Aktivitetsoplæg til indskolingen

Samling af alle elevoplæg til indskolingen i bogens afsnit.
Klik på aktivitetsoplægget for at gå til siderne.

Aktivitetsoplæg	Side	Indskoling	Mellemtrin	Udskoling
Afsnit 1 Slip Videnskabsheltene fri – Escaperoom				
Slip videnskabsheltene fri A	24-36, 62	x		
Afsnit 2 Matematik som videnskab				
Trekanter	64-65	x		
Hvor langt er der til købmanden?	66	x		
Eulers polyedersætning	76-86	x	x	
Afsnit 3 Matematik og forskning i vand				
Willis verden - Vi taler matematisk	88-89, 99-100	x		
Willis verden - Vand og temperatur	90-91, 99-100	x		
Willis verden - Snekrystaller	92-95, 99-100	x		
Willis verden - Talfølger	96, 99-100	x		
Willis verden - Lige og ulige	97, 99-100	x		
Willis verden - Sekskanter	98-100	x		
Fra vand til is	101-103, 105	x	x	
Snefnug og krystaller	104-105	x	x	
Afsnit 4 Matematik i mennesket				
Mål smart i en fart	116-118	x		
Historie og fakta om meteren	119	(x)	x	(x)
Længdeforhold på kroppen	120-125	x		
Afsnit 6 Matematik og historie				
Tidslinje	160-166, 174	x	x	x
Byg en skalamodel	167, 174	x	x	x
Afsnit 9 Matematik og fysik				
Penduler kan svinge	204-205, 209-210	x		
Afsnit 10 Leg med matematikken				
Fællesregneren	212-215	x	x	
Kryds og bolle	216-219	x	x	x
Indskolingsruller	220, 222	x		
Afsnit 11 Musik og nodevidenskab				
Takt og tone	224-226	x		

x *Aktiviteten henvender sig til dette trin.*

Slip videnskabsheltene fri! Escaperoom

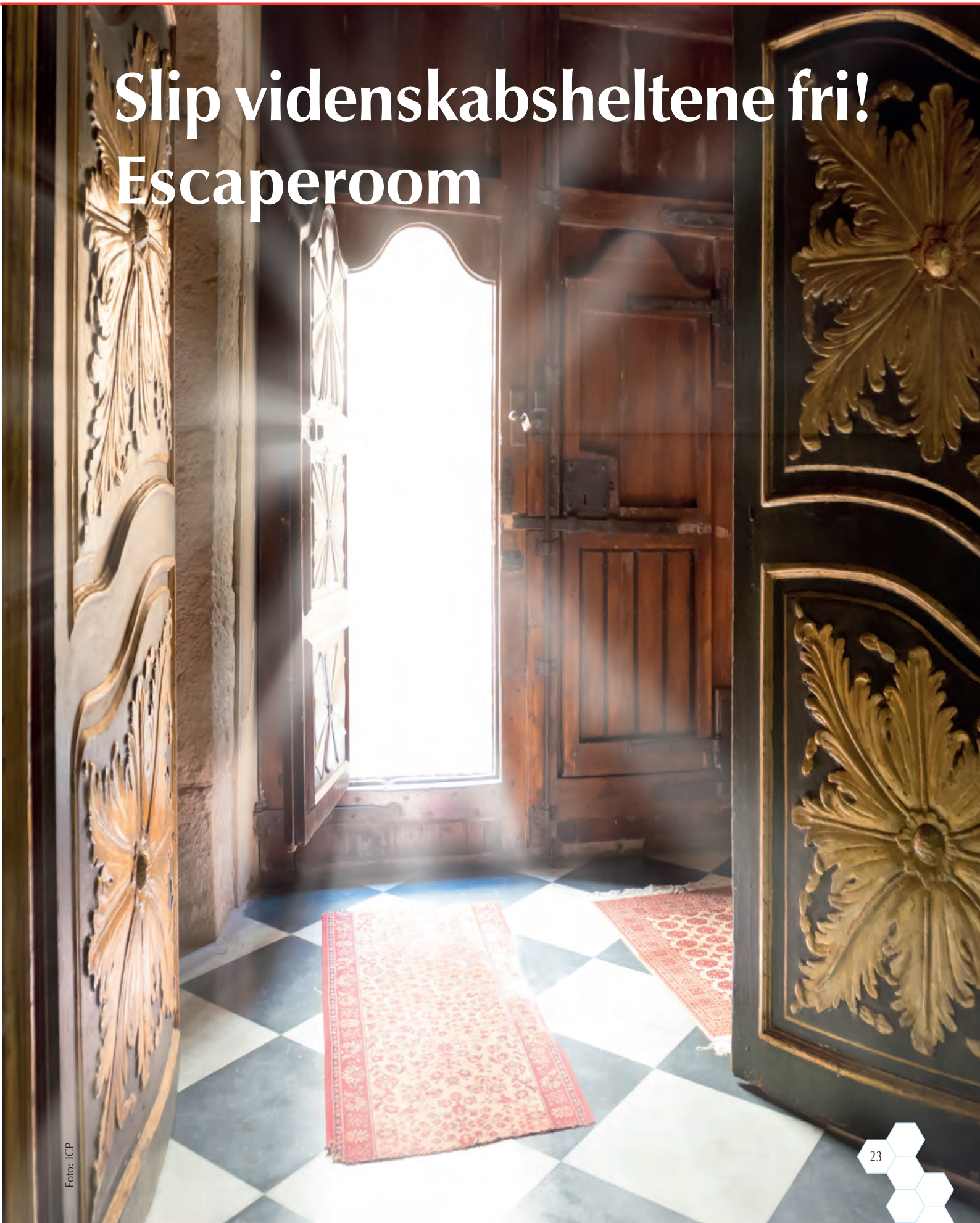


Foto: ICP

Slip videnskabsheltene fri!

Escaperoom

Dr. Doom har kidnappet 11 af historiens største videnskabsfolk og låst dem inde i hver sin celle. Nu vil han bruge dem til at udføre verdens mest spektakulære forbrydelse!

Målet er, at I kan

- få lidt viden om de forskellige videnskabsfolk
- bruge jeres matematiske færdigheder.

Find koden og lås celledøren op

For at åbne dørene ind til cellerne skal I løse de matematiske udfordringer, som Dr. Doom har sat op.

Det er vigtigt, at I løser udfordringerne i den rigtige rækkefølge, ellers sender Dr. Dooms tidsmaskine jer tilbage til start.

Ved hver celle finder I en konvolut med en udfordring – løser I den korrekt, så kan I finde koden til celledøren.

Indtast koden i GoogleForms og håb at videnskabshelten har en idé om, hvor I nu skal gå hen…

Materialer

Blyant
Udregningspapir
Mobil, tablet eller PC
Kort over celler
Link til GoogleForms

Undersøg

Efter aktiviteten så find mere information om den videnskabshelt, der interesserede dig mest!

Bruger vi dét, de er kendt for den dag i dag?

Fremlæg hvad I har fundet ud af på en spændende måde.

Ideer

Prøv at udtænke jeres eget escaperoom.

Brug GoogleForms til at låse siderne bag et kodeord.

Udtænk opgaver, der ender med at give koden, der åbner for næste udfordring.

Slip videnskabsheltene fri! – Escaperoom

Klassetrin og omfang
Indskoling: A, Post 1-11.
Mellemtrin: B, Post 1-11.
Udskoling: C, Post 1-11.
Varighed: 2-4 lektioner.

Elevforudsætninger
1 telefon, tablet eller PC pr gruppe. Matematik og læsning skal være alderssvarende.

I indskolingen kan man klare sig uden elektronik og bruge et fælles smartboard i stedet.

Forberedelser
Print et sæt poster, se Escaperoom A, B og C. Vær opmærksom på at printe til det rigtige trin. Læg posterne og tilhørende materiale i hver sin kuvert. Posterne placeres rundt om på skolen. Husk at markere hvor på et kort, så eleverne kan finde dem. *Dr. Dooms fangeoversigt* på side 62 kan også bruges.

Eleverne inddeles i grupper, max 10 grupper i alt.
2-3 elever pr. gruppe anbefales.
Del GoogleForms-linket med eleverne i hver gruppe.

Svar i GoogleForms
For at sprede grupperne får hver gruppe et link til GoogleForms til at indskrive svar i.

Gr. 1 https://kortlink.dk/2g2a3
Gr. 2 https://kortlink.dk/2g2a4
Gr. 3 https://kortlink.dk/2g2a5
Gr. 4 https://kortlink.dk/2g2a6
Gr. 5 https://kortlink.dk/2g2a7
Gr. 6 https://kortlink.dk/2g2a8
Gr. 7 https://kortlink.dk/2g2a9
Gr. 8 https://kortlink.dk/2g2aa
Gr. 9 https://kortlink.dk/2g2ab
Gr.10 https://kortlink.dk/2g2ac

Forløb **Slip Videnskabsheltene fri!** **Escaperoom A, Post 1-11** **Escaperoom B, Post 1-11** **Escaperoom C, Post 1-11**	Matematiske kompetencer	Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder							
Tal og algebra							
Geometri og måling			■				
Statistik og sandsynlighed							

Aktiviteter
Send grupperne ud til hver deres post, så ingen starter det samme sted. Hver post har en kuvert med en eller flere opgaver samt relevante materialer. Når eleverne har løst en opgave, ender de med en kode, som tastes i gruppens link til GoogleForms. Er koden korrekt bliver eleverne sendt videre til den næste post. Når de har løst alle 10 poster, vender de tilbage til klassen – her skal de løse en fælles opgave, så de kan sende videnskabsheltene tilbage til deres egen tid igen.

Facitliste
Facit på de tre niveauer er ens.

Inge Lehmann	7746
Albert Einstein	60
Rosalind Franklin	TGCA
Marie Curie	8
Niels Bohr	Lilla
Charles Darwin	50
Tycho Brahe	Leo
H.C. Ørsted	3792
Niels Steensen	1000
August Krogh	10
Marie Hammer	4

ALLE grupper slutter med Marie Hammer. Denne post bør være i klassen som det endelige opgør.

Marie Hammer, mellemtrin, B
Asien går fra (9,4) til (-1,0)
altså 10 venstre og 4 ned
NA går fra (-7,0) til (-3,-2)
altså 4 højre og 2 ned
SA går fra (-7,1) til (1,-1)
altså 8 højre og 2 ned
Afrika går fra (4,-2) til (2,0)
altså 2 venstre og 2 op
Endeligt svar = 4

Inge Lehmann, udskoling, C
Radius fra centrum til indre kerne er $r = 93$. Svar = 584,04
Fra indre kerne til ydre kerne er afstanden = 132. Svar = 1413
Fra ydre kerne til nedre kappe er afstanden = 258. Svar = 3033,24
Fra nedre kappe til øvre kappe er afstanden = 7. Svar = 3077,2
Læg de fire resultaterne sammen (8107,48) og træk derefter antallet af (grader i en cirkel (360) + 1,48) fra.

Evaluering
Tal om opgaverne i plenum: Hvad var svært? Hvad var vigtigt? Lad eventuelt hver gruppe fremlægge deres fremgangsmåde og løsning af én af opgaverne for resten af klassen.

Inge Lehmann

Foto: Det kongelige bibliotek og Københavns Universitets bibliotek

Jordens kerne

Da Inge Lehmann var barn, tænkte hun meget over, hvad der mon gemte sig i jordens indre. Da Inge Lehmann blev ældre opdagede hun, at Jorden har en fast kerne.

Hej, mit navn er Inge Lehmann. Jeg blev født i Danmark i år 1888 og døde i år 1993. Jeg blev 104 år.

Jeg har altid interesseret mig for, hvad der mon gemte sig i jordens indre. Da jeg blev ældre, ville jeg være seismolog. Det er sådan en, som undersøger jordskælv. Det var her, jeg fandt ud af, at der er en jernkerne i midten af vores jord. Det skrev jeg om, så andre videnskabsfolk kunne læse det. Jeg fik medaljer for min opdagelse.

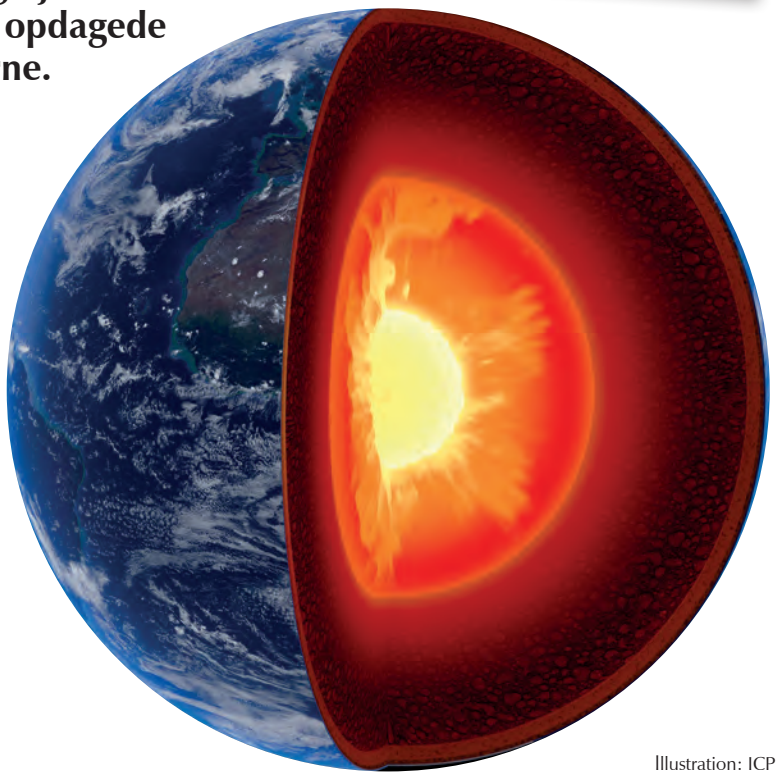


Illustration: ICP

Befri Inge Lehmann

Jorden er blevet skrumpet af den onde Dr. Doom – og det er op til jer at få omprogrammeret skrumpemaskinen!

Find tykkelsen af de fire lag. Se på den skrumpede Jord, og aflæs de fire længder fra inderst til yderst på Jorden.

Stil de fire tal op ved siden af hinanden og tast dem ind i skrumpemaskinen.

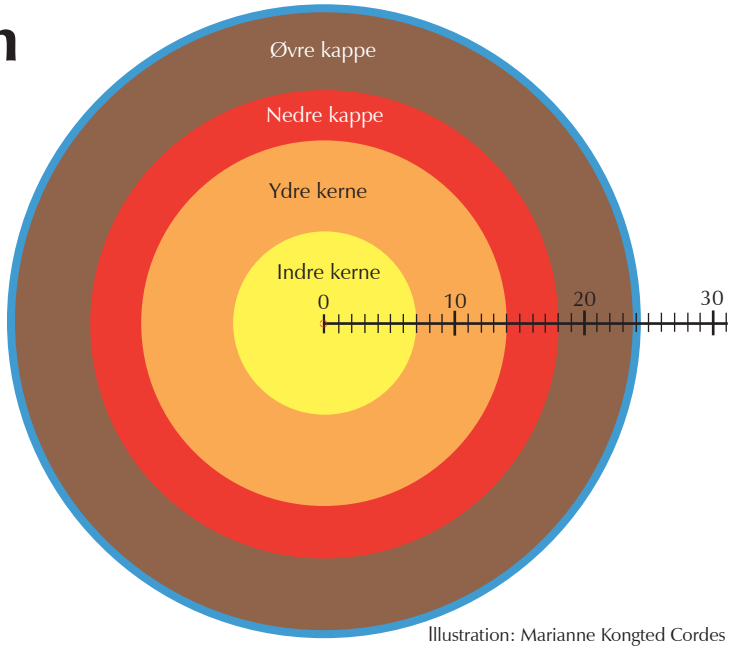


Illustration: Marianne Kongted Cordes

Albert Einstein

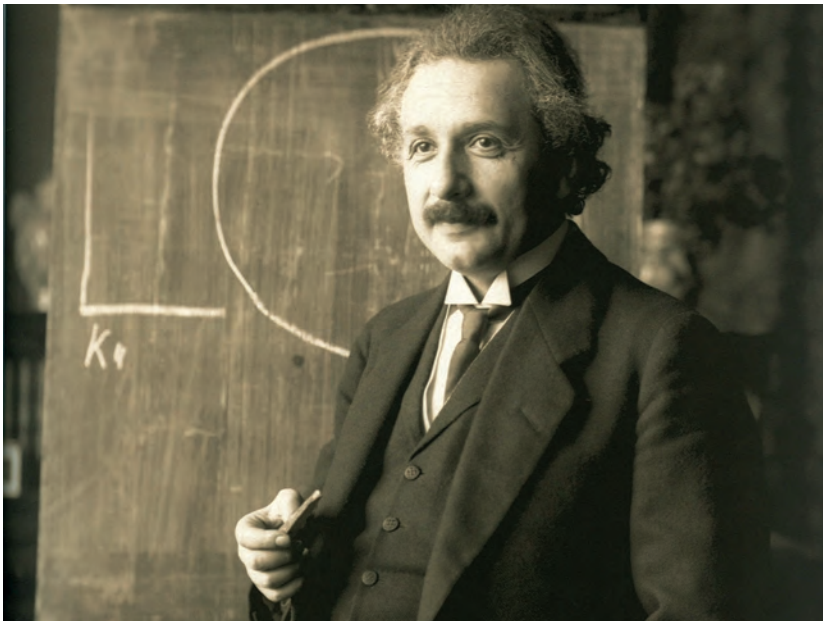
Relativitetsteorien

Da Albert Einstein var dreng, lærte han at spille violin. Da Albert Einstein blev ældre, blev han lærer på et gymnasium. Albert Einstein flyttede til USA før 2. verdenskrig gik i gang. Albert Einstein var fysiker.

Hej, jeg hedder Albert Einstein. Jeg blev født i Tyskland i år 1879 og døde i år 1955. Jeg blev 76 år gammel.

Da jeg gik i skole, havde jeg en meget streng lærer. Jeg skulle lære alle ting udenad.

Da jeg blev ældre, blev jeg lærer på et gymnasium og underviste i matematik og fysik. Jeg har også skrevet mange bøger og artikler om fysik.

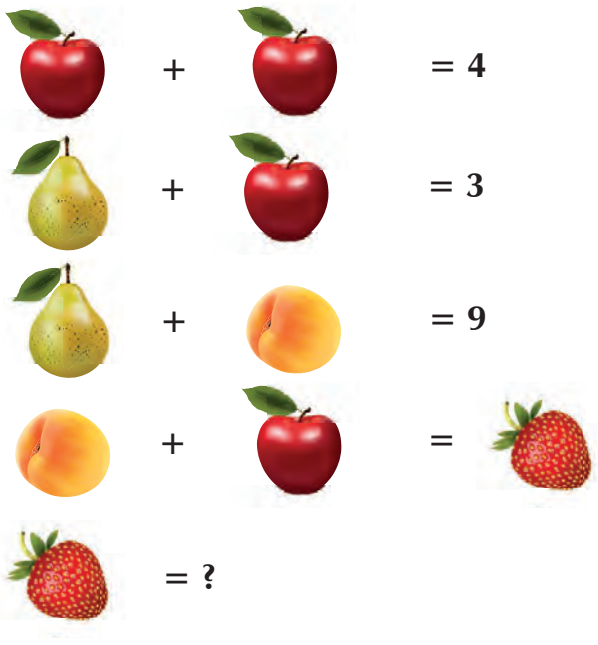


Befri Albert Einstein

Dr. Doom har pillet ved en af Einsteins teorier, så skoledagen nu føles uendelig lang.

Hjælp Einstein med at finde løsningerne på disse ligninger, så skoledagen igen bliver normal.

Gang Jordbær med 6 og tast koden ind.



Illustrationer: ICP

Rosalind Franklin

DNA

Rosalind Franklin var en dygtig elev i skolen. Da hun blev voksen, arbejdede hun som røntgen-krystallograf og gjorde store og betydningsfulde opdagelser af, hvordan DNA er bygget op.

Hej, jeg hedder Rosalind Franklin. Jeg blev født i England i år 1920 og døde i år 1958. Jeg blev kun 37 år gammel.

I skolen var jeg god til Latin, idræt og jeg elskede, når vi havde biologi, fysik og kemi. Da jeg var 15 år, vidste jeg, at jeg ville være kemiker.

Som voksen var jeg med til at opdage, hvordan vi mennesker er bygget op.

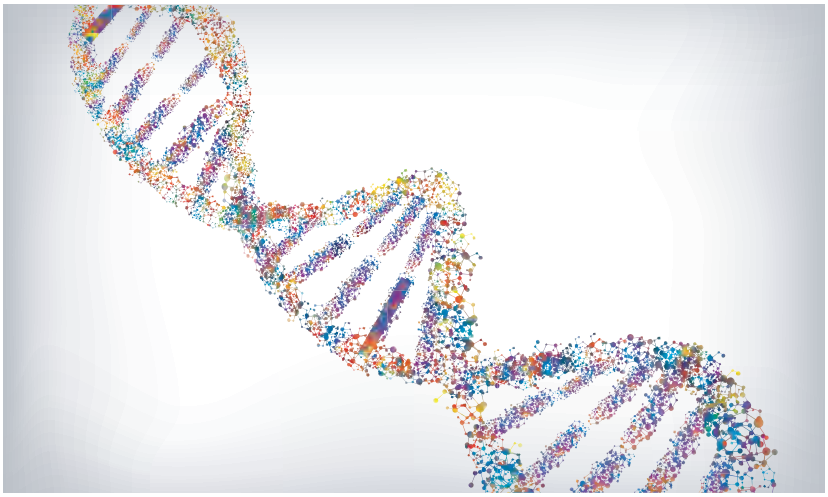


Illustration: ICP

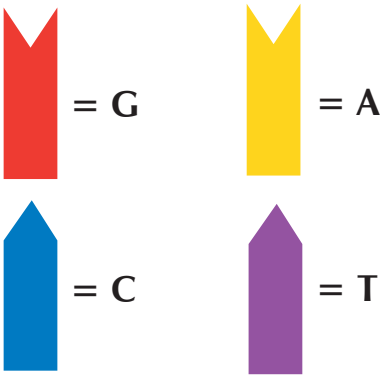
Befri Rosalind Franklin

Dr. Doom har lavet rod i menneskets DNA-sekvenser, og de nye babyer, der bliver født, ligner nu alle Dr Doom – med overskæg og det hele!

Hjælp Rosalind Franklin med at få styr på DNA'et igen!

Forsæt mønstret

Hver farve i DNA'et har et bogstav.



Indtast de sidste fire bogstaver i mønsteret for at få babyerne til at blive normale.

Bogstaverne I indtaster skal være store!

Marie Curie

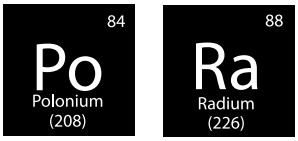
Polonium og Radium

Marie Curie var kemiker og fysiker. Under sit skoleophold i Paris, blev Marie Curie forelsket. Marie Curie blev gift med Pierre Curie. Sammen fandt de to nye grundstoffer.

