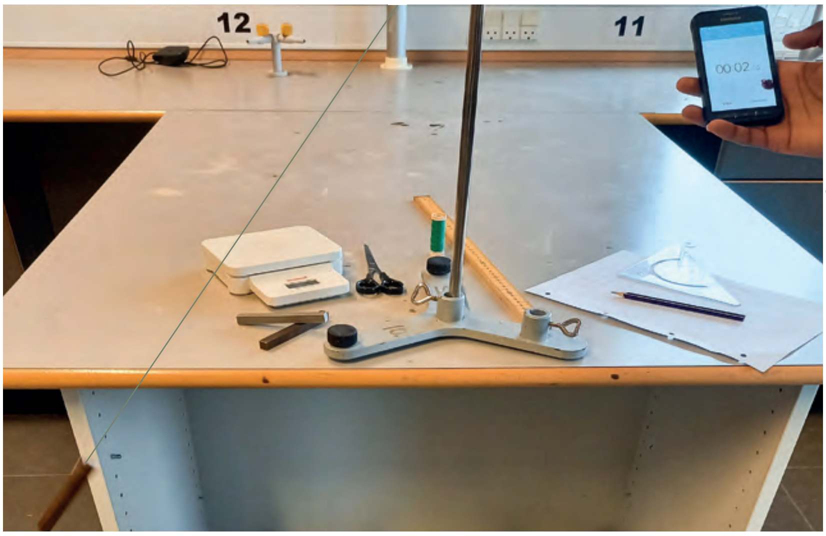


Foto: Dorte Sørensen og Lene Hansen

Materialer

Sytråd
Lineal
Saks
Lod fx mellemstor møtrik
Stopur
Computer med et geometriprogram fx GeoGebra

Fremgangsmåde

Lav forsøg, hvor I måler svingningstiden på et lod med forskellige sytrådslængder.

En svingning er loddets bevægelse frem og tilbage.

Mål tiden for 10 svingninger.

Lav en tabel over jeres resultater og sæt punkterne ind i et koordinatsystem i et dynamisk geometriprogram og se, om I kan gennemskue sammenhængen.

Prøv at finde en funktionsforskrift.

Undersøg

Undersøg sammenhængen mellem svingningstid og sytrådslængde.

Sæt jeres resultater ind i et regneark i fx GeoGebra, hvor *x* er svingningstiden og *y* er sytrådslængden.

Lav en regressionsanalyse over resultatet. Brug analysemodel med potens.

Skriv den formel I har fundet.

Sammenlign formlen med den korrekte formel her:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{L}{g}\right)}$$

T = tid,
L = sytrådens længde,
g = tyngdeaccelerationen = 9,81 m/s^2

Omskriv formlen

Tip: Omregn konstanterne **2, π** og **g** til en konstant.
Omskriv $\sqrt{L}$ til potenstal.

Ideer

I stedet for regressionsanalyse kan I lave en tabel i et regneark med forsøgstider og beregnede tider for at se, hvor godt de stemmer overens.

Prøv at lave pendulmalerier. Søg på Lissajousfigurer for ideer.

Pendulet

Klassetrin og omfang
Indskoling, mellemtrin og udskoling.
2-6 lektioner alt efter hvor mange undersøgelser og efterbehandlinger der skal laves.

Elevforudsætninger
Almindelige matematikkundskaber på de forskellige trin.

Foto: Dorte Sørensen og Lene Hansen

Forløb **Definition, hypotese, sætning** **Alt skal bevises** **Alt kan ikke bevises – endnu**	Problembehandling	**Modellering**	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	**Hjælpemidler**
Matematiske stofområder / **Matematiske kompetencer**						
Tal og algebra		X	X			X
Geometri og måling		X	X			X
Statistik og sandsynlighed						

Foto: Dorte Sørensen og Lene Hansen

Aktiviteter
Elevoplægget
Pendulet kan svinge
Henvender sig til indskolingen. Elevoplægget bruges sammen med *Arbejdsark om pendulet.* Det kan være svært at holde ophængningspunktet stille. Alternativt kan bruges et stativ fra fysiklokalet.

Elevoplægget
Pendulets svingningstid
Henvender sig til mellemtrinnet. Elevoplægget bruges sammen med *Journalark om pendulet.*

Elevoplægget
Pendulets svingningstid som formel
Henvender sig til udskolingen. Elevoplægget bruges sammen med et dynamisk geometriprogram, fx GeoGebra.

Ekstra
Det er muligt at bevæge sig op eller ned i de forskellige elevoplæg afhængig af tid og klassernes formåen.

Til udskolingen kan I prøve at lave pendulmalerier. Se beskrivelsen på næste side. Man bør have gennemgået nogle af øvelserne om pendulet.

Evaluering
Opsamling mellemtrin og udskoling:

Lad eventuelt grupperne arbejde med hver sin del af forsøgsområdet afhængig af tidsforbruget.

Lad grupperne fremlægge for hele klassen eller lad to grupper fremlægge for hinanden.

Lissajous – pendulmalerier

Matematik og fysik

Lissajousfigurer

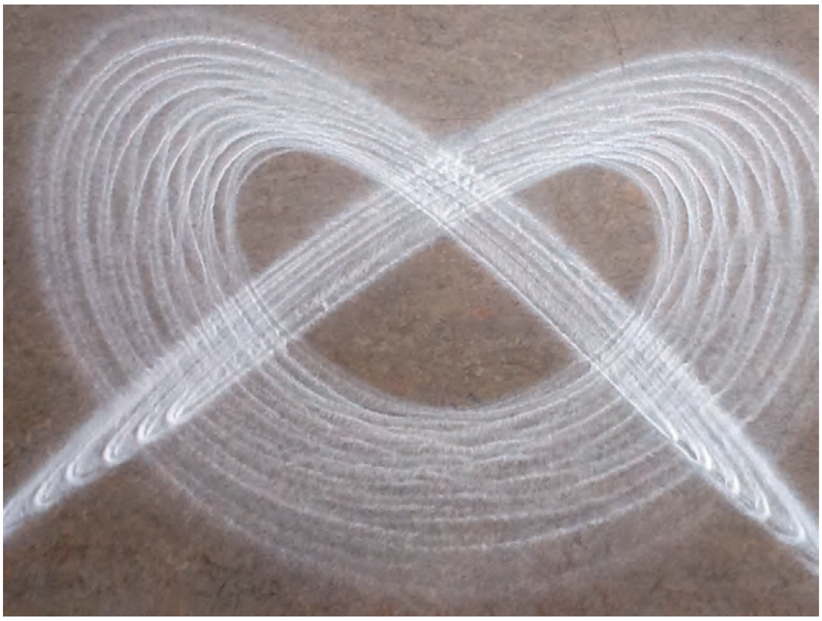


Foto: Svend Hessing

Fakta

Pendulmalerier

Lissajousfigurer er ikke bare til pynt, men anvendes inden for fysikken - elektronik og svingninger.

Den matematiske baggrund skyldes den franske fysiker Juels Antoine Lissajous (1822-1880) og den amerikanske sømand og matematikker Nathaniel Bowdetsch (1773-1838).

Fremgangsmåde

Man tager en tom konservesdåse og laver et hul i midten af bunden af dåsen på ca. 3 mm.

Desuden skal der være to huller modsat hinanden lige ved dåsen kant, så der kan bindes en snor i.

Dåsen hænges op som vist på tegningen.

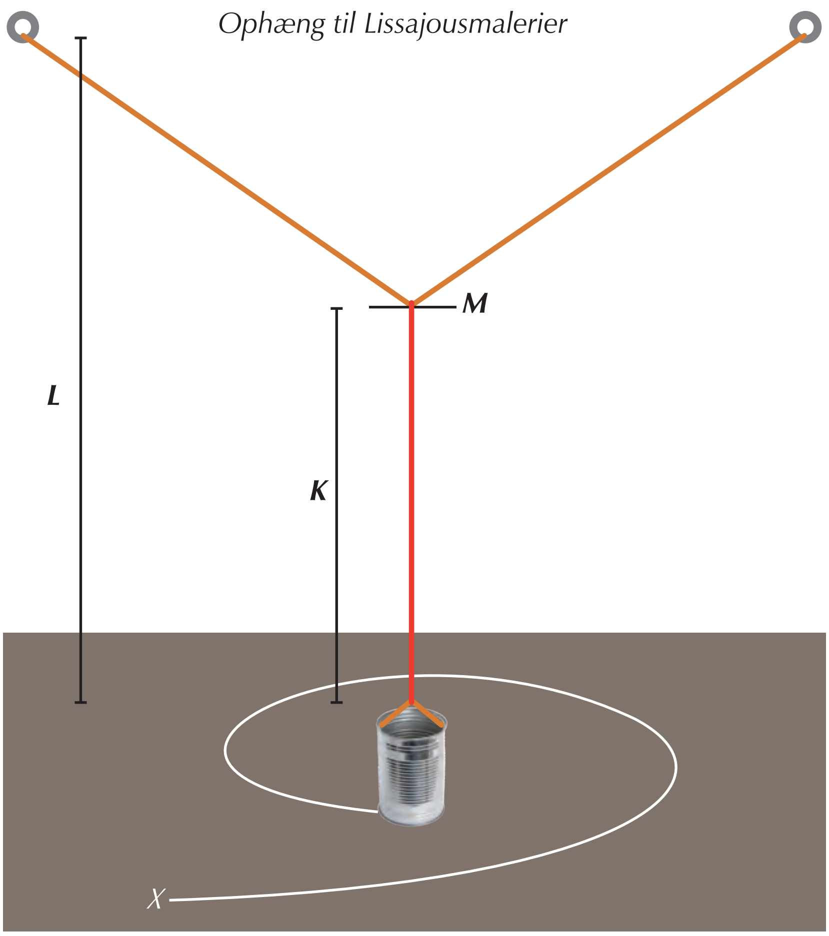
Dåsen hænges 5 cm over gulvet.