Hej, jeg hedder Marie Curie. Jeg blev født i Polen i år 1867 og døde i Frankrig i år 1934. Jeg blev 66 år gammel.

Jeg var dygtig i skolen, og da jeg blev lidt ældre, rejste jeg til Paris for at gå i skole der. Dengang var det ikke normalt for piger at gå i skole og slet ikke normalt, at de gik til eksamen. Jeg fik flotte karakterer.

Jeg var den første person i verden, der fik to Nobelpriser. En Nobelpris i fysik i år 1903 og en Nobelpris i kemi i år 1911.



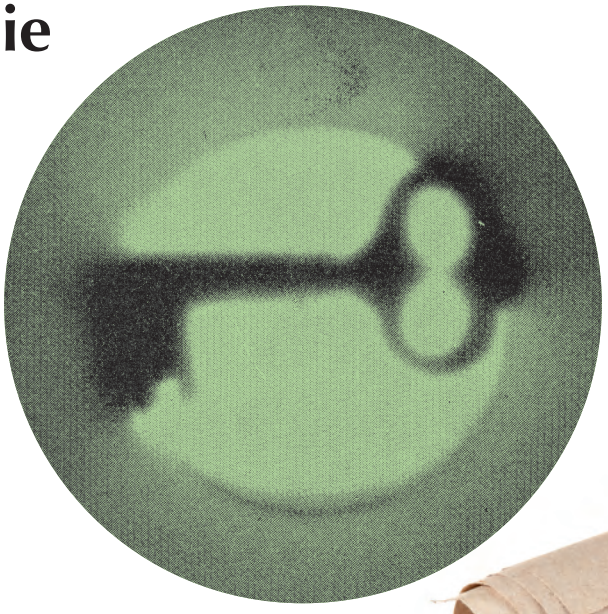
I år 1898 opdagede min mand og jeg to nye grundstoffer, som vi kaldte Polonium og Radium.

Befri Marie Curie

Dr. Doom har stjålet Marie Curies eksamenspapirer, og hun kan nu ikke længere få lov til at forske.

Marie kan huske at hendes karakter tilsammen giver 64, og at hun var til eksamen i 8 fag. Hun fik samme karakter i hvert fag.

De 64 skal nu deles i 8 lige store dele.

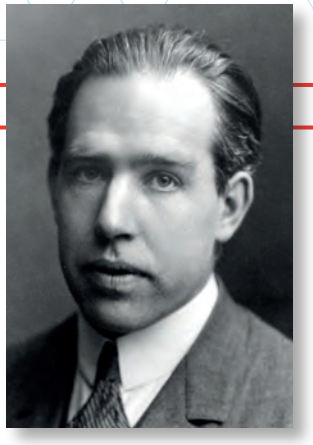


Illustrationer: ICP

Hint
brug Centicubes til at lave regnestykket: 64 centicubes fordelt i 8 lige store bunker.

Indtast eksamenskarakteren, så Marie Curie kan fortsætte forskningen, og I kan komme videre.

Niels Bohr



Atommodellen

**Da Niels Bohr var dreng, var han meget optaget af at finde ud af, hvordan alting var bygget op.
Som voksen gjorde Niels Bohr en stor opdagelse, så hele verden lærte, hvordan de mindste byggeklodser ser ud.**

Hej, jeg hedder Niels Bohr. Jeg blev født i Danmark i år 1885 og døde i år 1962. Jeg blev 77 år gammel.

Som dreng var jeg meget glad for at skille ting ad og bygge dem igen. I skolen fortalte min lærer mig, at alting i hele verden er lavet af bittesmå byggeklodser, også kaldet atomer. Dengang jeg gik i skole, vidste man ikke så meget om atomer. Da jeg blev ældre, fandt jeg ud af, hvordan atomerne så ud. Det fik jeg en nobelpris for i år 1922.

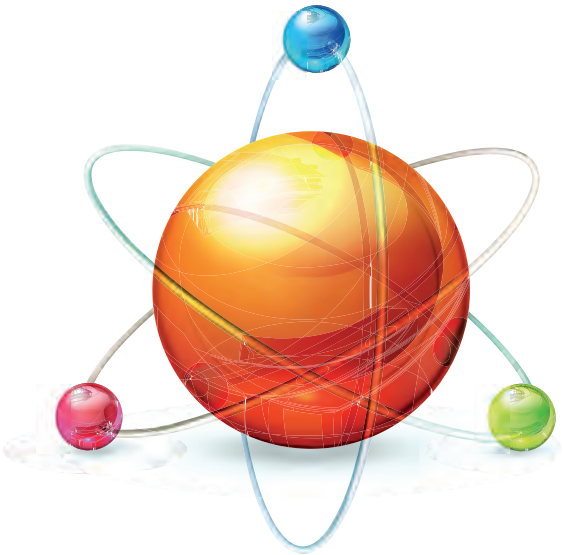


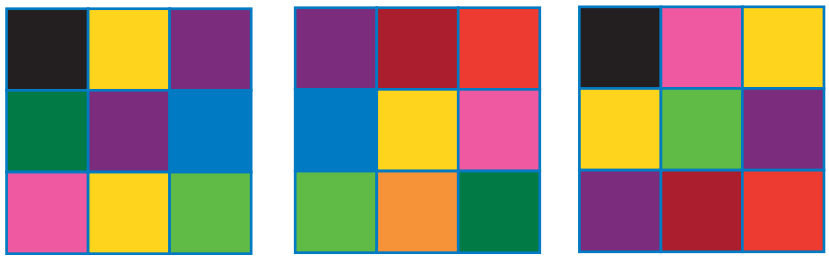
Illustration: ICP

Befri Niels Bohr

Dr. Doom har lavet rod i en af universets vigtigste byggesten: atomet!
Niels kan ikke rette op på atomet, før I får styr på Dr Dooms nye atomarbejdstegninger:

Kan I, ud fra arbejdstegningerne, regne ud hvilken farve denne centicube har?

I skal skrive svaret med stort begyndelsesbogstav.



Fra siden | Forfra | Oppefra

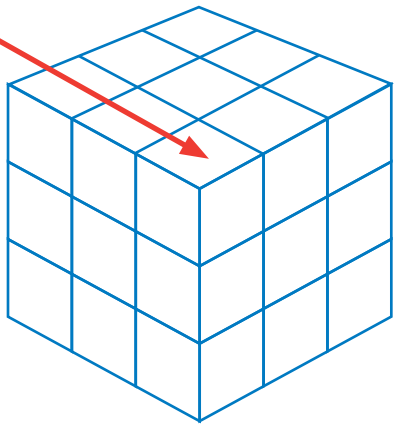
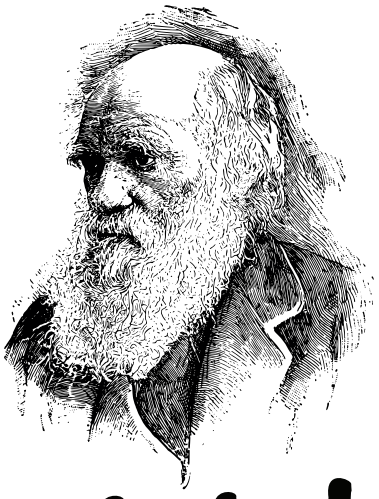


Illustration: Marianne Kongted Cordes

Charles Darwin

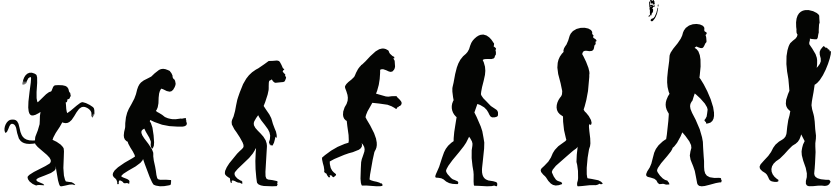
Evolutionsteorien



Charles Darwin ville gerne lære om, hvordan vi mennesker har udviklet os. Som voksen kom han med en teori. En teori som vi i dag kalder for evolutionsteorien.

Hej, jeg hedder Charles Darwin. Jeg blev født i England i år 1809 og døde i 1882. Jeg blev 73 år gammel.

Siden jeg var en dreng, har jeg været meget optaget af naturen. Jeg kunne ikke lide at gå i skole. Da jeg blev ældre, var jeg meget interesseret i, hvordan vi mennesker har udviklet os gennem tiden.



Evolution betyder forandring over tid. Jeg mener at vi nedstammer fra aberne. Milliarder af års evolution har gjort os til dem vi er i dag.

Befri Charles Darwin

Dr. Dooms tidsrejser har ændret evolutionens gang, og Charles Darwin er nu nødt til at vende tilbage til Galapagos øerne og tælle fuglearter.

Darwin har genopdaget 5 forskellige typer af finker. Hver type spiser noget forskelligt – og deres næb passer til den mad finken spiser.

Hvor mange finker er der i alt på billedet?

Illustrationer: ICP

Hint
Alle fuglene er finker.

Tast svaret ind i evolutionsmaskinen.

Tycho Brahe

Astronomi

Da Tycho Brahe var dreng, hed han ikke Tycho Brahe, men Thyge Ottesen Brahe. Da han blev gammel nok, skiftede han navn til Tycho Brahe. Tycho Brahe kunne godt lide at kigge på stjernerne. Han elskede det så meget, at han fik skrevet en tyk bog om de stjerner, han så.

Hej, jeg hedder Tycho Brahe. Jeg blev født i år 1546 og døde i år 1601. Jeg blev 54 år gammel.

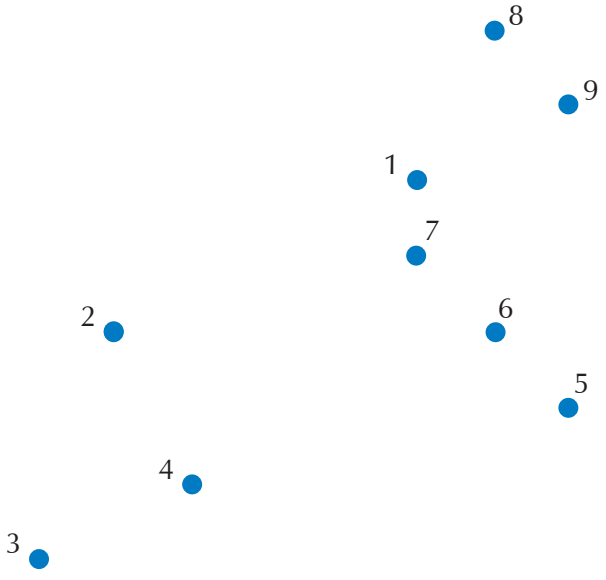
Som dreng kunne jeg godt lide at kigge på stjernehimlen om natten. Jeg sneg mig tit ud om natten for at kigge på stjernerne, når min mor og far lå og sov.
Da jeg blev voksen, skrev jeg en bog og tegnede et kort over stjernehimlen.

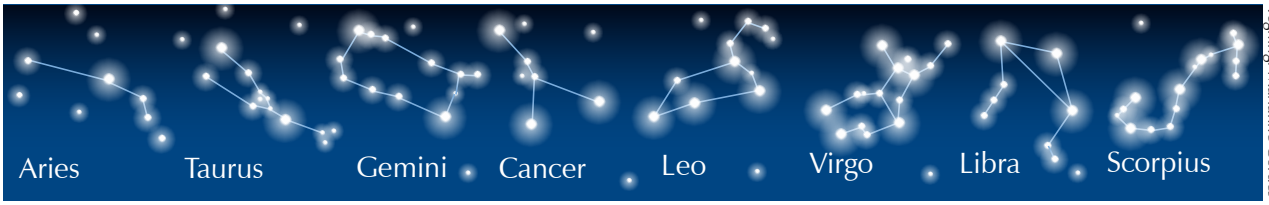
Befri Tycho Brahe

Dr. Doom har lavet rod i stjernehimlen. Hjælp Tycho Brahe med at få stjernehimlen på plads igen.

Sæt streg imellem punkterne fra 1 til 9 og find ud af hvilket stjernebillede, der er tale om.

Brug stjernebillederne til at finde det rigtige navn. Skriv jeres svar med stort begyndelsesbogstav.





Tegning: Marianne Cordes

H. C. Ørsted

Elektromagnetismen

**Hans Christian Ørsted var en dygtig forsker.
Som 16-årig flyttede han til København for at gå på gymnasium og senere universitet.
H. C. Ørsted kunne godt lide at eksperimentere og på den måde opdagede han elektromagnetismen.**

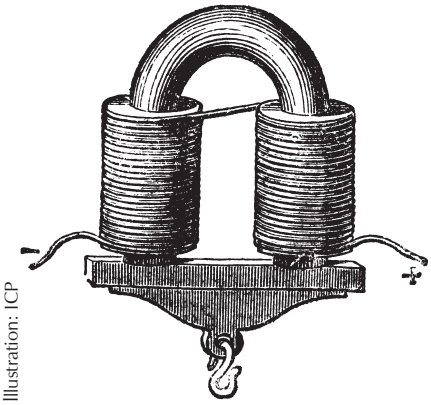


Illustration: ICP

Hej, jeg hedder Hans Christian Ørsted, også kaldet H. C. Jeg blev født i Danmark i år 1777 og døde i år 1851. Jeg blev 73 år gammel.
Da jeg var dreng, gik man ikke i skole. Der blev man undervist hjemme. Da jeg blev lidt ældre, kom jeg med min far på arbejde.

Dengang var det normalt, at man som dreng blev det samme som sin far.
Min far var apoteker.
Efter universitetet blev jeg selv apoteker, men jeg ville hellere være professor. Jeg fik lov til at undervise på universitetet, og min undervisning blev meget populær.

Befri H. C. Ørsted

Dr. Doom har sendt H. C. Ørsted til året 1891, til det år, hvor det første elværk åbnede. I skal nu hjælpe H. C. Ørsted med at finde forskellen på en elregning fra år 1891 og år 2022, før H. C. Ørsted kan sendes tilbage til sin egen tid.

Find forskellen på hvad H. C. Ørsted betalte for el i 1891 og i 2022.

Skriv jeres svar kun med tal.

Elregning anno 1891	Elregning år 2022
48 kr. pr år.	3840 kr. pr år

Niels Steensen

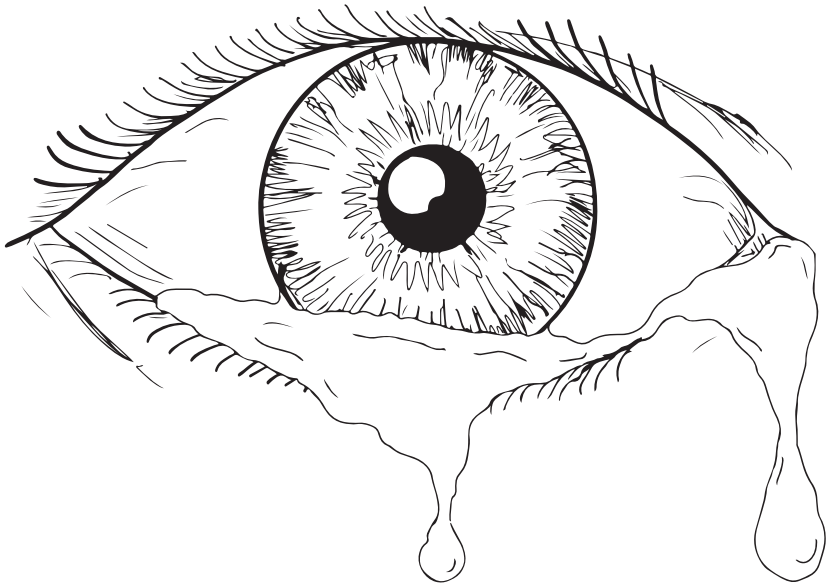
Tegning: J. P. Tarp 1868

Geologi og anatomi

Niels Steensen var meget nysgerrig som dreng. Hans nysgerrighed gjorde, at han som voksen opdagede, hvordan et menneske ser ud indeni, og han opdagede også, hvordan jordens lag er dannet.

Hej, jeg hedder Niels Steensen. Jeg blev født i Danmark i år 1638 og døde i Tyskland i år 1686. Jeg blev 48 år gammel. Som barn var jeg meget syg og gik derhjemme med min far i hans guldsmedje.

Som dreng var jeg interesseret i at undersøge, hvordan mennesket og verden fungerer. Da jeg var færdig med skolen, rejste jeg ud i verden. Jeg var den første der kunne forklare, hvordan vi græder, og jeg beviste også at Jordens lag er dannet over tid.



Befri Niels Steensen

Illustrationer: ICP

Dr. Doom har tappet alle videnskabsheltenes tårer, fordi han er træt af at høre dem tude i deres celler, og har nu tårerne i en stor tank.

Der er 100 L tårer i tanken.

Niels har kun et decilitermål til at få tårerne tilbage i grædemaskinen.

Efter 500 ture frem og tilbage er Niels halvvejs igennem tanken.

Hvor mange gange skal Niels gå i alt, for at tømme tanken helt?

August Krogh

Fysiologi

Da August Krogh var dreng, kunne han godt lide at være i naturen. August Krogh blev en dygtig fysiolog. August Krogh fandt ud af, hvordan levende organismer fungerer. Han fik Nobelprisen i 1920.

Hej, jeg hedder August Krogh. Jeg blev født i Danmark i år 1874 og døde i år 1949, to dage før jeg ville være blevet 75 år gammel.

Jeg var ikke glad for at gå i skole. Jeg ville hellere være udenfor i naturen. Når min onkel kom på besøg, tilbragte jeg meget tid i naturen sammen med ham. Min onkel var med til at gøre mig meget nysgerrig på, hvordan dyr og menneskers kroppe fungerer.

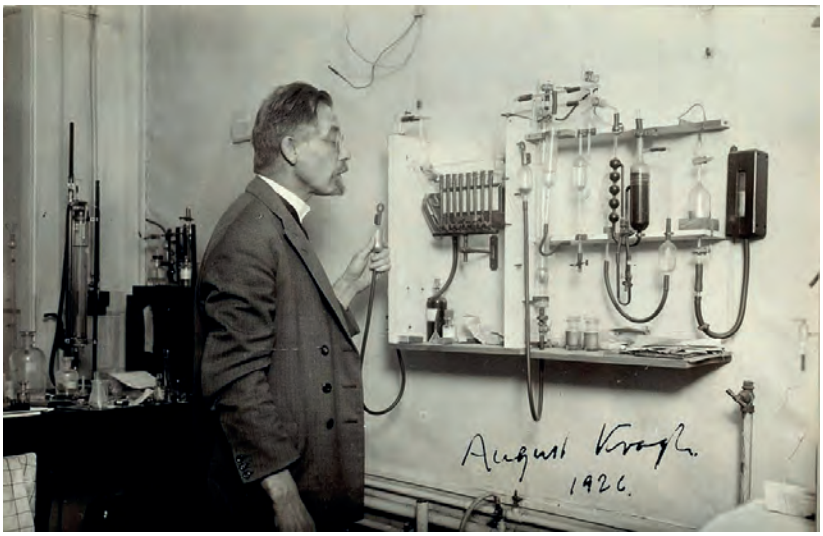


Foto: Wikimedia Common

Befri August Krogh

Dr. Doom har fanget August på en vippe. Hjælp August med at få ligevægt på vippen.

August vejer 60 kg, og der ligger masser af mursten rundt om i lokalet.
Hver sten vejer 6 kg.

Hvor mange sten skal I lægge på vippen for at skabe ligevægt?

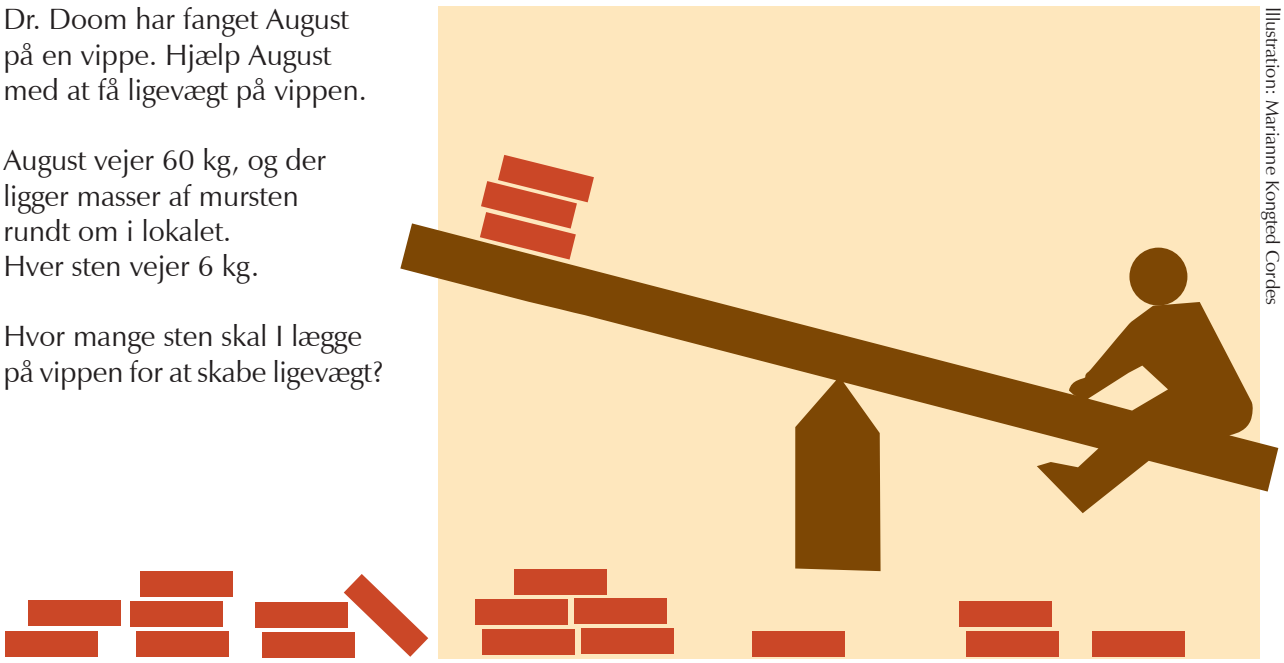


Illustration: Marianne Kongted Cordes

Marie Hammer

Zoologi

Da Marie Hammer var barn, skulle hun hjælpe til i marken med at høste roer. Det var her i marken ved et vandhul, at Marie fik sin interesse for et meget lille dyr, mosmiden. Marie Hammer rejste mange steder hen i verden for at lære mere om mosmiderne. På disse rejser opdagede Marie Hammer, at alle landende engang for mange år siden, havde været én stor ø.

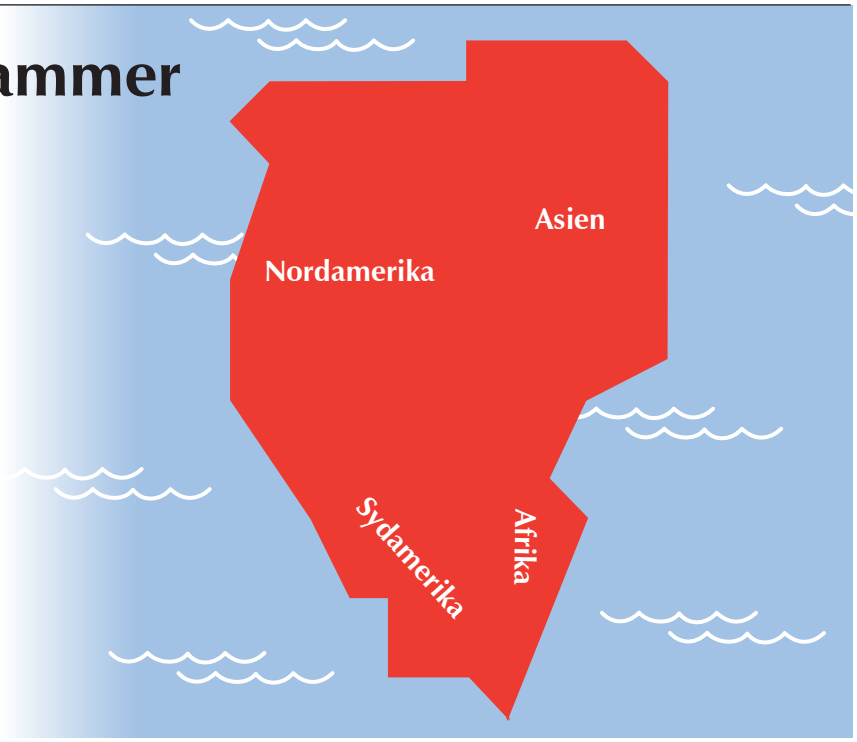
Hej, jeg hedder Marie Hammer. Jeg blev født i Danmark i år 1907. Jeg døde i år 2002. Jeg blev 95 år gammel.
Siden jeg var en lille pige, kunne jeg godt lide at kigge på de små dyr, der levede ved vandhullerne. Især mosmiderne blev jeg meget interesseret i. Jeg rejste rundt i hele verden for at finde mosmider, og alle steder jeg kom hen, fandt jeg mosmider. På rejserne fandt jeg også ud af, at alle landene på jorden engang har været én stor ø, Pangea.

Befri Marie Hammer

Dr. Doom er ved at indse, at han har tabt og at hans spektakulære forbrydelse ikke bliver til noget.

For at sætte et endeligt stop for Dr. Doom, skal I nu samle Pangea, så tidsmaskinen kan blive nulstillet, og derved får I endeligt sat alle videnskabsheltene fri, så de kan komme tilbage til deres egne tidsperioder.

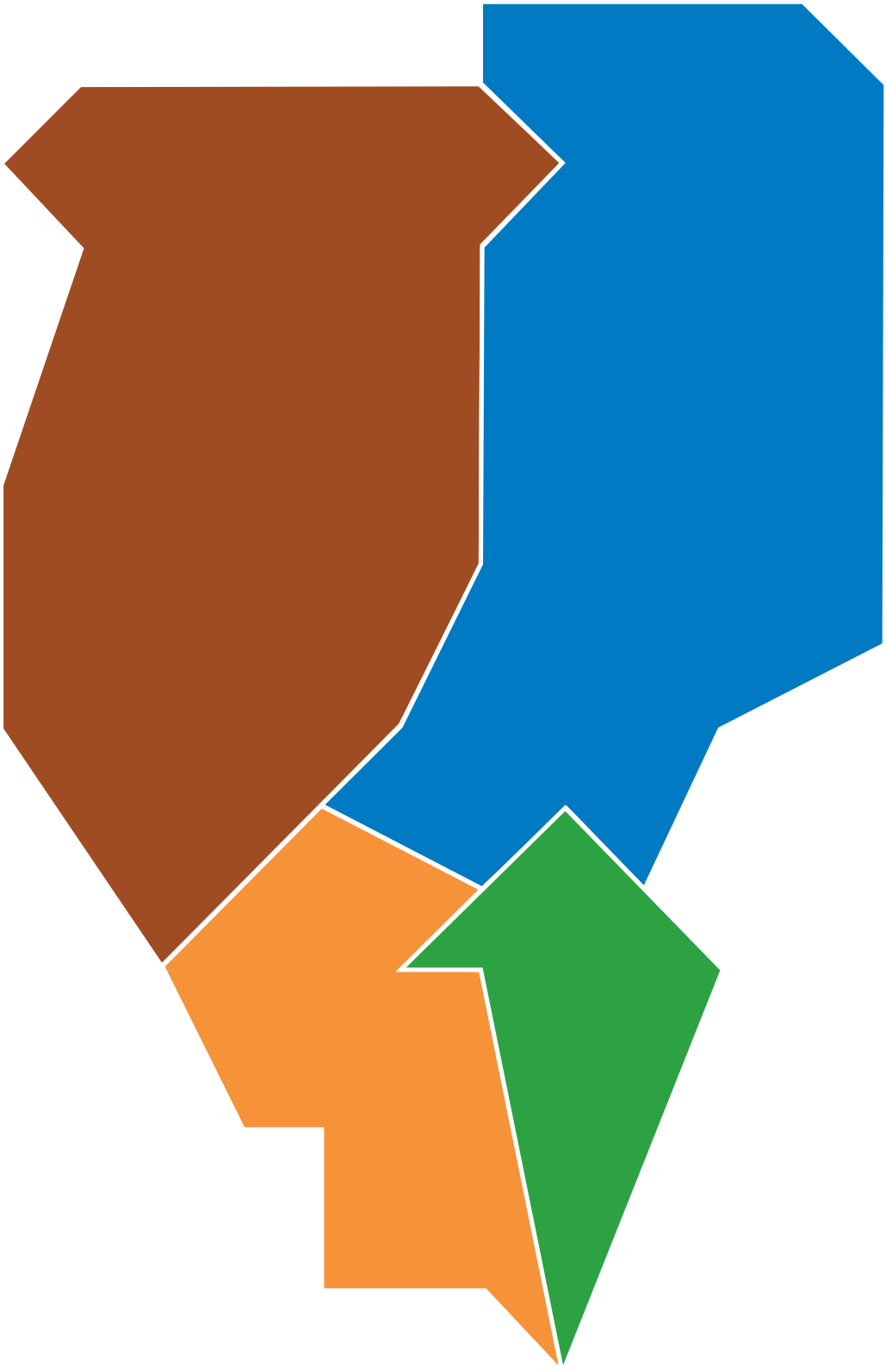
Saml brikkerne til Pangea. Hvor mange urkontinenter indeholder Pangea?



Udklipsark med Pangea

Forberedelse

Klip kontinenterne ud til et puslespil og læg dem i kuverten til eleverne.
De fire brikker er sværere at samle end man skulle tro.



Dr. Dooms fangeoversigt

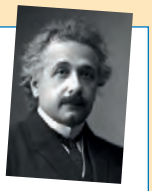
Her er videnskabsheltene

Dr. Doom har lavet denne oversigt, så han kan huske, hvor han har placeret videnskabsheltene.

Nu har I fået fingre i oversigten. Brug den til at finde og befri videnskabsheltene.

1
Inge Lehmann
er fanget ved:

2
Albert Einstein
er fanget ved:



3
Rosalind Franklin
er fanget ved:

4
Marie Curie
er fanget ved:

5
Niels Bohr
er fanget ved:

6
Charles Darwin
er fanget ved:

7
Tycho Brahe
er fanget ved:

8
H.C. Ørsted
er fanget ved:

9
Niels Steensen
er fanget ved:

10
August Krogh
er fanget ved:

11
Marie Hammer
er fanget ved:

Afsnit 2

Matematik som videnskab

Foto: iCP

Størrelsen på trekanter

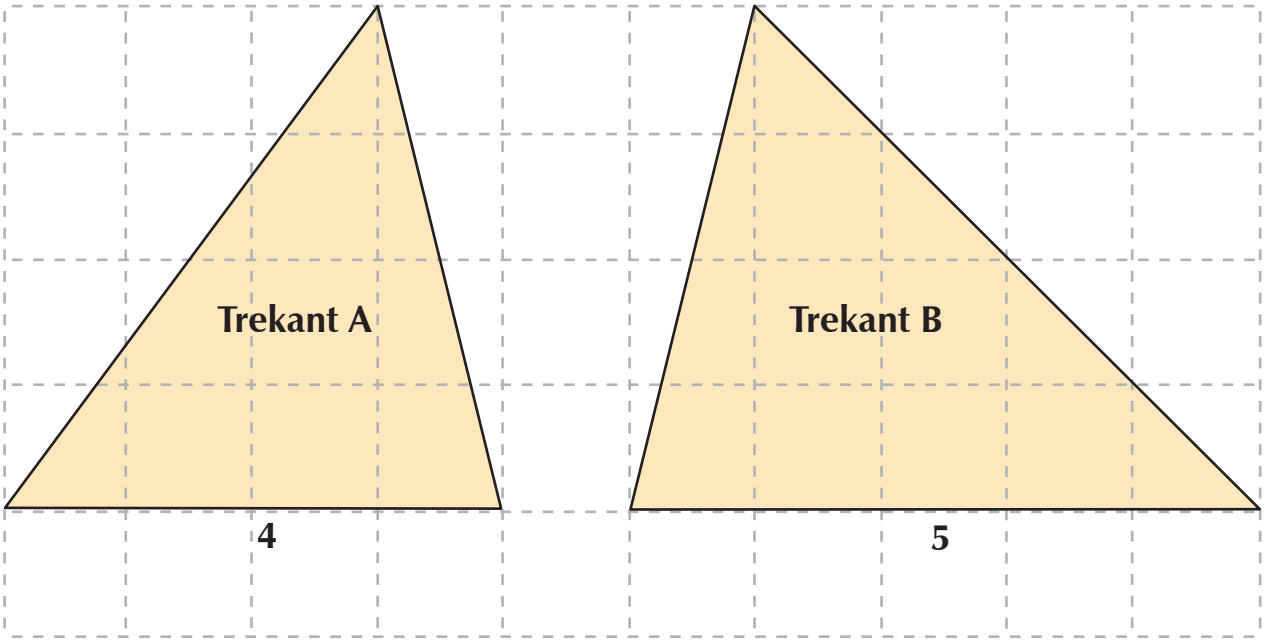
Hvorfor er trekant A mindre end trekant B?
Kan man altid lave en trekant af tre pinde?

Målet er, at I kan

- Finde ud af noget om trekanter.

Materialer

Kvadreret papir
Lige pinde, som I selv finder



Undersøg

Hvorfor er trekant A mindre end trekant B?

Lav lignende undersøgelser med andre trekanter og andre figurer.

Vis undersøgelserne til hinanden.

Illustration: Lærke Thordsen

Undersøg

Kan I altid lave en trekant af tre pinde?
I skal samle nogle pinde og prøve at lave trekanter af dem.

Hvorfor kan man ikke altid lave en trekant af tre pinde?

Forklar det for hinanden.

Hvor langt er der til købmanden?

Skridt og afstand

En familien vil gerne finde ud af, hvor langt der er til købmanden. En dag tæller de alle, hvor mange skridt der er.

Her er deres optælling:

Navn	Skridt
Kristoffer	235
Julie	267
Sophia	400
Xander	286

Diskuter

Hvem kommer først til købmanden?

Hvis de starter på samme tid og går i takt, hvem kommer så først?

Hvor langt er der til købmanden?

Foto: ICP

Trekanter

Klassetrin og omfang
Begyndertrin
4-6 lektioner.

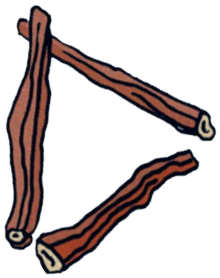
Elevforudsætninger
Ingen specielle forudsætninger.

Aktiviteter
Undersøgelsen Hvorfor er trekant A mindre end trekant B?
Her lægges op til begyndende arbejde med arealer.

Der er flere strategier: tælling af kvadrater, iagttagelse af, at grundlinjerne er forskellige.

Eleverne kan lave flere opgaver til hinanden.

Undersøgelsen Kan man altid lave en trekant af tre pinde?
Denne opgave kræver, at eleverne kommer ud og samler lige grene og pinde og forsøger at lave trekanter.



Målet er, at de opdager, at de ikke altid kan danne en trekant.

I en klassesamtale kan nogle af eleverne fremlægge en regel, fx "to af pindene skal være længere end den tredje".

Forløb: Trekanter	Matematiske kompetencer: Problembehandling	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra			■			
Geometri og måling			■			
Statistik og sandsynlighed						

De tre opgaver stammer fra *Matematiske kompetencer i anvendelse*, Forlaget matematik.

Foto: ICP

Ekstra
Hvor langt er der til købmanden?
Ekstraopgaven på side 65 lægger op til ræsonnementer, som på et senere tidspunkt i skoleforløbet bliver til begrebet omvendt proportionalitet (antal skridt og skridtlængde).

Hvem kommer først til købmanden?
Det første spørgsmål er åbent, og svaret kommer an på, hvor hurtigt de hver især tager deres skridt.
Det er ideen, at eleverne selv kommer frem til den konklusion.

Hvis de starter på samme tid og går i takt, hvem kommer så først?
Den næste information udelukker den mulighed, så Kristoffer når købmanden først, og så må de jo vente på, at Xander når frem.

Hvor langt er der til købmanden?
I den tredje opgave skal der tages stilling til, hvor lange de forskellige skridt kan være.

Hvis Kristoffers skridt er 85 cm, er der ca. 200 meter til Købmanden – det betyder så, at de andre tre har skridtlængder på ca. 75, 50 og ca. 70 cm.
Her er altså tale om en matematisk modellering, hvor eleven fx kan måle sin egen skridtlængde.
Gå 10 skridt og mål, hvor langt du kom. Så kan du finde din skridtlængde.
I indskolingen vil man nok ligne Xander mest, og så sætter man Xander til 50 cm.

Eulers polyedersætning

Passer det?

I skal undersøge om Euler har ret i sin sætning.

Målet er, at I kan

- vise, at en regel, som en gammel matematiker har fundet frem til, gælder.

Materialer

Forskellige rumlige geometriske figurer enten som store rumlige figurer eller terninger.

Polyederskema på papir eller en computer eller iPad med skemaet.

Eulers sætning

Euler beviste, at
sider+hjørner
er samme antal som
kanter+2
i et polyeder.

Vi skriver det matematisk:

$$s + h = k + 2$$

I skal vise, at sætningen passer.

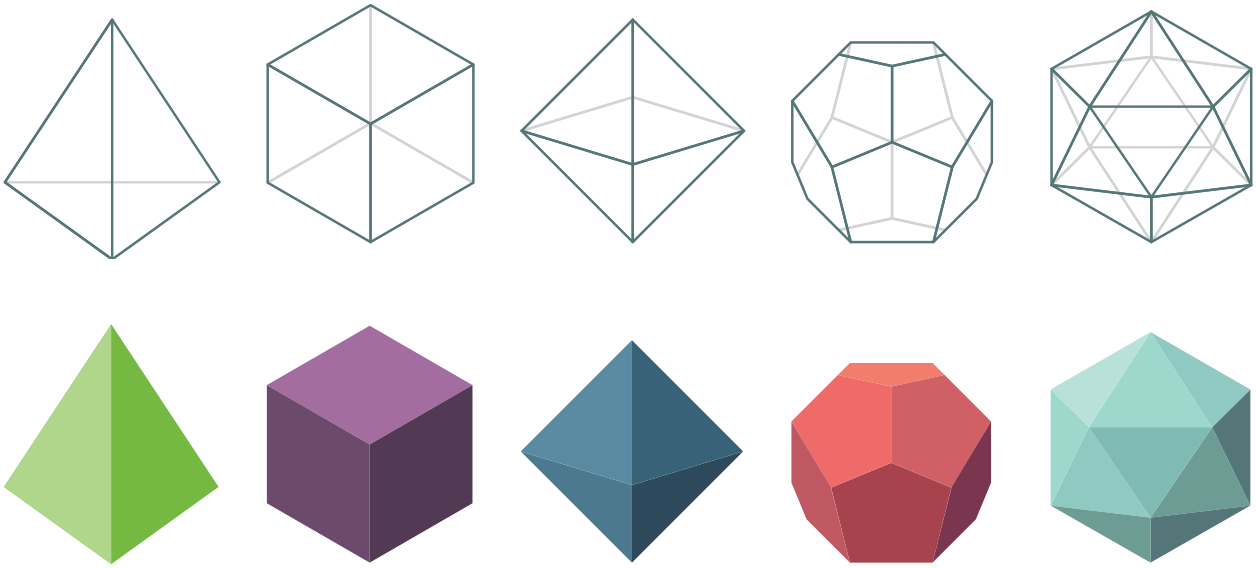
Undersøg

Udfyld polyederskemaet.

Tal om, hvordan det passer. Har Euler ret?

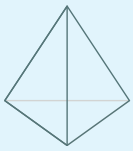
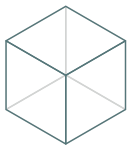
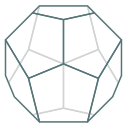
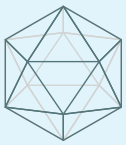
Leonhard Euler. 1707-1783
Schweizisk matematiker.

De Platoniske Legemer



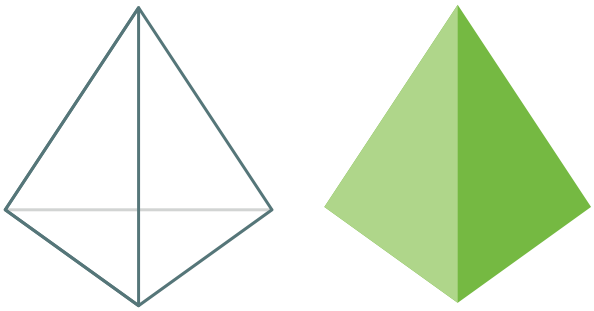
Polyederskema

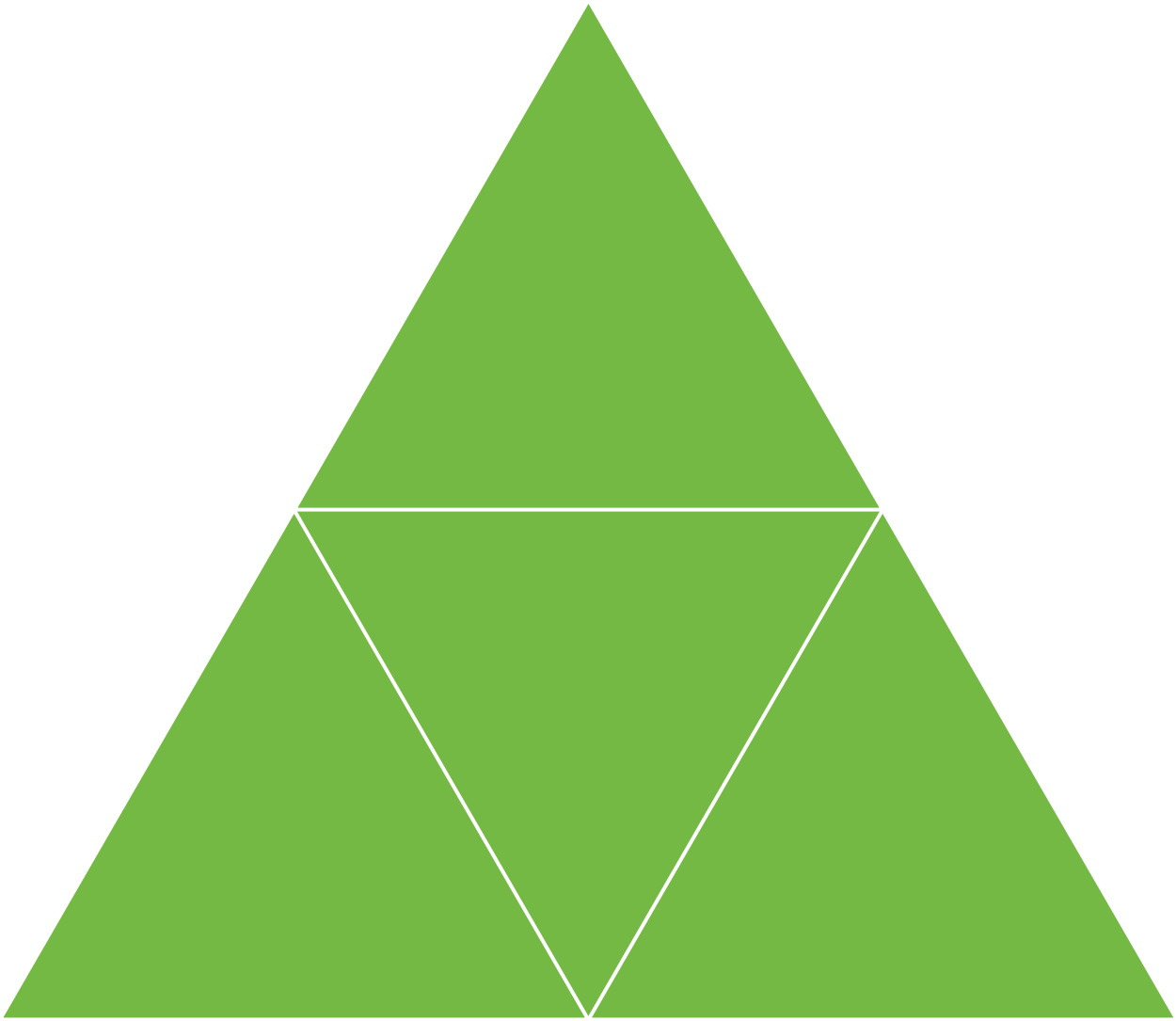
Optælling af sider og kanter

Figur	Antal sider (s)	Antal hjørner (h)	Sider+hjørner ($s+h$)	Antal kanter (k)	Kanter+2 ($k+2$)
					
					
					
					

Udfoldning

Klip ud, fold og tape kanterne sammen.