Dåsen skal fastgøres til midten af fastgørelsespunktet.

Fyld fint salt i dåsen og sæt den i svingninger.

Søg på nettet efter formler for at finde snorens rette længde, så I får nogle særlig pæne og harmoniske lissajousfigurer.

Ophæng til Lissajousmalerier



Afsnit 10

Leg med Matematikken

Foto: Susanne Haugaard

Kryds og bolle

Undersøg spillet og find strategier

Læg seks sjippetove ud som en stor spilleplade. Brug jer selv som spillebrikker.

Målet er, at I kan

- undersøge forskellige spilleregler og undersøge, om der er nogle strategier, som er bedre end andre
- udarbejde en hypotese i forhold til en ny spilleregel og muligheden for at vinde.

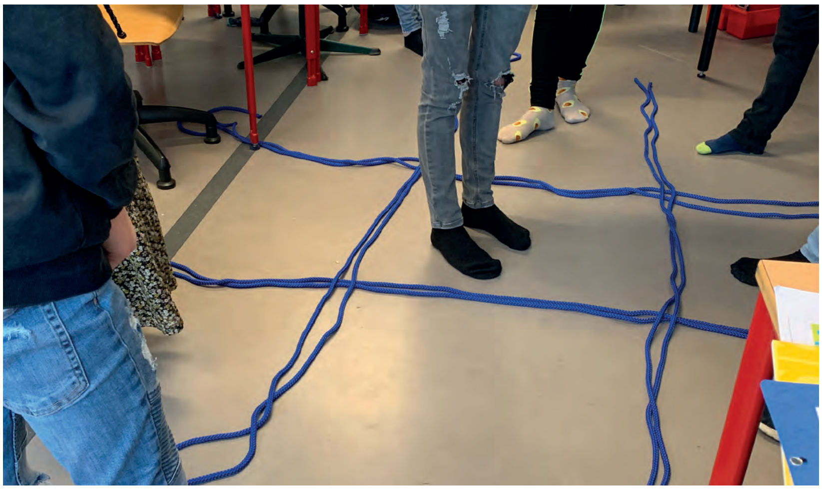


Foto: Susanne Haugaard

Spilleregler

Der spilles efter de almindelige regler til kryds og bolle.

Kryds starter i første spil - næste omgang er det bolle.

6 - 12 deltager (hver brik består af en eller to elever)

Da det er menneskebrikker, må de gerne diskutere næste træk, og her kan det være en holdleder, som har det sidste ord. Holdledelsen kan gå på skift mellem børnene.

For at kunne se forskel på brikker benyttes pandebånd eller veste.

Foto: Susanne Haugaard

Undersøg

Undersøg andre regler.

Forslag til ændringer:
Spil efter almindelige regler, men nu med et tvunget startfelt.

Giv brikkerne numre. Brikkerne skal gå ind på brættet i rækkefølge og derefter flyttes i rækkefølge.

Når et hold har forladt et felt, skal feltet blokeres for holdet i næste spillerunde. Find en måde at markere det blokerede felt på.

Prøv at ændre banens størrelse og antallet af felter.
Hvad skaber det af muligheder eller problemer?

Bland eventuelt ændringerne.