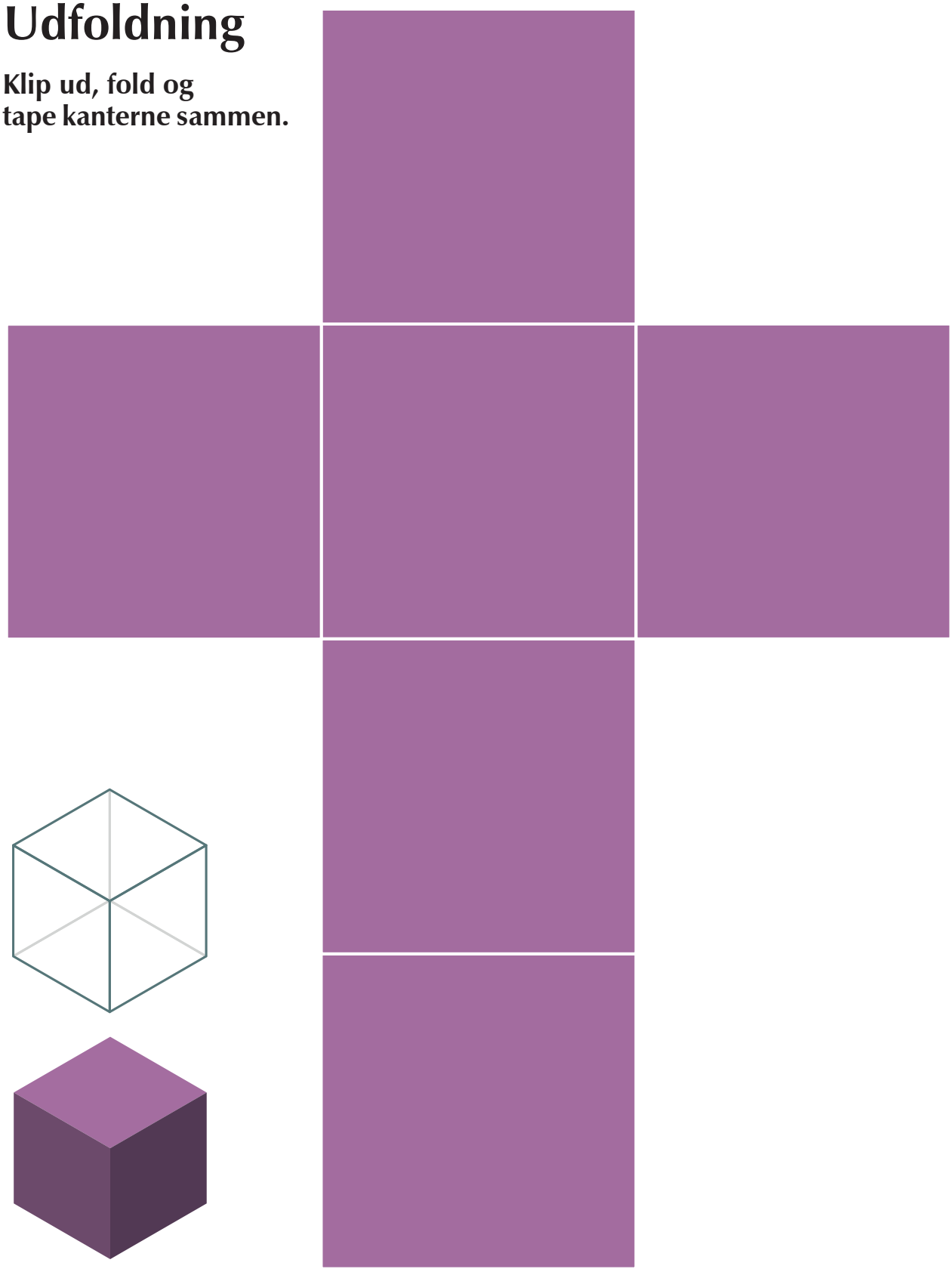




Kube

Udfoldning

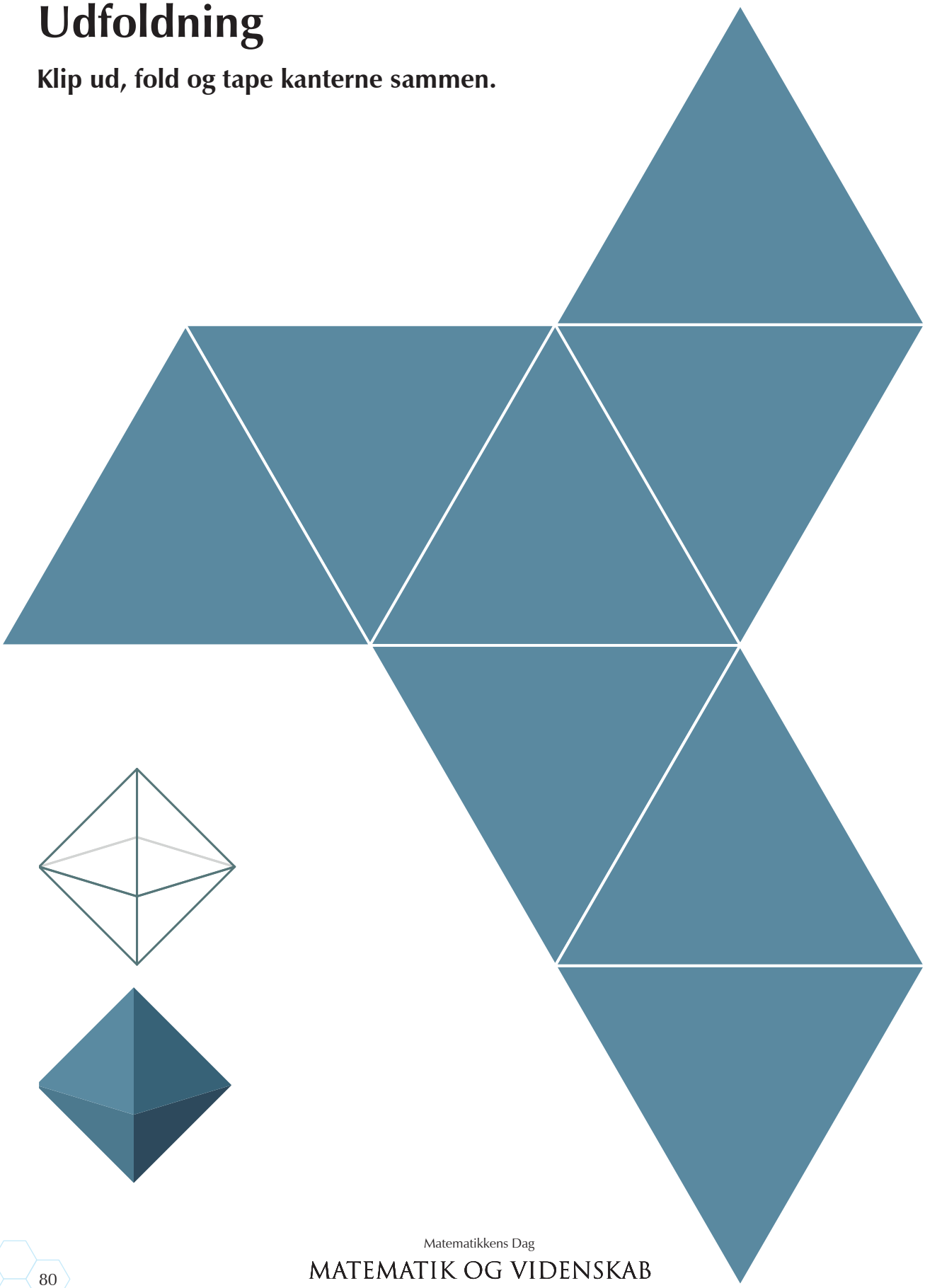
Klip ud, fold og tape kanterne sammen.



Oktaeder

Udfoldning

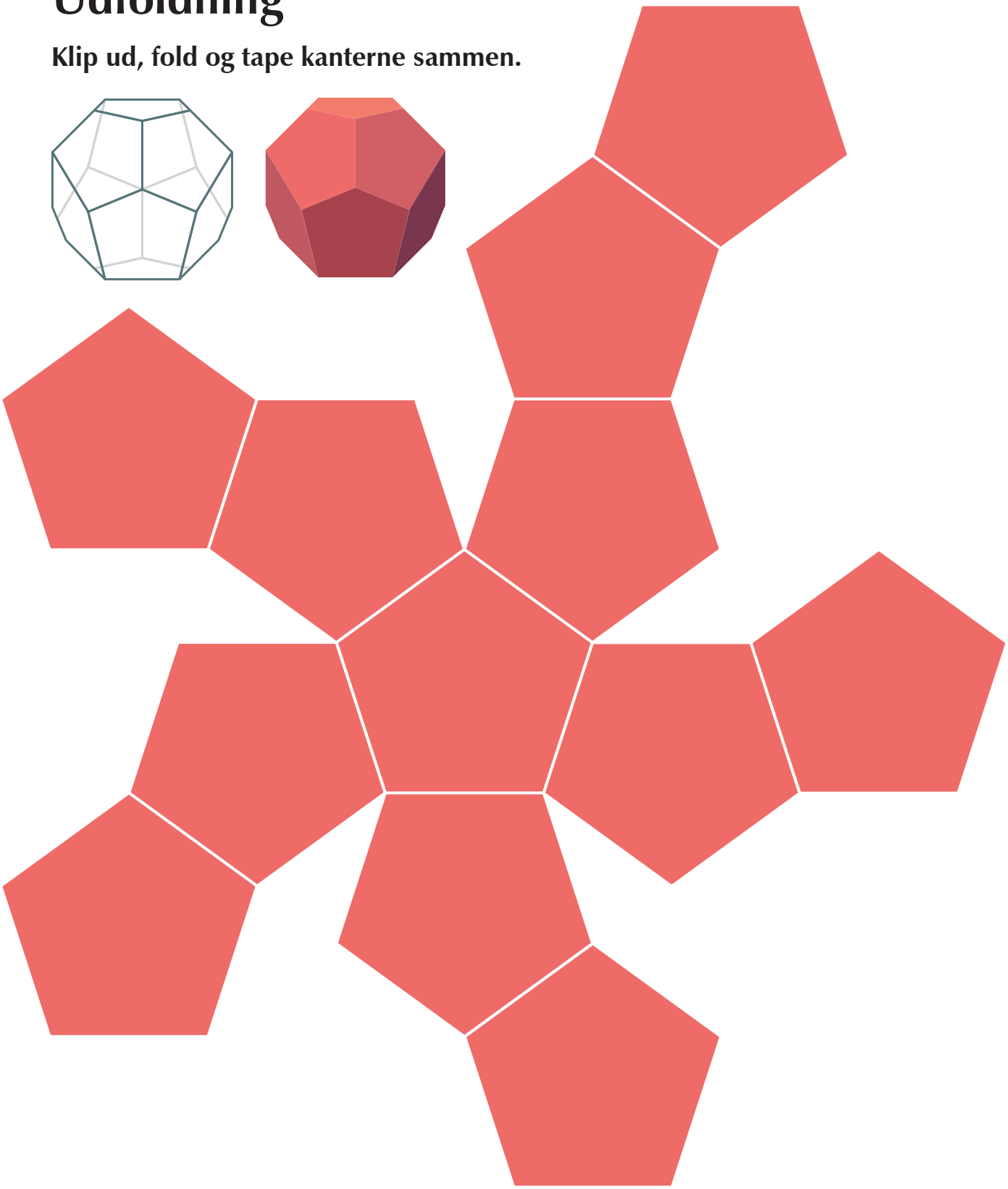
Klip ud, fold og tape kanterne sammen.



Dodekaeder

Udfoldning

Klip ud, fold og tape kanterne sammen.



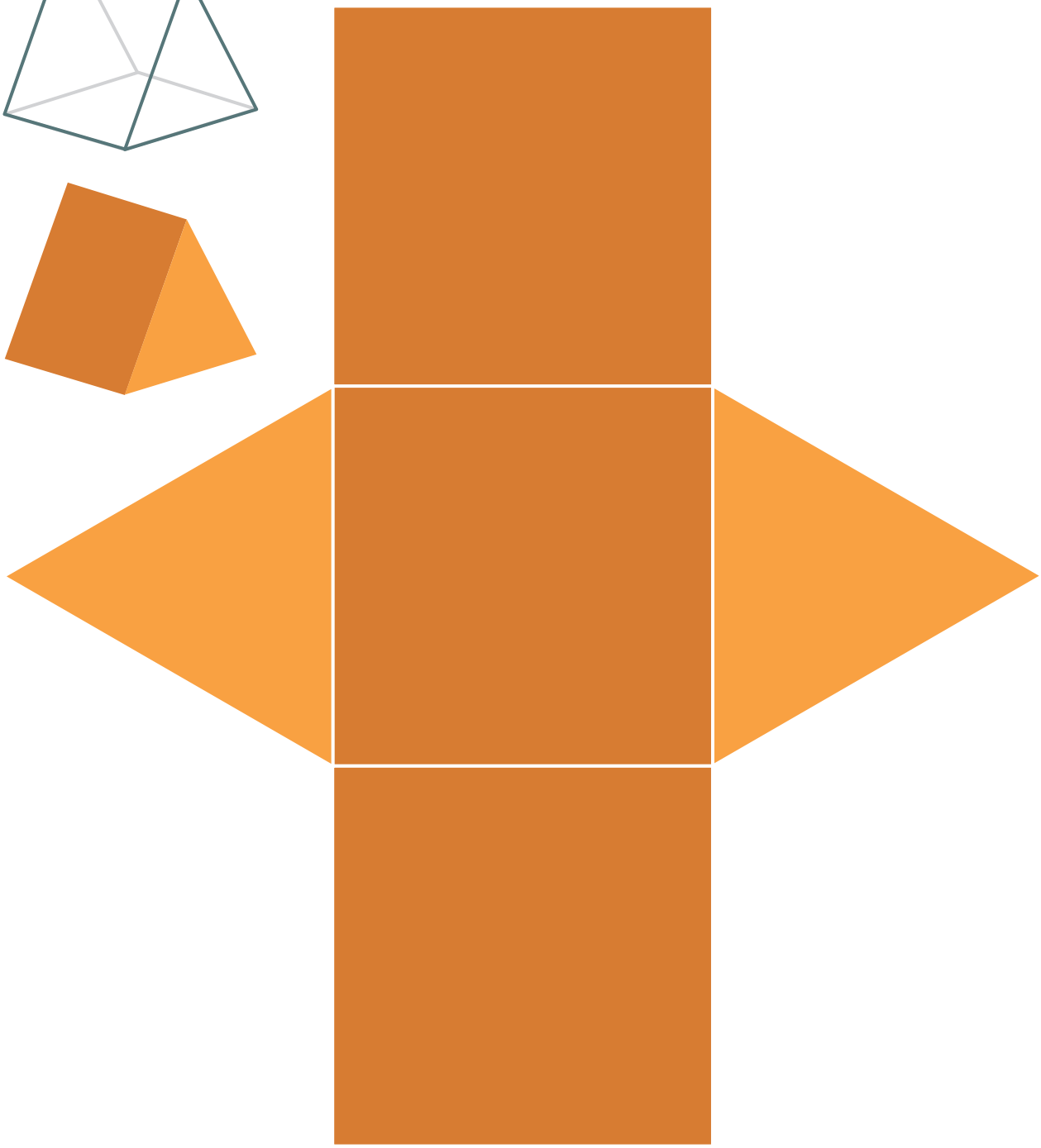
Ikosaeder

Udfoldning

Klip ud, fold og tape kanterne sammen.

Udfoldning

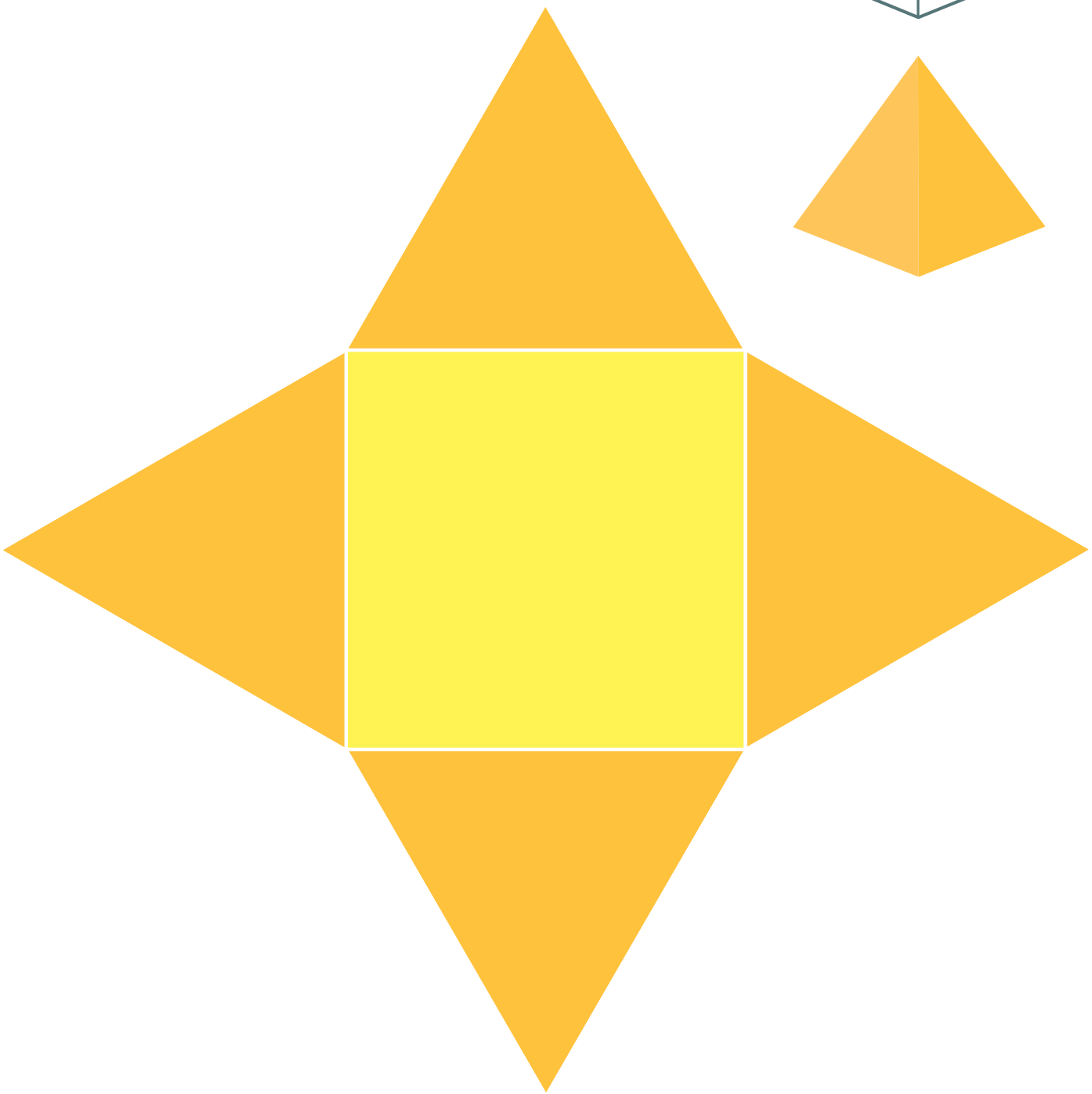
Klip ud, fold og tape kanterne sammen.



Pyramide

Udfoldning

Klip ud, fold og tape kanterne sammen.



Fodbold

Udfoldning

Print eventuelt udklipsarket i A3. Klip ud, fold og tape kanterne sammen.

Eulers polyedersætning

Klassetrin og omfang
Begyndertrin eller mellemtrin.
Varighed: 2-4 lektioner.

Elevforudsætninger
Eleverne skal vide, hvordan en figur beskrives.

Aktivitet
Gennemgå ordene side, kant og hjørne.

Opgaven kan bruges på begyndertrinnet ved at anvende konkrete figurer og tælle på dem.
Figurerne kunne være kube, kasse, prisme, pyramide og lignende.

På mellemtrinnet kan man fremstille fx Platons legemer og et prisme, en fodbold mm.

Ekstra
Opgaven kan differentieres ved, at nogle efterviser Eulers polyerdesætning, og andre fremstiller de platoniske legemer for at kunne vise, at det er sandt.

På begyndertrinnet er det nok at fokusere på skemaet, på mellemtrinnet kan eleverne fremstille Platons legemer.

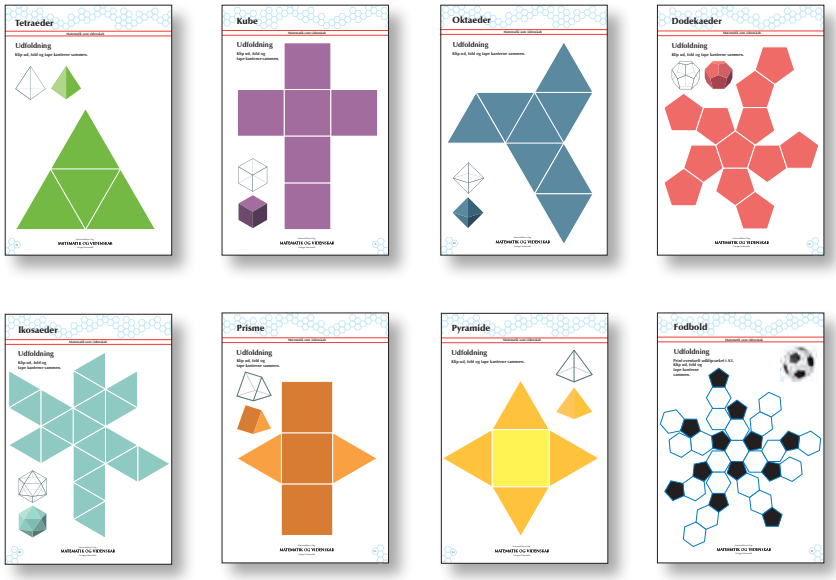
Eleverne kan også afprøve sætningen på andre legemer.

Evaluering
Evalueringen kan foregå ved at eftervise sætningen på de fysiske legemer.

Forløb

Eulers Polyedersætning

Matematiske stofområder	Problembehandling	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling			■			
Statistik og sandsynlighed						



Anvend udklipsarkene eller lad eleverne tegne i et dynamisk geometriprogram.

Fakta
Eulers polyedersætning angiver en simpel sammenhæng mellem antallet af sideflader (s), kanter (k) og hjørner (h) for et vilkårligt konvekst polyeder.

Eulers sætning:
$s + h = k + 2$ eller
$h - k = s - 2$

Sætningen blev fundet og bevist af Euler.

Afsnit 3

Matematik og forskning i vand

Foto: ICP

Hvad ser I på tegningen?

Kig på tegningen og snak om tingene I ser.

Målet er, at I kan

- anvende enkle forklaringer i forbindelse med placering og størrelse
- bruge jeres viden om enkle matematiske begreber.

Start med at lytte til Willis velkomsthistorie.

Historie 1:
https://kortlink.dk/dkmat/2g534

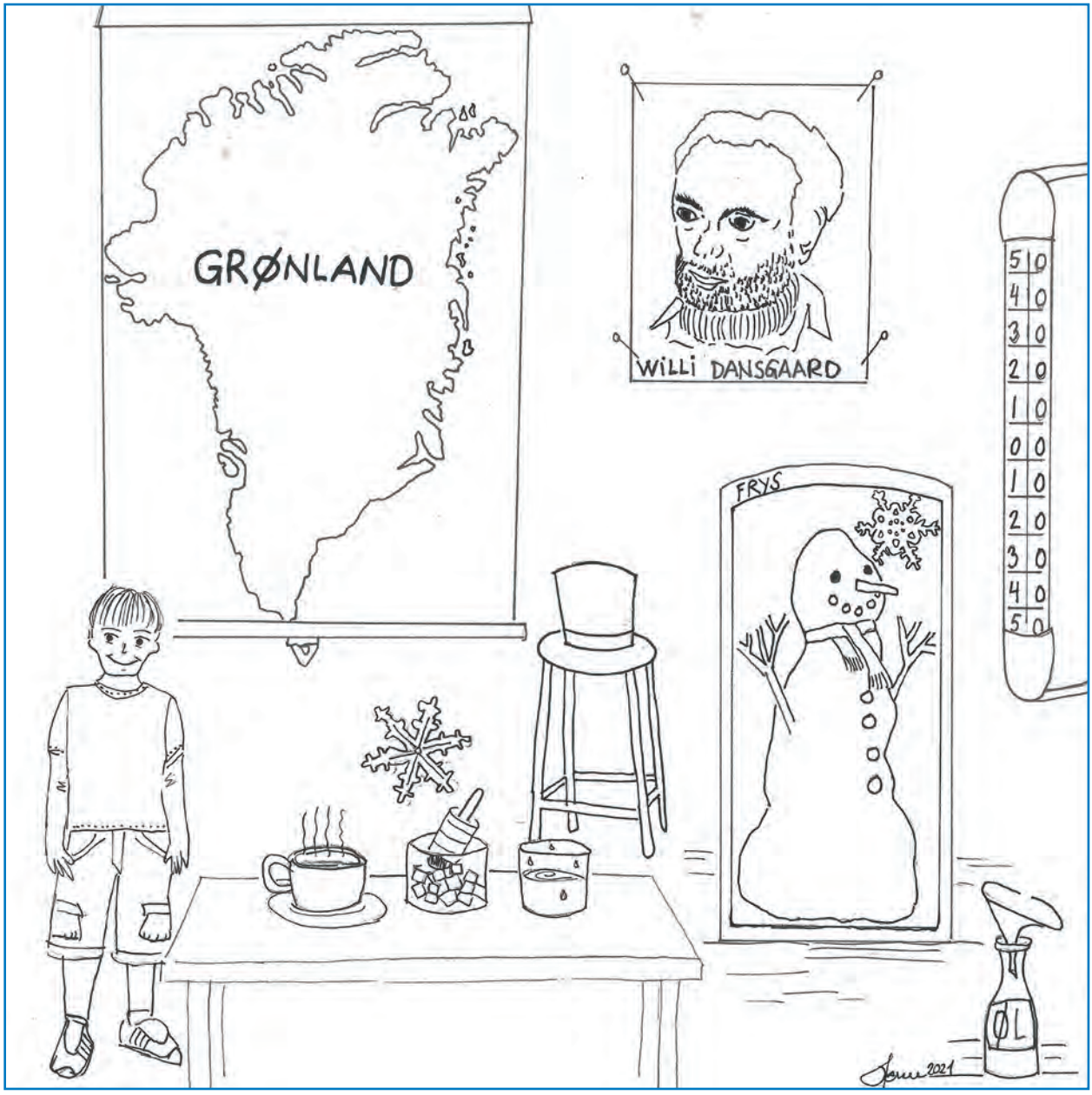
Undersøg

Tal om tingene på tegningen.

Kan I remsen: 10, 20, 30..?

I kan farvelægge tegningen.

Tegning: Hanne Bindslev Gregersen



Willis velkomsthistorie

Historie til Willis verden – Vi taler matematisk

Start med at høre lydfilen eller læse historien højt.

Halløjsa med jer.

Velkommen til min verden. Jeg hedder Willi. Jeg er opkaldt efter den danske forsker Willi Dansgaard. Han levede før I blev født.

Willi Dansgaard var klimaforsker, og hans arbejde på Grønland blev kendt i hele verden. Ordet 'klima' har I nok hørt om? Klima betyder, hvordan vores vejr er og har været, om solen skinner, eller om det regner.

Det fortælles, at hele hans spændende eventyr startede, da han en weekend sad ude i sin have. Han sad i sin liggestol og nød en kold øl. Mens han sad der, begyndte det at regne. Willi fik den tanke, at han ville undersøge, om der kom forskelligt regnvand fra hver regnbyge. Så Willi brugte sin ølflaske til at samle regnvand. Hen over weekenden regnede det flere gange, og Willi fyldte potter og pander fra sit køkken med regnvandet.

Da Willi undersøgte sine regnvandsprøver fra ølflasken og sine gryder, opdagede han, at der var forskel på regnvandsprøverne. Det gjorde Willi meget nysgerrig. Han tænkte, at hvis regnvandet var forskelligt nu, mon det så også var det samme for 1000'er af år siden?

Willi blev ved med at spekulere over det. Han grublede over, hvordan han kunne måle det. Han spurgte sig selv: "Hvor kan jeg finde gammelt regnvand?". Så var det, at han kom i tanke om, at der på Grønland ligger masser af is, som jo er regnvand, der er frosset. Derfor begyndte Willi Dansgaard at bore iskerner ud af indlandsisen på Grønland. Hans undersøgelser gjorde ham verdenskendt. Willis iskerner kan nemlig fortælle os om, hvordan klimaet var for flere 1000'er af år siden. Det var disse undersøgelser, der gjorde ham til en verdenskendt glaciolog… ja, I hørte rigtig "gla-ci-o-log", det er en person som forsker i naturlig is. Hi.. hi.. ja, naturlig is. Ikke de is, vi køber i supermarkedet. Jeg elsker is, min favorit er "kæmpe læske".

Kig på tegningen og snak om tingene I ser.

Vi ses

Undersøg

Fælles snak om tegningen.

Matematisk sproglig opmærksomhed ud fra begreber som beskriver orden eller retning, fx op/ned, over/under, højre/venstre, frem/tilbage, foran/bagved/ved siden af.

Til sidst farvelægges tegningen.

Eksempler på sætninger

Snemanden står inde i fryseren.
Hans hat ligger oven på skamlen.
Kaffekoppen står på bordet.
Willi står i venstre side af tegningen.
Ølflasken står foran fryseren.
Skamlen står bag bordet.

Forsøg – lege for at lære, for at forstå.

Sæt streg til vandets temperatur.

Målet er, at I får

- kendskab til vands forskellige tilstande og temperaturer
- kendskab til et termometers egenskaber og kan måle med det.

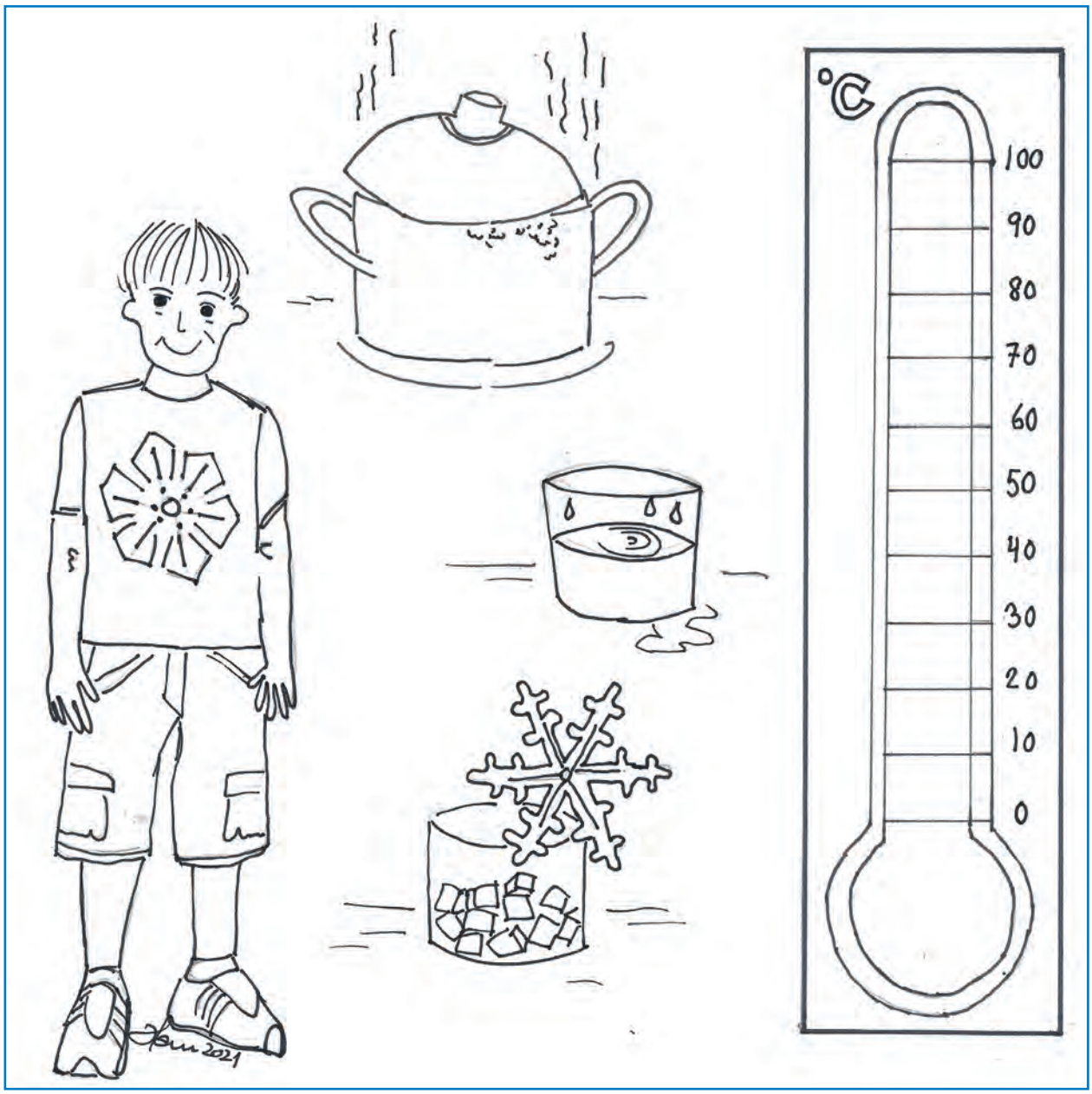
Start med at lytte til Willis historie om vand og is.

Historie 2:
https://kortlink.dk/dkmat/2g535

Undersøg

Afprøv de små forsøg.
Tegn streger fra tegningerne til temperaturen på termometeret, der passer til.

Tegning: Hanne Bindslev Gregersen



Willis historie om forsøg med vand

Historie til Willis verden – Vand og temperatur

Start med at høre lydfilen eller læse historien højt.

Hej igen

Fik I set på tegningen og snakket om de forskellige ting? Nu ved I lidt om den danske "gla-ci-o-log" Willi Dansgaard.
På tegningen så I nok, at der stod to glas og en kaffekop oven på bordet.
I det ene glas var der isterninger, i det andet var der vand, og i kaffekoppen var vandet så varmt, at man kan se dampen.

Måske I allerede ved, at når is smelter bliver det flydende. Ligesom når jeres ispind om sommeren smelter mellem fingrene på jer, hvis I altså ikke spiser isen med det samme.
Hvis snemanden på tegningen ikke stod i fryseren, ville han også smelte indenfor.

Hvis vi koger vand, bliver det til damp. Måske I derhjemme har set gryden med kartoflerne koge på komfuret? Så kan man se den varme damp stige op fra gryden.

Vand er fantastisk:
Det kan være flydende, så vi kan drikke det, det kan være frosset til is, eller det kan koges, så det bliver til damp. Vand har ingen farve. I kan se lige igennem, og vand smager heller ikke af noget.

Nu skal I sammen med jeres lærer eller pædagog afprøve et lille forsøg.
1) *I skal rengøre jeres skolemælkekarton og hælde vand i. Husk at skrue låget godt på.*
2) *Læg jeres karton i fryseren og vent.*
3) *Tjek jeres karton næste dag. Hvad er der sket? "Pist… jeg røber ikke noget, det må I selv finde ud af".*
4) *Mål isens temperatur.*

I skal også afprøve et lille fælles forsøg.
Her er det jeres lærer eller pædagog, som skal udføre forsøget, da det er lidt farligt. Måske I ved hvorfor, jeg siger: "Det er lidt farligt", når jeg nu fortæller jer om forsøget.
1) *Kog vand i en gryde, og se hvad der sker.*
2) *Gæt hvilken temperatur, din lærer måler.*

Ja, rigtigt, kogende vand er lidt farligt, især hvis man kommer til at spilde det på sig, så gør det rigtig ondt.

Stil også en lille skål med vand i vindueskarmen en uges tid, og se hvad der sker med vandet.

Vi ses!
Jeres Willi

Fakta om vand

Vand har ingen farve. I kan se lige igennem.
Vand smager heller ikke af noget.

Vand har 3 former:
Det vand I drikker, er flydende.
Vand er flydende, når temperaturen er fra 0 til 100 grader.

Is, er frosset vand og har en temperatur under 0 grader.

Når vand koger, bliver det til damp.
Ved 100 grader bliver vand til damp.

Undersøg

Et lille forsøg:
I skal rengøre jeres skolemælkekarton og hælde vand i. Husk at skrue låget godt på.
Læg jeres karton i fryseren.
Tjek jeres karton næste dag. Hvad er der sket?
Mål isens temperatur.

Fælles forsøg:
Kog vand i en gryde, og se hvad der sker.
Gæt hvilken temperatur din lærer måler.

Stil også en lille skål med vand i vindues-karmen og se, hvad der sker med vandet.

Willis verden – Snekrystaller

Klip jeres egne snekrystaller.

Følg vejledningen.

Illustrationer: Hanne Bindslev Gregersen

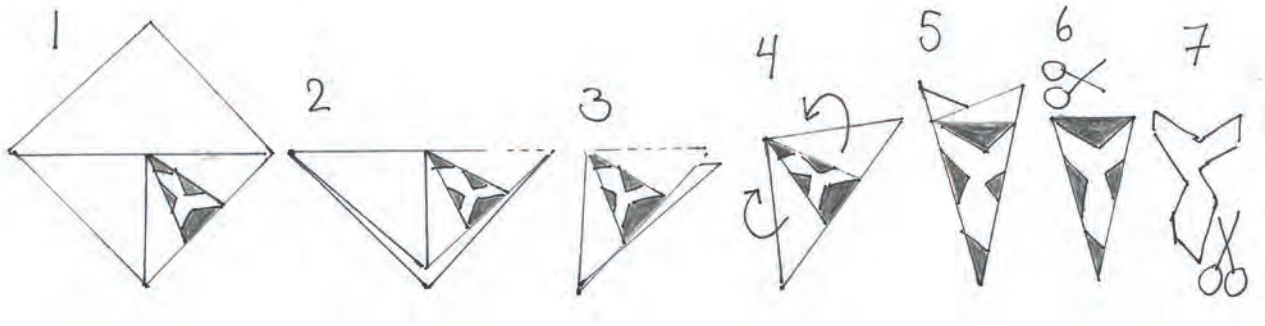
Målet er, at I kan

- gengive enkle figurer
- følge en vejledning
- få viden om enkle geometriske figurer og mønstre.

Start med at lytte til Willis historie om snekrystaller.

Historie 3:
https://kortlink.dk/dkmat/2g536

Vejledning i at folde et snekrystal



Undersøg

Fold og klip snekrystaller. Brug først *Skabelonen til snekrystal* og vejledningen. Tegn herefter jeres egne skabeloner.

Tip til vejledningen

Leg "Kongens efterfølger". I kan folde jeres snekrystal i fællesskab, trin for trin. Lad den voksne forklare, vise og folde først.

Fakta

Alle snekrystaller har seks sider.

Snekrystaller dannes, når det er frostvejr. Snekrystaller dannes af vand.

Alle snekrystaller er unikke. Det betyder, at der ikke er to ens.

Snekrystaller kaldes også for iskrystaller eller snefnug.

Materialer

Skabelon til snekrystal
Skabelon til eget snekrystal
Saks
Blyanter
Farver
Linealer
Limstifter
Kopi af skabelon
Evt. silkepapir

Willis historie om iskrystaller

Historie til Willis verden - Snekrystaller

Start med at høre lydfilen eller læse historien højt.

Halløj igen.
Ja, det er utroligt, som is er koldt for fingrene.

Nu ved I, at is dannes af vand, hvis det er koldt og under 0 grader.
Men vidste I, at inde i isen finder vi iskrystaller.
Iskrystaller kaldes også snefnug eller snekrystaller.

Vidste I også, at alle iskrystaller har seks kanter?

Nu skal I klippe jeres egne iskrystaller.
I skal bruge kopien med skabelonen, en saks, en limstift og gerne silkepapir. Det er lidt som at klippe et gækkebrev, men husk, at en iskrystal har seks kanter.

Fold og klip i fællesskab. I min klasse leger vi "kongens efterfølger", det betyder, at min lærer viser, folder og klipper først, og bagefter gør vi det.

Når I har klippet jeres fine iskrystal ud, kan I sætte den på et stykke silkepapir, det bliver bare så flot, når man sætter det på vinduet.

Prøv at se, om I kan tælle seks kanter på jeres iskrystal.

Tak for at jeg måtte besøge jer.
Det har været så hyggeligt.
Jeg må desværre videre nu.
Jeres Willi

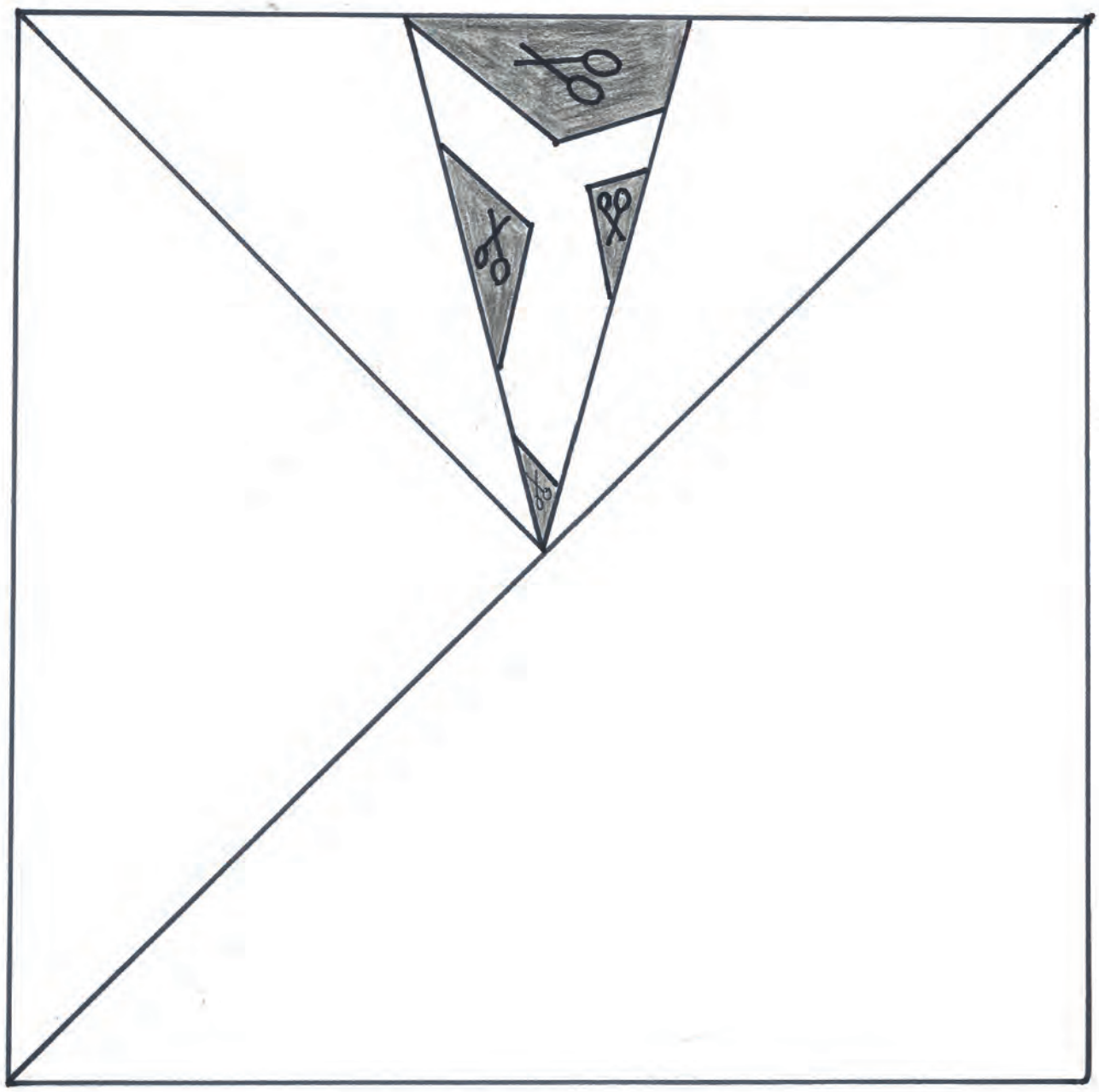
Foto: Hanne Bindslev Gregersen

Skabelon til snekrystal

Fold og klip snekrystaller

Klip Skabelonen ud og følg vejledningen på elevarket.

Illustrationer:
Hanne Bindslev Gregersen

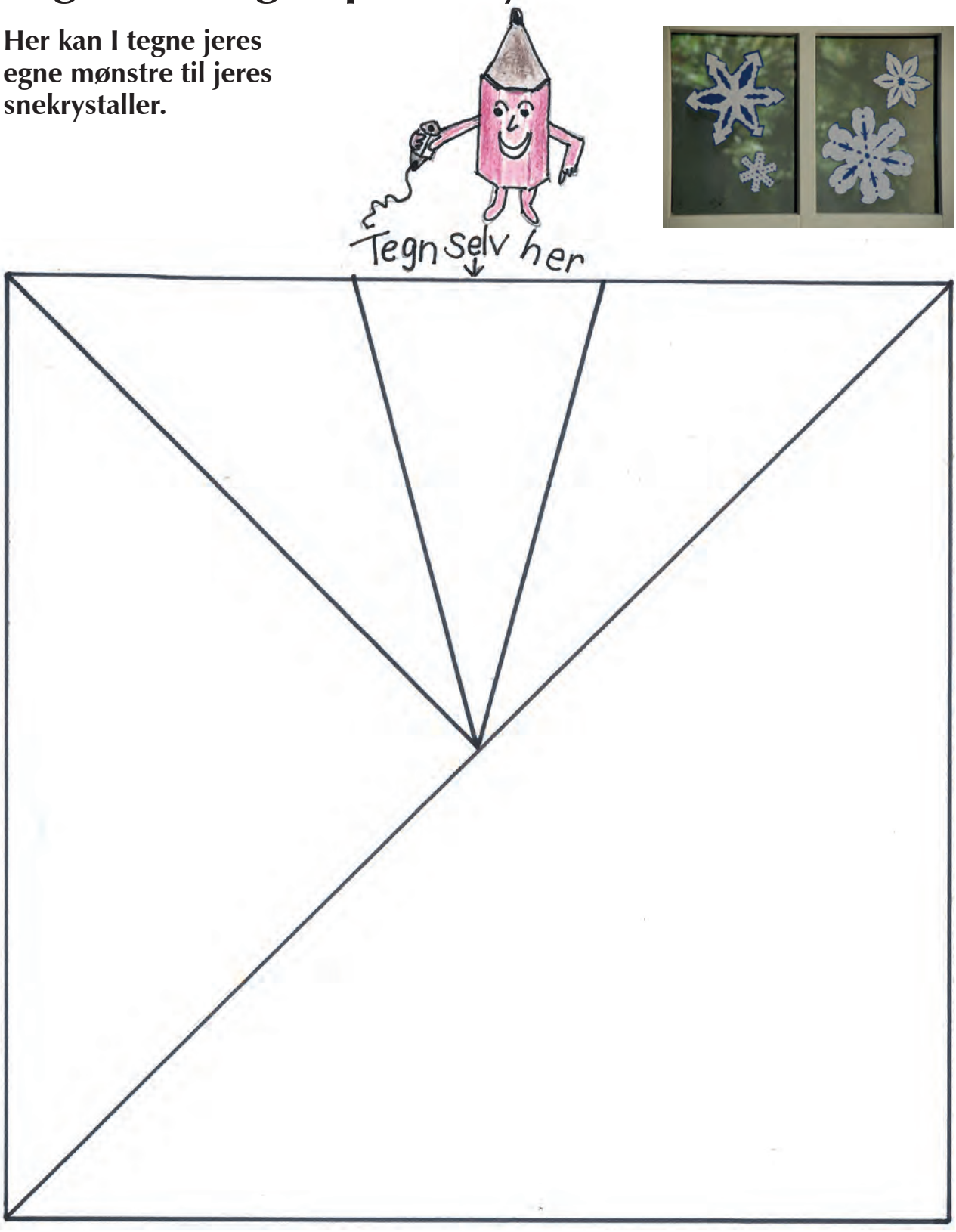


Tegn selv skabelon til snekrystal

Tegn, fold og klip snekrystaller

Her kan I tegne jeres egne mønstre til jeres snekrystaller.