Materialer

Sjippetov eller lignende til opmærkning af spillepladen

Pandebånd i karton eller veste, så man kan se, hvem der er på hold sammen.

Tænk engang

Kryds og bolle er et klassisk og simpelt topersoners strategi spil, hvis historie kan spores helt tilbage til det 12. århundrede før vores tidsregning.

De ældste eksempler på spillet er fundet ridset ind i tagsten i bygninger, der stammer fra det gamle Ægypten.

Kryds og bolle

Klassetrin og omfang
Indskoling, mellemtrin og udskoling.
Varighed: 2-6 lektioner.

Elevforudsætninger
Kendskab til reglerne i kryds og bolle.

Aktiviteter
Eleverne skal komme med ideer til ændring af spillereglerne og udarbejde en hypotese om spillet bliver sjovere, sværere, lettere.
Er der et godt første træk?
Kan der altid findes en vinder?

I nogle tilfælde ved udarbejdelse af nye spil med meget indviklede regler kan det være en fordel at benytte spillepladen.
Det kan klart anbefales, at eleverne også får mulighed for spille spillene med dem selv som brikker.

Spillet er velegnet til at blive spillet udenfor i skolegården eller i skoven.

Evaluering
Klassen udvælger i fællesskab kriterier for, hvad der er et godt kryds og bolle spil.

Hver gruppe udvælger det spil, de synes bedst opfylder klassens kriterierne for et godt spil.

Grupperne lærer hinandens spil.

Forløb **Kryds og bolle-spil** **Matematiske stofområder**	**Matematiske kompetencer**	Problembehandling	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra							
Geometri og måling							
Statistik og sandsynlighed				■			