Foto og Illustrationer:
Hanne Bindslev Gregersen



Willis verden – Talfølger

Forbind tallene

Tegn streger mellem tallene i rækkefølge.

Målet er, at I kan

- læse og ordne et og tocifrede naturlige tal
- få viden om talsymboler og deres ordning.

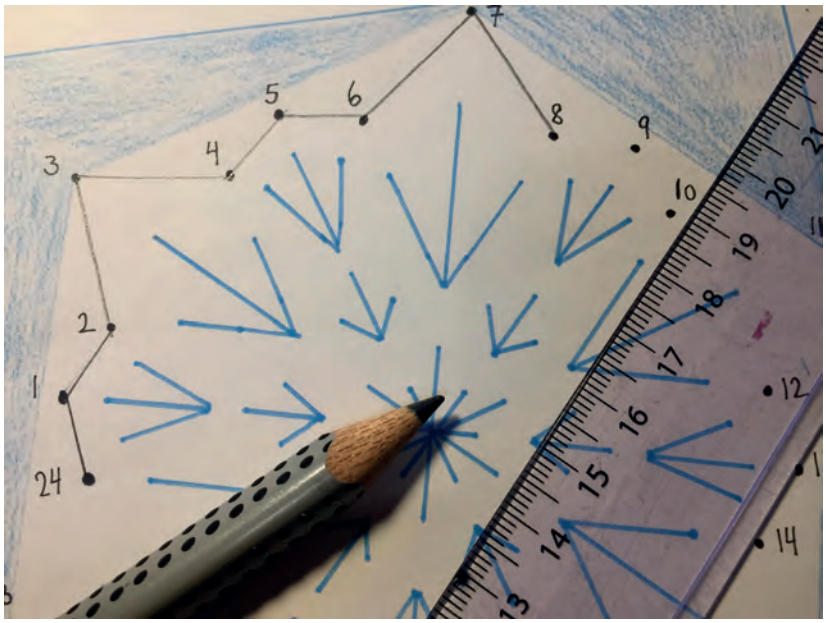


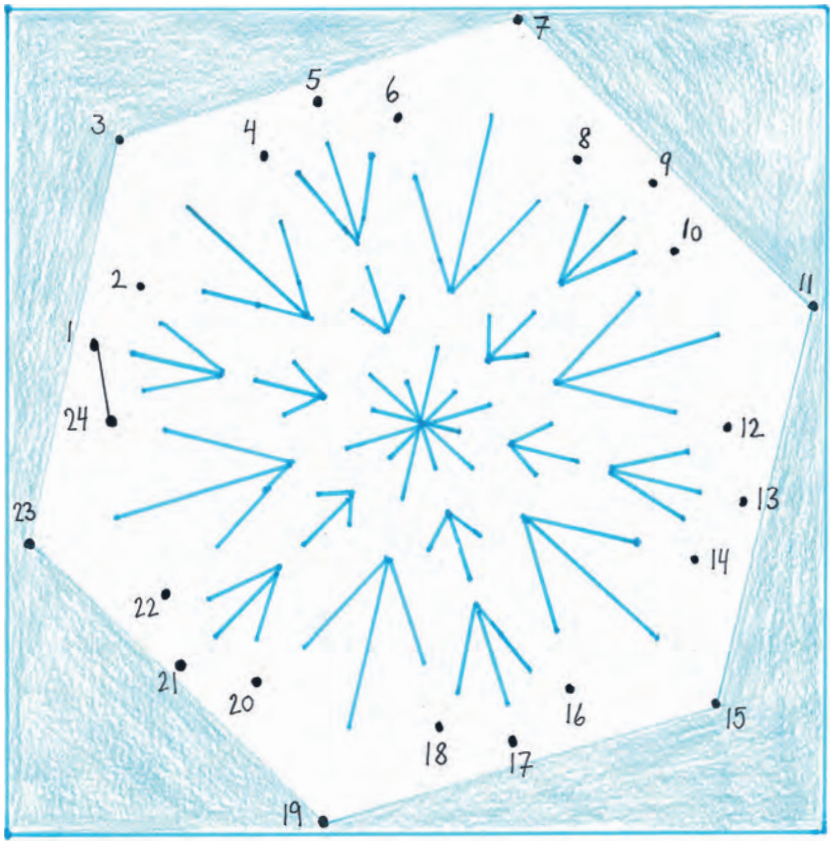
Foto og tegning: Hanne Bindslev Gregersen

Undersøg

I skal tegne en streg fra tal til tal.

Husk at bruge lineal.

Kan I se hvilken figur, der kommer frem?



Materialer

Blyant
Lineal

Idé

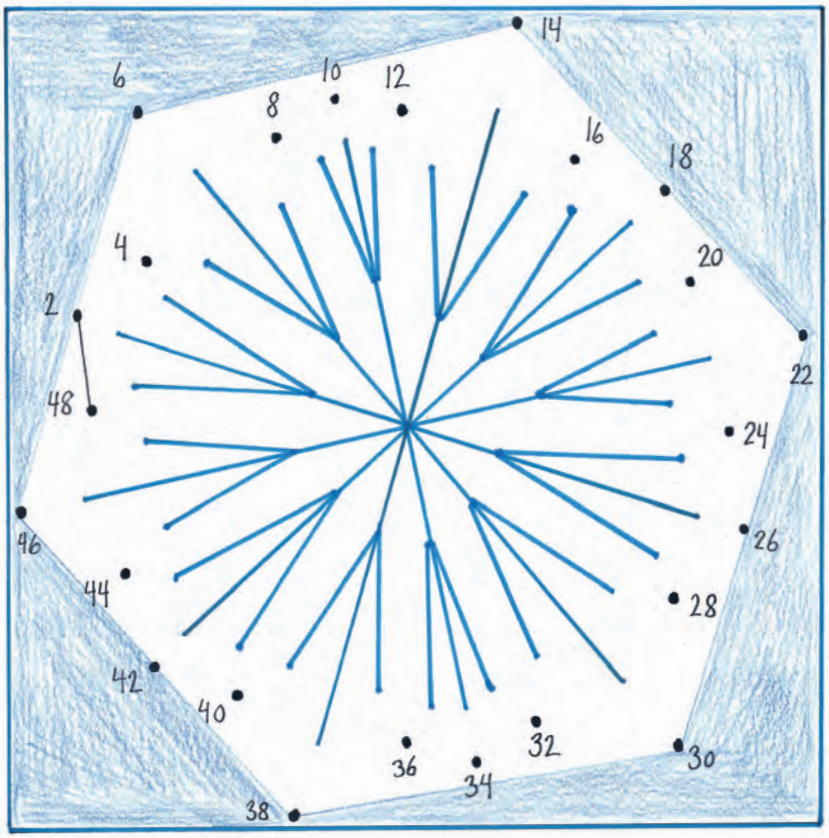
Prøv at læse tallene højt for en klassekammerat.

Willis verden – Lige og ulige

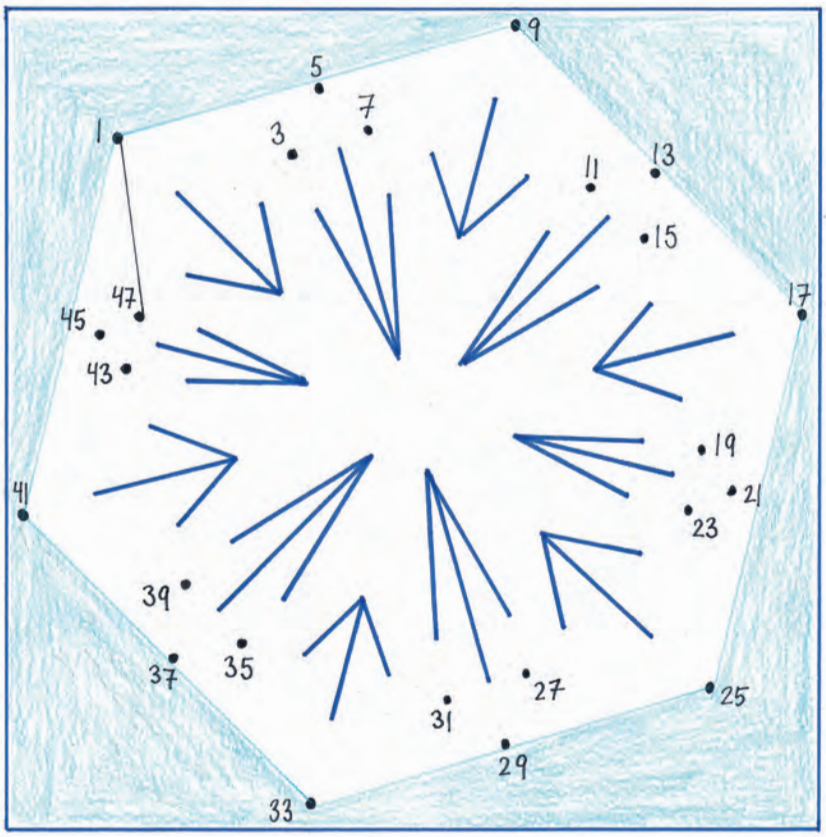
Kender I de lige og ulige tal?

I skal tegne en streg fra tal til tal.

Genkender I de figurer, der kommer frem?



Tegninger: Hanne Bindslev Gregersen



Willis verden – Sekskanter

Genkend geometriske former

I skal finde sekskanterne og farvelægge dem. Hvor mange fandt I?

Målet er, at I kan

- gengive og beskrive enkle figurer og mønstre
- få viden om enkle geometriske figurer og mønstre.

Ideer

Måske kan I tegne symmetriakser i de sekskanter, I har farvet?

Læg mønstre med jeres geobrikker.

Genkender I andre figurer end sekskanten?

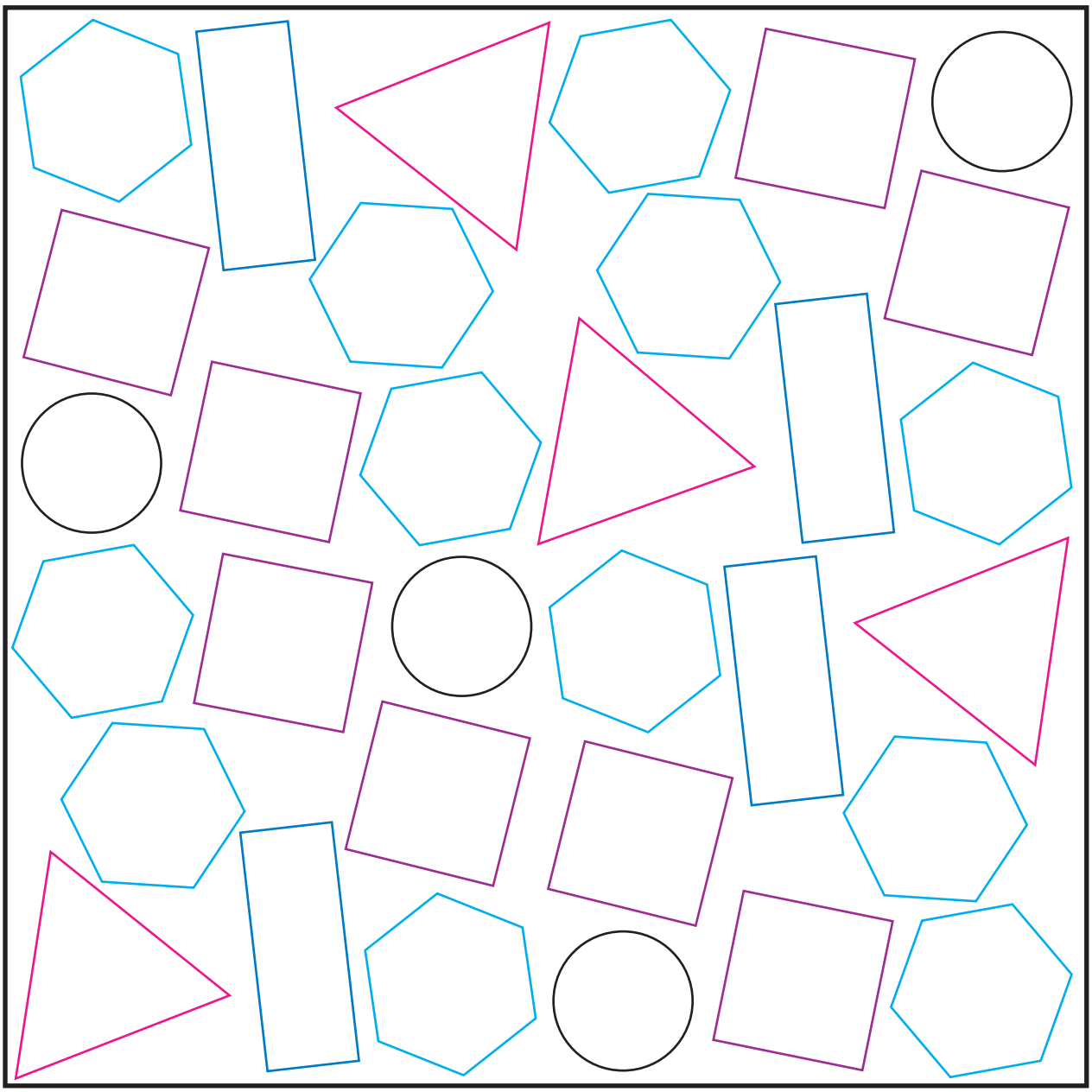


Foto og tegning: Hanne Bindslev Gregersen

Willis verden

Klassetrin og omfang
"Willis verden" er målrettet indskolingen, 0. til og med 2. klasse.
1 modul pr. oplæg.

Elevforudsætninger
Forløbet kræver, at eleverne er nysgerrige og har gåpåmod.

Aktiviteter
Bemærk alle opgaver i serien "Willis verden" er tegnet i et kvadrat. Snak med eleverne om kendetegnene ved firkant og kvadrat.

NB: Teksten på elevoplæggene er til videreformidling af den voksne, som sidder med børnene.

Der følger en historie med til de første tre elevoplæg i Willis verden. Her kan læreren/pædagogen læse højt, eller eleverne kan lytte til lydfilen.

Links til lydfilerne
De tre historier findes på siden med ekstramateriale til bogen:
https://kortlink.dk/dkmat/2g53e
Lydfilerne kan også tilgås direkte via nedenstående links.

Willis velkomsthistorie
Historie 1:
https://kortlink.dk/dkmat/2g534

Willis historie om vand og is
Historie 2:
https://kortlink.dk/dkmat/2g535

Willis historie om snekrystaller
Historie 3:
https://kortlink.dk/dkmat/2g536

Forløb Vi taler matematisk Vand og temperatur - forsøg Klip et snekrystal Talfølger Genkend sekskanter	Matematiske kompetencer	Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	**Kommunikation**	**Hjælpemidler**
Matematiske stofområder							
Tal og algebra			■			■	■
Geometri og måling			■			■	■
Statistik og sandsynlighed							

De enkelte elevoplæg i Willis verden

Willis verden
Vi taler matematisk
En vigtig forudsætning for at være parat til matematik er at kunne forstå tallene. Mange børn har erfaring med at tælle og kan allerede ved skolestarten skrive tal, men det er ikke det samme som, at de forstår tallene. Der er rigtig mange sproglige forudsætninger, der skal til, for at være klar til at lære matematik.

I løbet af elevens første år arbejdes der med den matematisk sproglige opmærksomhed. Det vil fx være begreber som få/mange, lige mange (ens), størst/mindst, let/tung, kort/lang, høj/lav samt større end/mindre end.
Begreber som beskriver orden/retning, fx op/ned, over/under, højre/venstre, frem/tilbage, foran/bagved/ved siden af.
Samt begreber, der knytter sig til tid, fx før/efter, nu, lige om lidt, i går, i morgen, om en uge, en time, et år, for mange år siden.

Geometri
Få kendskab til geometriske former og begreber som symmetri og størrelsesforhold.
Brug af figurnavnene trekant, firkant og cirkel.
Genkende mønstre og selv kunne fremstille mønstre.
Beskrive former med ord som rund, lige, kantet, aflang, sekskantet.

Start med at klassen lytter til Willis fortælling. Snak om tingene på tegningen med udgangspunkt i den sproglige dimension. Eleverne skal selv farvelægge tegningen.

Fortæl klassen om vandets kredsløb. Om at vandet i skyerne skaber regn og nedbør, og at solens stråler gør at vandet fordamper og stiger op i skyerne.

Ekstra
Eleverne tegner ting, de forbinder med vand (materialer: hvidt tegnepapir og tegneredskaber).

Beskrivelse af de enkelte elevoplæg i Willis verden.

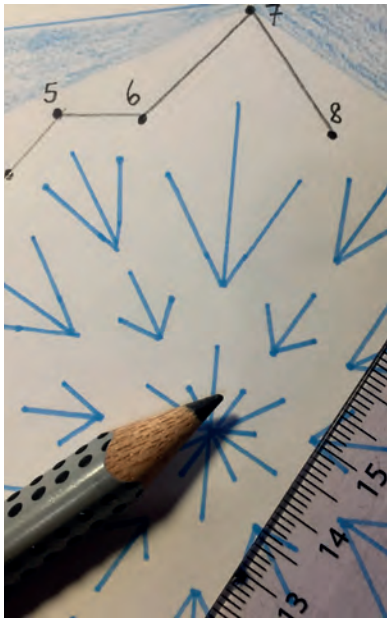


Foto: Hanne Bindslev Gregersen

Willis verden Vand og temperatur

Lad elever opleve, hvordan vand bliver til is/is bliver til vand.

Start med, at de klipper mælkekartonen op og lægger isklumpen på en dyb plastiktallerken. Nu kan de mærke isklumpen, der smelter.

Brug et robust termometer (evt. låne i fysik-kemilokalet). Husk det tager tid for termometeret at indstille sig. Det er en god ide, at eleverne øver sig på koldt og varmt vand fra hanen.

Snak om termometerets tal, at der er negative tal.

Sikkerhed. Det anbefales, at det er den voksne, som måler temperaturen på det kogende vand.

Eleverne skal selv farvelægge tegningen.

Willis verden Snekrystaller

Snak med eleverne om, hvordan man klipper, og at de skal klippe i stregen. Tal med dem om den erfaring, de allerede har med at klippe gækkebreve.

Kopier skabelonen over på almindeligt kopipapir (det tynde kopipapir er nemt at klippe i).

Instruerende matematik. Følge en vejledning: Fold skabelonen i fællesskab, leg "Kongens efterfølger" og vis eleverne trin for trin, hvordan de folder og klipper. Brug matematiske udtryk undervejs fx halvere, fold over, spids mod spids, foldningen er delt i tre. Fortæl dem gerne, at det er svært at folde en snekrystal pga. trin 4.

Tips: Det er en god ide at have et par foldede snekrystaller liggende, i tilfælde af at nogle elever får foldet skævt. Når de har klippet deres snekrystal, bliver det flot, hvis de klistrer det på et stykke farvet silkepapir. Klip silkepapiret til og hæng de flotte snekrystaller op i vinduet.

Ekstra

Spil Memory med snekrystaller. Saml alle jeres snekrystaller til et spil. Kopier dem på en mørk baggrund, så I får to ens sæt kort med snekrystaller. Kortene lægges med bagsiden opad i hver sin ende af et lokale. Regler: En elev vender et kort fra det ene sæt og løber over til den anden ende af lokalet og prøver at finde makkeren. Når man finder et par, må man tage kortene og får et point.

Willis verden Talfølger, lige og ulige

Snak med eleverne om talrækken, de lige og ulige tal.

Når de løser opgaverne ved at forbinde tallene, så husk dem på at bruge lineal og alm. blyant, så de kan viske ud, hvis de tegner forkert.

Willis verden Sekskanter

Start snakken med at se på geobrikker, snak om former og navne på de geometriske brikker.

Lad eleverne sortere efter form, størrelse og farve.

Eleverne skal finde 6-kanterne på elevarket og farvelægge dem.

Ekstra

Lad eleverne finde og indtegne symmetriakser.

Links til mere viden

Snefnug og iskrystaller forklaret på 6 minutter.
Besøg sciencefix.dk
https://kortlink.dk/2fkxm

Snefnug vokser som iskrystaller i sæbebobler
https://youtu.be/Wqk_CKSxlyU

Klimaforskningen startede med en tom ølflaske.
Besøg geoviden.dk
https://kortlink.dk/2fkxt

Willi Dansgaard - Glaciologi, Store danske videnskabsfolk.
https://kortlink.dk/dr/2fmby

Historie om Nys

Alfen Nys møde med is og snefnug

Historie til højtlæsning i klassen som introduktion.

Alfen Nys bor langt ude i skoven under et stort træ. Han er en ung alf på 100 år og er lige flyttet hjemmefra. Han er en lille alf på kun 15 cm uden sin hue.
Huen fik han i 100 års fødselsdagsgave af sin mormor. Han har den på, både dag og nat. Huen kan trylle ham andre steder hen, han skal bare sige nogle hemmelige trylleord. Trylleordene lærte han på sin 100-års fødselsdag af sin morfar. De bad ham om at passe meget på, hvor han ønskede sin hen, og at han ALDRIG måtte blive set af menneskene eller endnu værre - tale med dem.

Men Nys har mødt Tilde, som er et menneskebarn, og de er blevet rigtig gode venner. Nys er ikke hans rigtige alfenavn, men han bliver altid kaldt Nys, fordi han er meget nysgerrig.