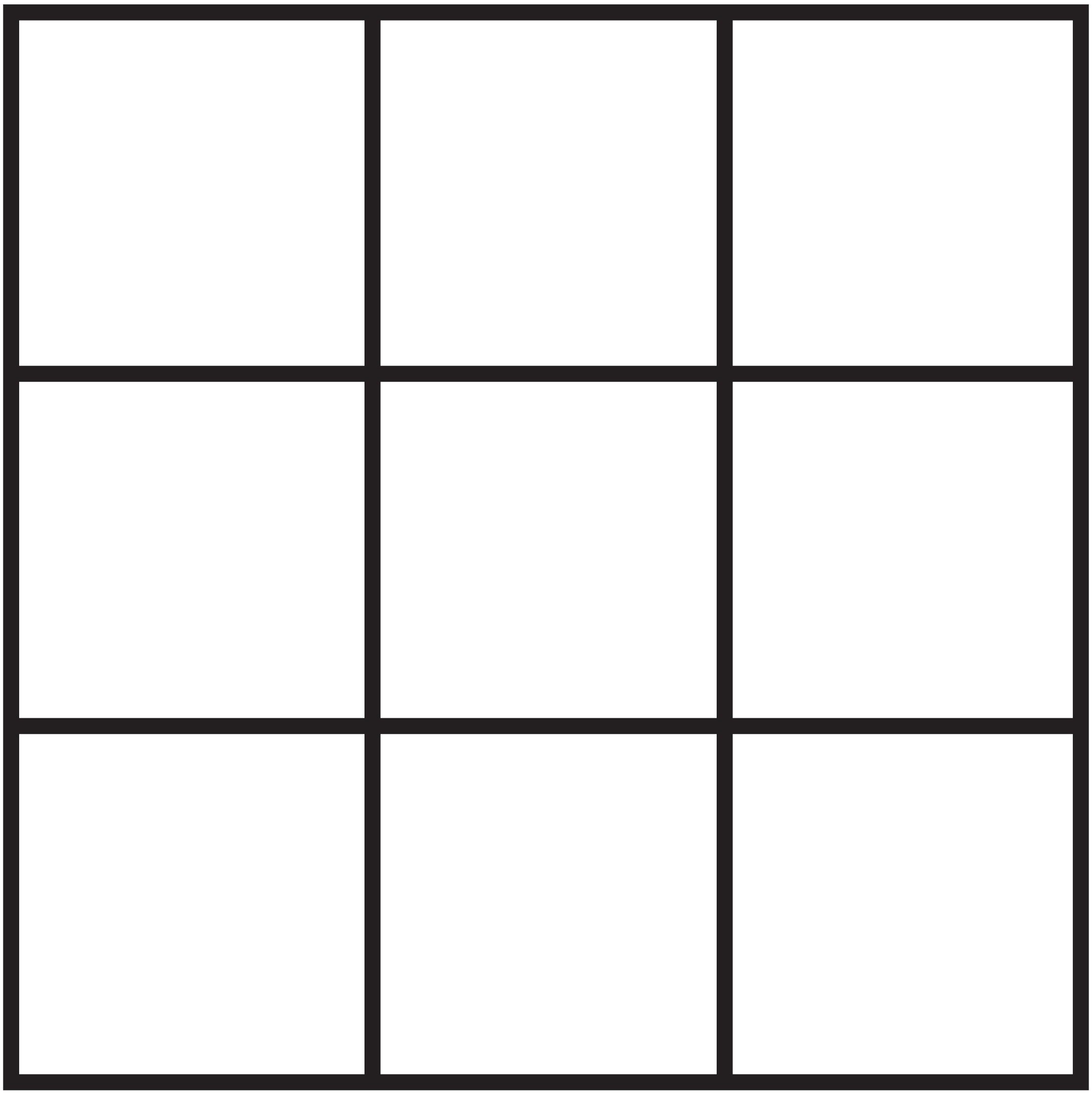

Foto: Susanne Haugaard

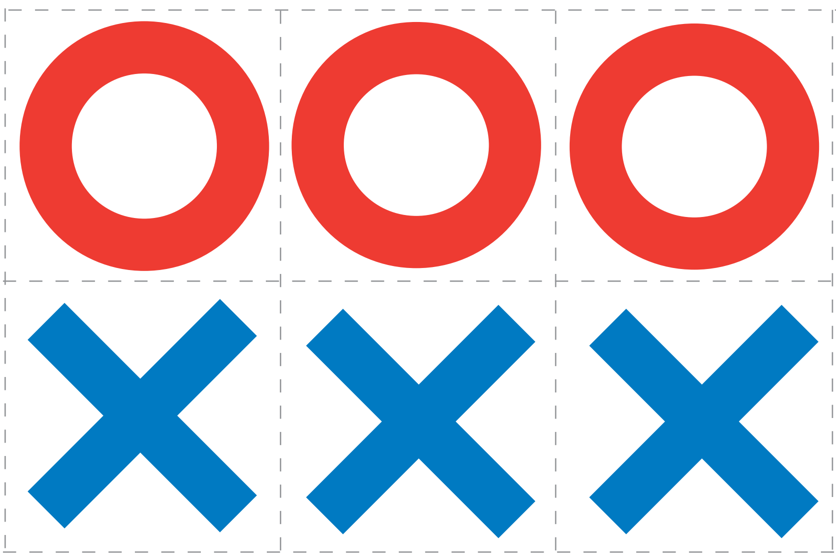
Fokus ord for indskolingen
- Kvadrat
- Felter
- Mønstre

Fokus ord for mellemtrin/ udskoling
- Hypotese
- Strategi
- Undersøgelse

Skabelon til Kryds og bolle-spil

Leg med matematikken





Afsnit 11

Musik og nodevidenskab

Illustrationer: ICP

Noder er ren matematik

**Nu skal vi grave lidt ned i musik og nodevidenskaben.
Noder er den rene matematik, bygget systematisk op omkring brøker.
Det fantastiske ved noder er, at det er et universelt sprog, så lige meget hvor du befinder dig i verden, taler og skriver vi samme nodesprog.**

Målet er, at I kan

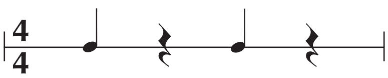
- lave en kobling mellem brøker og noder
- Forstå hvordan man bygger en takt op
- Undersøge forskellige nodeværdier.

Vi skal arbejde med $\frac{4}{4}$ takter, fjerdedels-noder, ottendedels-noder, sekstendedels-noder og fjerdedels-pauser.

Hvis der står det samme tal i tælleren og nævneren, har vi en hel, og i denne opgave skal vi lave hele $\frac{4}{4}$ takter.
Vi skal således bruge fire $\frac{1}{4}$ noder for at få en hel takt, fordi
$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$
Derved har vi en hel.

Når vi bruger $\frac{1}{4}$ pauser gælder det samme som ved $\frac{1}{4}$ noder.
Altså $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$

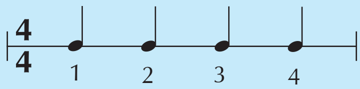
Nu kan vi begynde at mixe noder og pauser til en takt.



Når vi bruger $\frac{1}{8}$ noder, skal der dobbelt så mange til for at udfylde en $\frac{4}{4}$ takt. Så for hver $\frac{1}{4}$ går der to $\frac{1}{8}$ noder.
Vi skal også bruge $\frac{1}{16}$ noder.
Der er 16 af dem på en $\frac{4}{4}$ takt.
De skal spilles dobbelt så hurtigt som $\frac{1}{8}$ noder.

Brøker og noder

Her er en $\frac{4}{4}$ takt



$\frac{1}{4}$ node ser sådan ud ♩

$\frac{1}{4}$ pause ser sådan ud 𝄽

$\frac{1}{8}$ node ser sådan ud ♪

$\frac{1}{16}$ node ser sådan ud 𝅘𝅥𝅯

Punkterede noder

Hvis en node er punkteret, betyder det, at den er $\frac{1}{2}$ gang længere end nodeværdien fortæller.

En punkteret $\frac{1}{4}$ node = $\frac{1}{4}$ node + $\frac{1}{8}$ node.

♩. = ♩ + ♪

♪. = ♪ + 𝅘𝅥𝅯

Undersøg

Brug kortene fra kopiarket til at sammensætte dine egne $\frac{4}{4}$ takter.

Se på kortene og lav jeres egne brøkkort for $\frac{1}{16}$ og de punkterede noder.

Prøv om du kan spille eller sige de takter, du har lavet. Skriv dine egne takter på papir.

I skal undersøge andre typer af takter. Det kunne være $\frac{3}{4}$ takt eller $\frac{6}{8}$ takt.
Byg dem op med brøkkort.

Foto: ICP

Ideer

Undersøg, hvad der sker, hvis I arbejder med andre nodeværdier som helnoder, halvnoder, forskellige pauser samt $\frac{1}{32}$ noder.

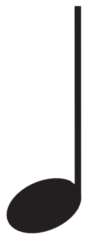
Materialer

Kopiarkene *Noder, Brøker* og *Brøkkort*. Forskellige noder.

Brøkkort

Kopiark

Skriv brøker ud for de punkterede noder. Tegn eventuelt flere noder.

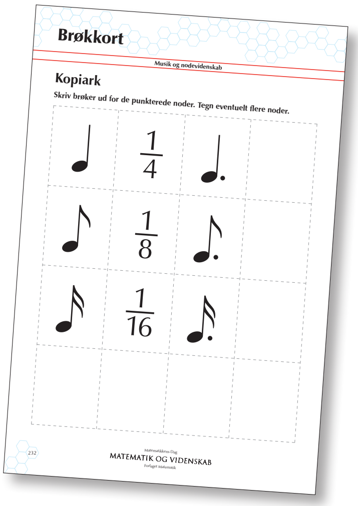
	$\frac{1}{4}$		
	$\frac{1}{8}$		
	$\frac{1}{16}$		

Med på noderne

Klassetrin og omfang
Mellemtrin
Varighed: 4 lektioner

Elevforudsætninger
Eleverne skal have et kendskab til brøker.

Aktiviteter
Eleverne kan lave deres egne brøkkort og tilhørende lyde. Lad eleverne eksperimentere med at danne takterne.
Husk at kopiere rigeligt af kopiarket *Brøkkort*.


Brøkkort

Musik og nodevidenskab

Kopiark

Skriv brøker ud for de punkterede noder. Tegn eventuelt flere noder.

♩	$\frac{1}{4}$	♩.	
♪	$\frac{1}{8}$	♪.	
𝅘𝅥𝅯	$\frac{1}{16}$	𝅘𝅥𝅯.	

MATEMATIK OG VIDENSKAB

Ekstra
Eleverne kan undersøge forskellige andre noder og værdier. Se lavere niveau i opgaven for mellemtrinnet.

Evaluering
Eleverne fremlægger og fortæller om de undersøgelser, de har lavet i arbejdet med at konkludere, hvordan noder og brøker hænger sammen.
Eleverne kan finde på opgaver til de andre i klassen.

Forløb Med på noderne / Matematiske kompetencer → / Matematiske stofområder ↓	Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	**Repræsentation og symbolbehandling**	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra		X		X		
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						


Foto: ICP

Inspiration
Musikkens Matematik
I bogen Musikkens Matematik fra Forlaget Matematik vrimler det med brøker, og man støder på regulære polygoner, Det Gyldne Snit og meget mere.
https://kortlink.dk/2g2w8

Musikipedia
Oversigt og gode forklaringer.
https://kortlink.dk/rrm2