En snevejrsdag går Nys en tur i skoven. Nys tager lidt sne op i hånden og undrer sig over, hvorfor der er forskel på størrelsen af de forskellige snefnug, og han bliver enig med sig selv om, at det må han spørge Tilde om næste gang de ses. I det samme hører han en velkendt stemme, og han bliver meget glad, da han ser Tilde komme syngende hen af stien. Nys kan se, hun går rundt med et forstørrelsesglas i hånden og kigger på snefnuggene. Nys spørger, hvad hun laver, og hun fortæller, at hun kigger på sneen, at hun igennem forstørrelsesglasset kan se, at der er rigtig mange forskellige snefnug. Nys har helt glemt sneen i sin hånd, og da han kigger ned, er sneen helt smeltet, og der er nu kun vand og nogle små støvkorn tilbage i hans hånd. Hvor blev sneen af, og hvor kommer støvkornene fra?

Tegninger: S. Haugaard

Tilde fortæller, at de i skolen har lært, at snefnug er et iskrystal, som dannes af vand oppe i skyerne. Og at et snefnug altid har form som en stjerne med seks arme. Tilde fortæller videre, at et snefnug er som et brev fra en anden verden, da hvert snefnug er bygget op omkring et støvkorn, som kan komme fra hele verden.
Når det er rigtig koldt oppe i skyerne, samler de små vanddråber fra skyen sig omkring støvkornet og fryser, så der opstår et snefnug, som på en snevejrsdag falder ned som sne.
Tilde finder en bog frem fra sin taske, og hun viser Nys en side i bogen, der fortæller om Willi Dansgaard, som var en kendt dansk glaciolog. Det vil sige at han forskede i is, og han beviste for mange år siden, at isen gemmer på viden fra fortiden.

Willi startede sin forskning ved at indsamle regnvand i flasker ude i haven og fra en flyvemaskine oppe i skyerne. Han fandt ud af, at der er forskel på temperaturen på regndråberne, som kommer ned fra skyerne. Hvis regndråberne kommer fra nederste del af skyen, er de varmere end de regndråber, som kommer fra den øverste del af skyen. Det er ligesom om, at dråberne har et lille termometer inde i sig, og de kan derfor fortælle, hvad temperaturen var oppe i skyen. Senere undersøgte Willi indlandsisen på Grønland, men det er en helt anden historie.
Nys kan godt forstå det Tilde siger, men undrer sig stadig over, hvor hurtigt snefnugget i hans hånd smeltede og blev til vand. Han syntes også, at han havde meget mere sne i hånden, end han nu har vand. Kan det være rigtigt?

Kan vandet blive til sne eller is igen? Nys spørger Tilde, men hun ved det heller ikke.
Så har I ikke lyst til at hjælpe Nys og Tilde med at undersøge, hvordan vand bliver til is, og is bliver til vand?

Fra vand til is

Forsøg med målinger

Indsamling og forsøg med regnvand samt forsøg med en isklump.

Målet er, at I kan

- opnå en forståelse af forskellen mellem frossen og flydende vand.

Forsøg med vand

I skal indsamle vand på en regnvejrsdag. Brug gerne flere forskellige beholdere til at opsamle vandet i. Fx en flaske, gryde eller skål.

Fotos: Susanne Haugaard

Undersøg

Hvor meget vand har klassen indsamlet, og er der den samme i mængde i alle beholdere?

Fyld vandet op til randen i en skolemælkskarton, og undersøg vandet ved at udfylde skemaet.
Husk, at før I vejer og måler, skal I gætte på resultatet.

Frys jeres mælkekartoner med vand.

Når vandet er frosset undersøges isen, og I skal igen udfylde skemaet.

Sammenlign tallene fra jeres skema, og undersøg om der er forskel på flydende vand og fast is?

Undersøg, hvor lang tid det tager, før isen er smeltet?

Diskuter om vand kan fryse igen, og hvordan I vil undersøge det.

Forsøg med isklump

Læg en isklump ned i en gennemsigtig beholder med vand.

Undersøg

Hvad sker der med isklumpen?

Mål temperaturen på vandet flere gange.

Hvor lang tid tager det før isen er smeltet?

Når isen er smeltet, mål igen temperaturen.

Tal med hinanden om, hvad der skete med isklumpen og temperaturen på vandet under forsøget.

Materialer

Beholder til indsamling af vand.
Vægt
Litermål
Decilitermål
Mælkekartoner til nedfrysning af vand
Ur
Gennemsigtig beholder

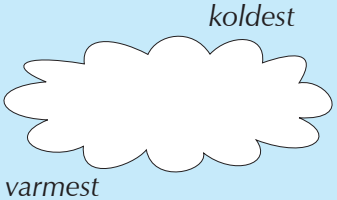
Ideer

Hvis I ikke har mulighed for at indsamle regnvand, kan kunstigt regnvejr fremstilles ved hjælp af en vandkande, eller I kan hælde almindeligt vand i mælkekartonen.

Hvis der er sne, kan man vælge at bruge en snebold i stedet for en isklump af frossent vand.

Tænk engang

En sky er varmest forneden og koldest for oven.



Skema til forsøg

Forsøg fra vand til is	Flydende		Frossen		Efter 30 min.		Smeltet	
	Gæt	Måling	Gæt	Måling	Gæt	Måling	Gæt	Måling
Temperatur								
Vægt								
Højde på vandstanden								
Omkreds af beholderen								

Snefnug og krystaller

Fremstil krystaller

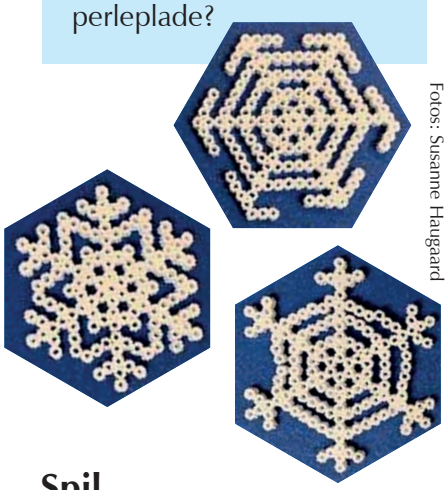
Sne indeholder mange iskrystaller, som har forskellige størrelser og former. En iskrystal er altid et sekskantet prisme. Man kan også sige, at det er en stjerne med seks arme. Det påstås, at der ikke er to iskrystaller, som er ens.

Målet er, at I kan

- opnå en forståelse af iskrystallernes opbygning.

Undersøg

Iskrystaller på perleplader
Hvor mange forskellige iskrystaller kan I bygge med perler på en sekskantet perleplade?



Fotos: Susanne Haugaard

Spil

Tag et foto af jeres perleplader eller tegn iskrystaller til spillet. Saml alle tegninger eller fotos. Kopier to sæt til hvert hold.

Spil vendespil med kortene ved at lægge hvert et sæt i hver sin ende af lokalet.

En elev må nu vende et kort fra den ene bunke og løbe over til den anden bunke og prøve at finde makker-kortet til det første kort. Der må kun vendes et kort fra hver bunke pr. omgang. Når eleven har et par må det fjernes.

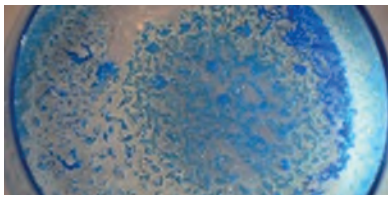


Foto: Susanne Haugaard

Krystaller af kobbersulfat

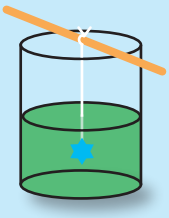
Undersøg

Fremstil et krystal

Bland 50 g kobbersulfat med 100 ml varmt vand.
Hæld blandingen op i en skål med stor overflade.
Lad det stå mindst et døgn.
Skålen må ikke røres.

Nu skulle der gerne være små krystaller i skålen.

Finde det største krystal, og bind det på en træpind med en fiskesnøre eller sytråd.



Hvis I ønsker et større krystal

Bland 100 g kobbersulfat med 200 ml vandt vand.
Hæld blanding op i et glas, og hæng eller læg krystallet ned i opløsningen.
Lad det stå mindst et døgn.
Skålen må ikke røres, og krystallet skulle gerne begynde at vokse.

Materialer

Sekskantede perleplader
Hvide perler
Bagepapir
Strygejern

2 kopier pr. hold af alle iskrystallerne til spillet

Kobbersulfat til krystal
Vand
Skål med stor overplade
Højt glas
Træpind
Fiskesnøre/sytråd

Ideer

Forståelse af isboringer

Bag en kage med flere lag i forskellige farver.
I kan eventuelt komme salt i det ene lag.
I kan bore ned i kagen med et tykt gennemsigtigt rør, fx et reagensglas for at undersøge, hvilke farver kagen har i de forskellige lag.

Tænk engang

At isen på fx Grønland gemmer på viden om fortiden. Man kan simpelthen læse hele jordens klimahistorie i en iskerne.

Fra vand til is, Snefnug og krystaller

Klassetrin og omfang
Indskolingen/mellemtrinnet.
Varighed: 4-6 lektioner over mindst to dage.

Elevforudsætninger
Eleverne skal have kendskab til de før-faglige-ord og begreber, der knytter sig til symmetriske mønstre samt måling af temperatur og vægt.

Aktiviteter
Dette oplæg er delt i to aktiviteter "Fra vand til is" og "Snefnug og krystaller".

Fra vand til is
Eleverne skal enkeltvis eller parvis blive enige om, hvordan de vil indsamle vandet og efterfølgende undersøge forskellen på vandet før og efter, vandet er frossent.
Her skal de yngste have mulighed for at udvikle en strategi til at måle. Dette kan gøres ved, at de i fællesskab benytter forskellige måleredskaber.

Undervejs i forløbet sættes fokus på de før-faglige ord, begreber og matematiske ord som benyttes.

Fokus ord
Vægt
Temperatur
Iskrystal /snefnug
Undersøge
Flydende
Frossent

Forløb

Alfen Nys
Fra vand til is
Snefnug og krystaller

Matematiske stofområder	Problembehandling	**Modellering**	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

Foto: Susanne Haugaard

Forsøg med en isklump
Isklumpen skal have en vis størrelse for at vende sig, og der skal være et rimeligt forhold mellem vand og is.

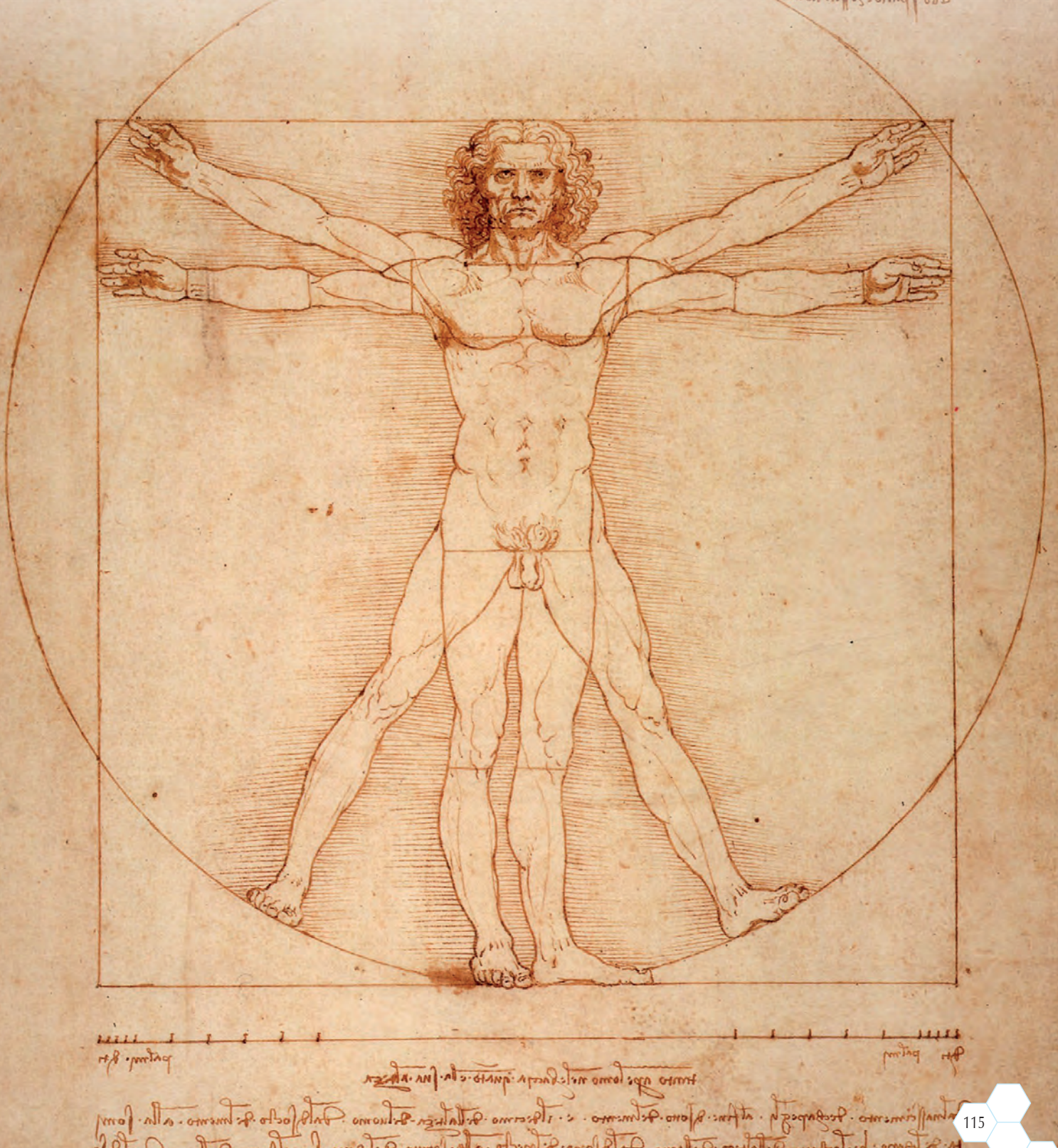
Snefnug og krystaller
Det kan anbefales at begynde med et simpelt iskrystal og herefter udbygge det. Målet med denne opgave er at arbejde med den sproglige udvikling. Derfor er det vigtigt at give eleverne god tid til at overveje og argumentere både i gruppearbejdet og fælles i klassen.

Ved fremstilling af krystaller kan der også benyttes kaliumaluminiumsulfat (alun) 15 g stof til 100 ml. vand, dette giver en klar krystal eller kaliumchrom(lll)-sulfat (chromalun) 45g stof til 100 ml vand giver en næste sort krystal. Hvis man vælger at få krystallen til at vokse, kan der med fordel laves en mere koncentreret opløsning end beskrevet. Hvis man ikke kan opløse kemikaliet, er det en god ide at hælde blandingen igennem et tefilter.

Evaluering
Forløbet kan afsluttes med en samtale om elevernes undersøgelser og overvejelser.
To firemandsgrupper sættes sammen og præsenterer deres undersøgelse for hinanden.
I samtalen skal der være fokus på det matematiske sprog.
Klassen forbereder og arrangerer en fælles udstilling, hvor de udstiller deres perleiskrystaller, samt i fællesskab taler om spørgsmålene fra undersøgelserne.

Afsnit 4

Matematik i mennesket



Mål smart i en fart

Fra fod til centimeter

Tegn et omrids af din egen krop og mål dit omrids.

Materialer
Stort papir
Farver
Måleredskaber

Målet er, at I kan
- opdage, hvorfor det er smart, at vi alle bruger de samme mål, når vi vejer ting og måler længder.

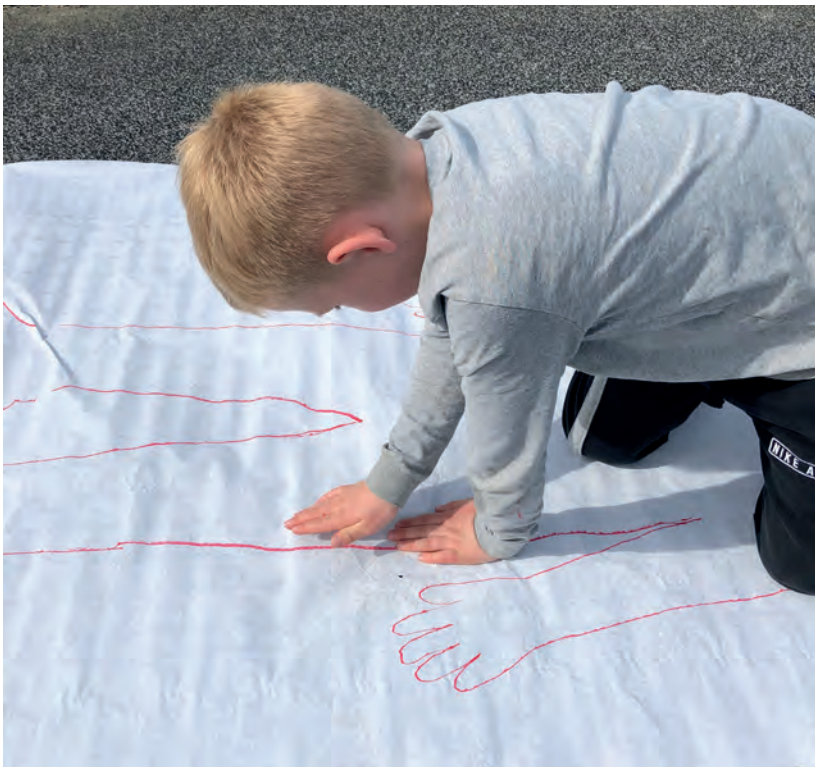


Foto: Ulla Westermann

Opmål din krop
I skal lægge et stort papir ud på gulvet.

I skal hjælpe hinanden med at tegne jer selv i fuld størrelse på papiret.

Du skal måle, hvor mange fod din krop er fra fødderne til toppen af hovedet.

Du skal måle, hvor mange hænder din krop er.

Du skal måle, hvor mange tomler din krop er.
Brug længden af det yderste led på din tommelfinger.

Kan du måle dig selv på andre måder?

Du skal skrive dine mål ind i tabellen.

Fakta
Gamle danske mål
En fod er ca. 31 cm.
En tomme er 2,6 cm.
En alen er 62,77 cm.

Undersøg
Jeres lærer har også tegnet rundt om sig selv og målt sig selv.

Nu skal I måle efter, om jeres lærer har målt sig selv rigtigt.

I kan for eksempel blive enige om at måle læreren i fod.

Får I samme resultat?
- hvorfor / hvorfor ikke?

Ideer
Du kan også måle dig selv med følgende måleredskaber: En tommestok, et målebånd, tierstænger og centicubes.

Du kan undersøge, hvor meget dit hoved fylder i forhold til din krop.

I kan skrive jeres højde målt i fod på en lap papir og sætte det på en tallinje på tavlen.

Mine egne mål

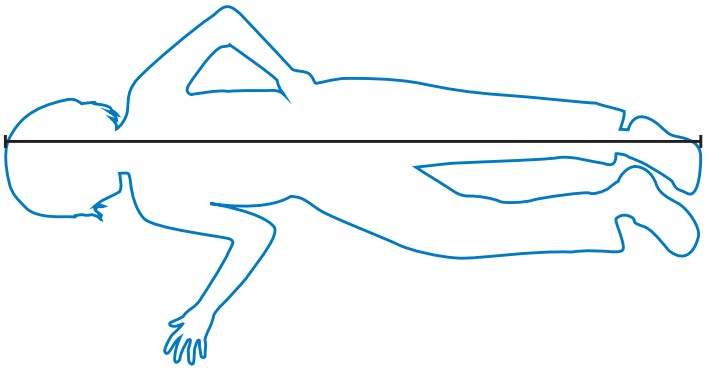
Mål smart i en fart

Hvor høj er du?

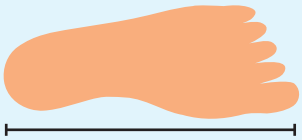
Mål højden af din kropstegning.
Brug dine fødder, hænder, tommelfinger.
Kan du måle dig selv på andre måder?

Navn

Højde på min tegning

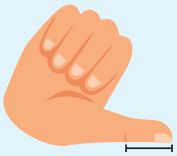


Fod

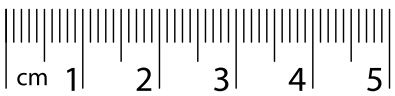


Hænder

Tomler



Centimeter



Mål smart i en fart

Klassetrin og omfang
Begyndertrin.
Varighed: 2-3 lektioner.

Elevforudsætninger
Eleverne skal ikke have nogle specielle forudsætninger.

Forløb Mål smart i en fart	Matematiske kompetencer	Problembehandling	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder							
Tal og algebra							
Geometri og måling				■			
Statistik og sandsynlighed							

Aktivitet
Forberedelse
Læreren skal huske at få lavet en tegning af sig selv på stort papir og målt sig selv med fødder / hænder / tomler.

Stor forskel
Ved fod-hånd-tommel-måling er pointen, at eleverne opdager, at der kan være stor forskel på resultaterne.

Præcist
Hvis I vil arbejde med præcise målinger, kan I lade eleverne måle sig selv med tierstænger og centicubes samt med målebånd eller tommestok.

I slutningen af indskolingen kan tabellen udfyldes med brug af meter. Lad eleverne måle i både centimeter og meter.

Hovedmål og brøker
Når eleverne undersøger, hvor meget deres hoved fylder i forhold til kroppen, kan de fx klippe en model af hovedet eller klippe en strimmel i hovedets længde, måle med målebånd/tommestok, og læreren kan angive resultatet som en brøk.

I kan snakke om, hvorvidt forholdet er det samme hos alle eleverne.
Hvad med læreren, gælder det samme for voksne og børn?
Er det rigtigt at et barns hoved udgør $\frac{1}{6}$ af barnets højde, og at en voksens hoved udgør $\frac{1}{8}$ af en voksens højde?

Søjlediagram med post-it
I kan samle elevernes måleresultater. Elever kan på post-it sedler skrive deres mål. Sedlerne kan sættes op på en tallinje på tavlen til et søjlediagram.

Gode undrespørgsmål
Hvor høje eller hvor lange er vi?
Er vi længst, når vi ligger ned?

Det kan være smart i en fart at måle med fod. Men er det nu alligevel så smart?
Bliver det præcist?

Ekstra
Afslut eventuelt med at oplæse siden med "Historie og fakta om meteren".

Evaluering
Opsamling på, hvad elevernes målinger viste.
En fælles samtale om, at vi bliver mest enige om resultatet, når vi måler med "rigtige" måleredskaber og med samme måleenheder.

Historie og fakta om meteren

Til højtlæsning

Mål i gamle dage

For over hundrede år siden brugte man ikke meter og centimeter, gram og kilo, sådan som vi gør i dag.
Dengang målte man i tommer, fod og alen, når man målte længder.

I flere byer blev der ved kirken eller ved rådhuset opsat en jernstang, der viste, hvor lang en fod var.

I Frankrig var det engang sådan, at det var længden på det yderste led på kongens tommeltot, der bestemte, hvor lang en tomme var. Længden på kongens fod bestemte, hvor lang en fod var.
Kongen bestemte alt.

I 1789 startede Den Franske Revolution. Det handlede om, at der i Frankrig var mange, som mente, at kongen havde for meget magt. Det endte med, at kongen blev halshugget. Nu ville man gerne have, at det var naturen, der skulle bestemme, hvordan man skulle måle.

Metron betyder mål på græsk. Man besluttede, at det nye mål skulle kaldes "meter".

Man brugte 7 år på at finde ud af, hvor langt der var fra Nordpolen til ækvator. Denne afstand ville man dele med 10 millioner. Resultat skulle vise, hvor lang en meter skulle være.

I 1875 mødtes Danmark med 16 andre lande i Paris. Her skulle man blive enige om at bruge den samme måde at måle på. Den nye måleenhed kaldte man for meter.
Først ca. 30 år efter blev det indført i Danmark.
På Danmarks Nationale Metrologiinstitut (DFM) kan man i kælderen finde en meter-stok fra dengang, man blev enige om, hvordan man skulle måle.

I dag har man besluttet, at en meter er den afstand, som lys bevæger sig i løbet af et meget kort øjeblik, $\frac{1}{299792458}$ sekund.

Kilder: Kraftig inspiration fra "Historien om meteren", Forlaget Matematik.
Kurt Petersen "Mål og vægt i Danmark" Polyteknisk Forlag.
https://kortlink.dk/DFM/2fqmc

Fakta

Centi betyder "delt i 100" på latin.
En centimeter betyder altså en meter delt i 100 dele.
Milli betyder "delt i 1000" på latin.
En millimeter betyder altså en meter delt i 1000 dele.

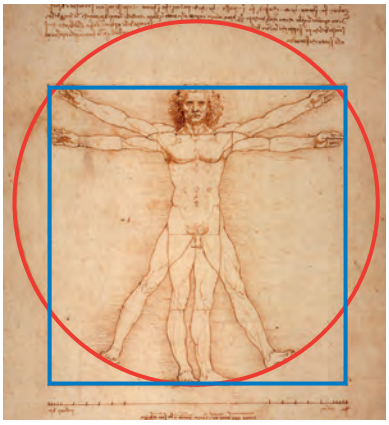
Den vitruvianske mand

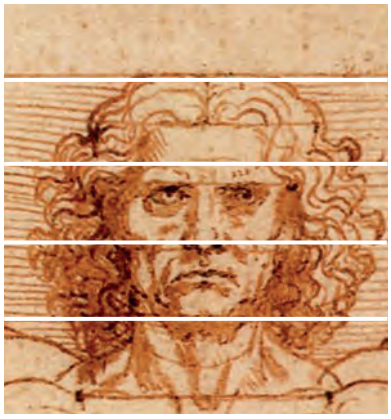
Overordnet introduktion til elevoplæg

Leonardo da Vinci var både videnskabsmand og kunstner. I ca. 1485 tegnede Leonardo da Vinci den vitruvianske mand, hvor han viser, hvordan han forestiller sig, at den perfekte menneskekrop er opbygget.

Marcus Vitruvius Pollio var en romersk arkitekt og ingeniør. Han er kendt for værket De Architectura, som er skrevet omkring 35 f.Kr. og genfundet i 1414. I værket beskriver Vitruvius arkitektur som billeder af naturen, hvor menneskekroppen defineres som det mest veldimensionerede bygningsværk i forhold til indbyrdes målforhold. Derfor mente Vitruvius, at templer skulle bygges efter principperne om det velproportionerede menneske.

Leonardo da Vinci arbejdede videre med Marcus Vitruvius Pollios teorier. Han tegnede den vitruvianske mand, der står på to forskellige måder, hvor kroppen har udstrakte arme og ben, der er indskrevet i både en cirkel og et kvadrat.





Alle mennesker er forskellige, hvorfor ingen kan forventes at leve op til Leonardo da Vincis ideal om det perfekte menneske. Derfor skal tegningen af den vitruvianske mand betragtes som en model.
Modellen viser, hvordan det perfekte menneske ville være opbygget, hvis det var skabt ud fra geometriske figurer og bestemte målforhold.

Fakta

Nogle af Leonardo da Vincis målforhold:

Personens højde er den samme som længden på tværs med udstrakte arme og hænder.

Hovedets højde er $\frac{1}{8}$ af personens højde.

Fodens længde er $\frac{1}{7}$ af personens højde.

Håndens længde er $\frac{1}{10}$ af personens højde.

Skridthøjden er $\frac{1}{2}$ af personens højde.

Armens længde er $\frac{2}{5}$ af personens højde.

Længden af øret er en $\frac{1}{3}$ af hovedets højde.

Afstanden fra albuen til armhulen er $\frac{1}{8}$ af personens højde.

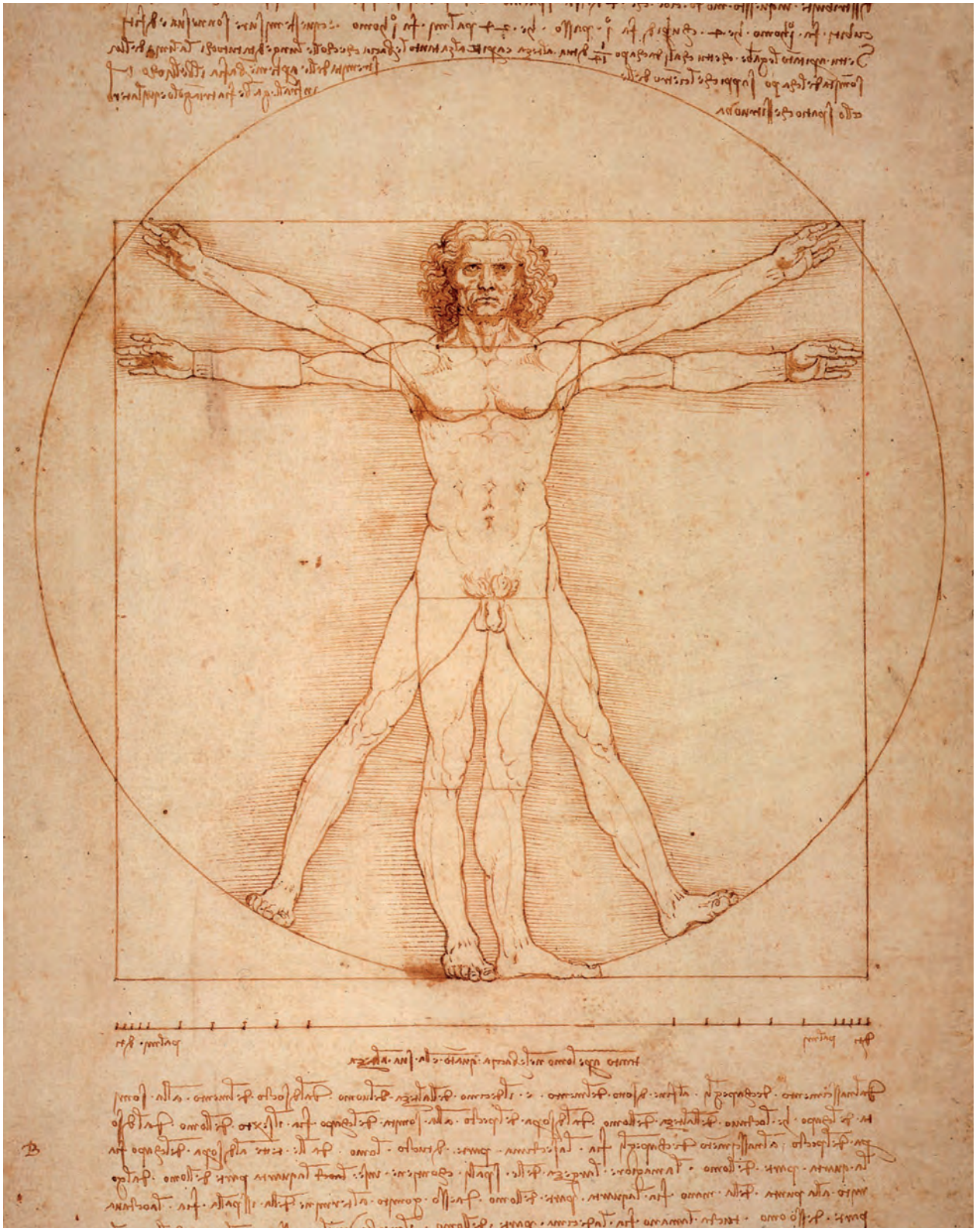
Afstanden fra albuen til fingerspidserne er $\frac{1}{5}$ af personens højde.

Afstanden fra hagen til næsen er $\frac{1}{3}$ af ansigtets længde.

Afstanden fra hagen til næsen er den samme som afstanden fra issen til øjenbrynene.

Den vitruvianske mand

Kopiark

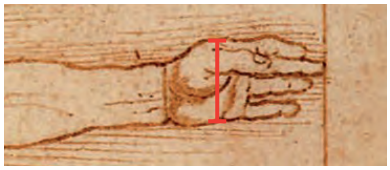


Underarm, håndflade og fod

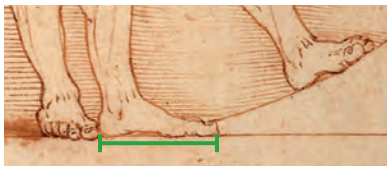
Målforhold og sammenhænge

Leonardo da Vinci ville vise med sin tegning, at der er forskellige sammenhænge mellem mål på kroppen.
I skal undersøge om Leonardo da Vincis teori om målforhold passer.
Desuden skal I finde ud af, om der er andre sammenhænge mellem mål på kroppen.

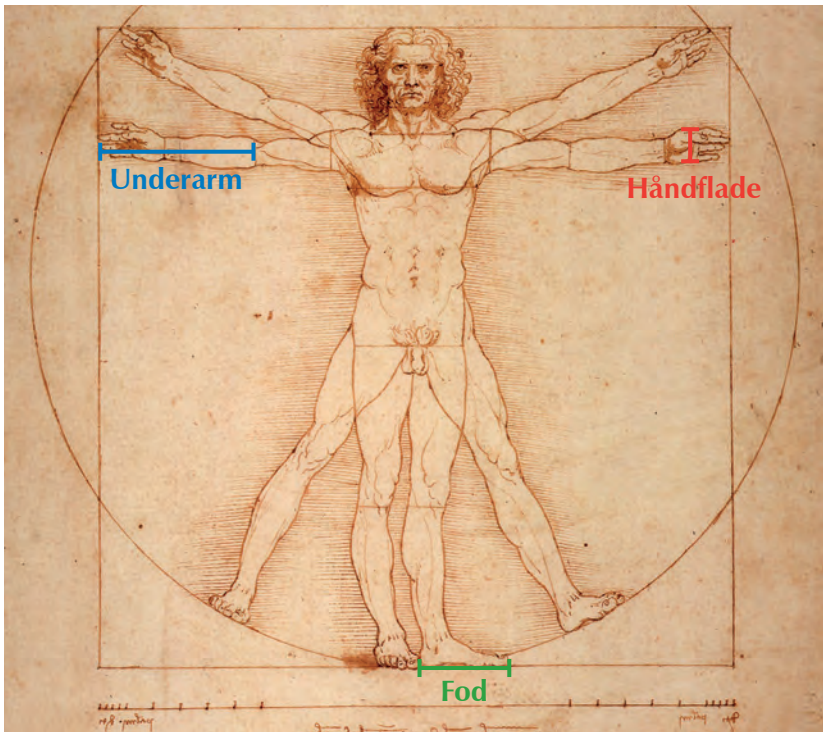
Underarm



Håndflade



Fod



Måleenheder

Metersystemet blev indført i 1907. Tidligere benyttede man andre måleenheder til at måle længder.

Mange af de gamle måleenheder tager udgangspunkt i længder på kroppen fx arme, hænder og fødder. Leonardo da Vinci anvendte denne type måleenheder på sin tegning af den vitruvianske mand.

Leonardo da Vinci brugte måleenheden cubit, der svarer til længden af den vitruvianske mands underarm.
1 cubit = 45,72 cm.

Fakta

Liste over nogle af da Vincis målforhold

Bredden af 1 håndflade
er 4 fingre.

Længden af 1 fod
er 3 håndflader.

Længden af 1 underarm
fra albue til fingerspidser
er 6 håndflader (1 cubit).

Længden af 1 skridt
er 4 håndflader.

Højden på 1 person
er 4 underarme (4 cubit).

Højden på 1 person
er 24 håndflader.

Højden på 1 person
er den samme som afstanden mellem fingerspidserne tværs over kroppen.

Længdeforhold på kroppen

Tabel med jeres målforhold

I skal måle og undersøge forskellige sammenhænge mellem længdeforhold på kroppen.

Målet er, at I kan

- finde sammenhænge mellem forskellige mål og længdeforhold på kroppen
- sammenligne længdeforhold på tegningen af den vitruvianske mand med jeres egne mål
- finde andre målforhold som skridtlængde, der kan beskrives med mål på kroppen.

Kroppens mål og forhold

I skal måle og finde forhold mellem længder og afstande på kroppen.

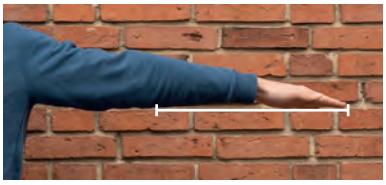
I skal udfylde tabellen med jeres egne mål.

I skal finde ud af, om målforholdene på listen passer på tegningen af den vitruvianske mand.

I skal sammenligne jeres egne målforhold med den vitruvianske mand.

Materialer

Papir
Blyanter
Linealer
Målebånd
Evt. store ark papir i baner til indtegning af omrids til opmåling af hinanden.

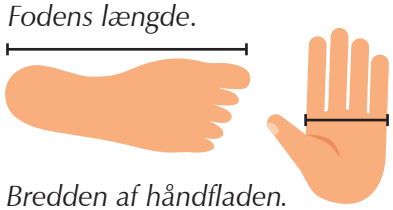


Længden af underarmen.

Når I udfylder tabellen skal I bruge jeres viden om brøker, når I måler i forhold til hele, halve, tredjedele, fjerdedele og femtedele.

Fotos: Mette Eis-Hansen

Fodens længde.



Bredden af håndfladen.

Undersøg

I skal undersøge om Leonardo Da Vincis tegning og teori om målforhold passer.

I skal undersøge om I kan finde andre sammenhænge mellem målforhold på kroppen.

I skal udfylde tabellen, der viser sammenhænge mellem forskellige mål på kroppen.

I skal undersøge, om det har betydning for målforholdene, at I er nogenlunde lige store, når I måler på hinanden.

Ideer

I kan sammenligne jeres mål og målforhold i tabellerne.

I kan beregne størrelsesforhold mellem måleenhederne.

I kan omregne målene til metersystemet.

I kan undersøge og sammenligne fakta om gamle måleenheder som tomme, fod, alen og favn.

I kan undersøge, hvilke ting, der stadig måles i tommer og fod mv.

I kan undersøge forskelle mellem antal fod og antal håndflader, når I går samme antal skridt eller går et lige langt stykke.

Tabel over mine mål

Målforhold	Antal fingre	Antal håndflader	Antal underarme	Antal fødder (fod)
Håndflade		1		
Underarm			1	
Fod				1
Højde				
Spændvidde				
Skridt				
Andet				
Andet				
Antal skridt				
Antal skridt				
Antal meter				
Antal meter				

Fotos: Mette Eis-Hansen

Længdeforhold på kroppen

Klassetrin og omfang
Indskoling
Varighed: 3-4 lektioner.

Elevforudsætninger
Eleverne skal have kendskab til måling af længder og afstande.
Eleverne skal have kendskab til begrebet målforhold.
Eleverne skal have kendskab til udfyldning af tabeller.
Eleverne skal have elementært kendskab til brøkdele f.eks. hele, halve, tredje-, fjerde- og femtedele.

Aktiviteter
Eleverne skal arbejde parvis eller i grupper, når de skal finde målforhold på kroppen samt skridtlængder.

Eleverne skal udfylde tabellen med deres egne mål.

Eleverne skal sammenligne deres egne målforhold med tegningen af den vitruvianske mand.

Forløb **Underarm, håndflade og fod** **Længdeforhold på kroppen**	Matematiske kompetencer	Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder							
Tal og algebra							
Geometri og måling			■				
Statistik og sandsynlighed							

Eleverne kan evt. tegne konturer rundt om hinanden eller udsnit af kroppen, hvilket kan gøre det lettere at måle efterfølgende.

Ekstra
Der kan differentieres i forhold til, om eleverne også skal måle og beregne i det metriske system eller med andre måleenheder.

Eleverne kan undersøge, om der er andre målforhold på kroppen, der kan beskrives ud fra tegningen af den vitruvianske mand.

Eleverne kan sammenligne andre gamle måleenheder og i den forbindelse undersøge, om der er forskelle i længder. Eksempelvis har længden af 1 cubit varieret gennem tiden.

Eleverne kan også arbejde videre med indtegning af sig selv i kvadratet og cirklen på udprintede fotos i helfigurer.

Fotos: Mette Eis-Hansen

Evaluering
Eleverne skal sammenligne deres målforhold i tabellerne med hinanden gennem fremlæggelser i klassen eller mellem grupper.

Eleverne kan reflektere over, hvorfor deres egne målinger ikke nødvendigvis svarer overens med målforholdene på den vitruvianske mand.

Eleverne kan reflektere over, hvorfor vi i dag fortrinsvis anvender det metriske system frem for gamle måleenheder som fod og tommer mv. Elevernes underarme er højst sandsynligt heller ikke lig med 1 cubit.

Afsnit 6

Matematik og historie

Foto: Marianne K. Cordes

Matematikundervisningens historie

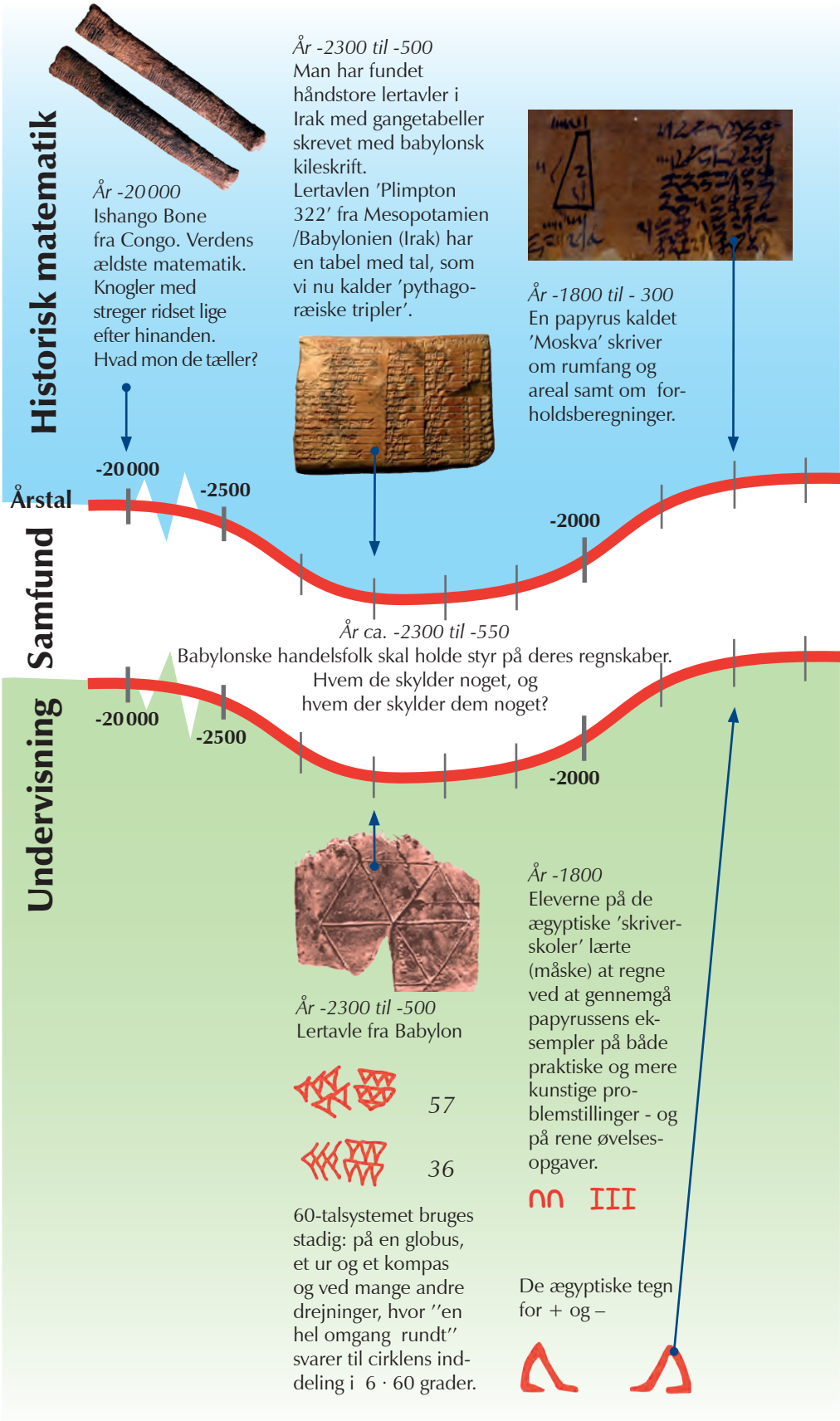
En tidslinje

At nedskrive matematik til andre

Voksne før os har sikkert også vist deres børn det, som de skulle kunne. Måske var det vigtigt at tælle og notere et antal, måske var det vigtigt at måle. Vi ved det kun, hvis dem før os har skrevet noget, eller hvis nogen har nedskrevet det, som de gamle har fortalt.

Denne tidslinje om matematik og matematikundervisning bygger på oplysninger fra en række udvalgte tekster. Tekster som nogen på et tidspunkt har valgt at skrive om det, som andre har fortalt eller noteret.

Når du har set dette igennem, kan du slutte ringen ved at fortælle det, du synes er interessant, videre til dine elever.



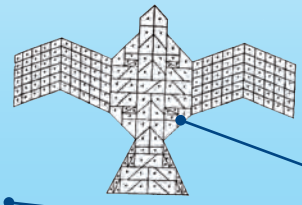
20 000 f.Kr. til år 0

Matematik og historie

Grækeren Pythagoras *(-580 til -500)* holdt skoler om tal og geometri og musik.
Han mente, at ALT kan beskrives med matematik.

Pythagoræerne beviste at trekanters vinkelsum må være 180 gader.

År -500
Den indiske ''Sulvasutra'' (Snoreregler), er på vers og viser løsninger til, hvordan bestemte geometriske altre kan konstrueres ud fra formler, snore og særlige bambuspinde.



År -300
Euklids elementer er kopier af kopier af kopier af 13 papyrusruller. Han samlede al den geometri, han kendte til, og ordnede det således, at alle regler blev bevist ud fra de foregående regler.

År -300
''Ni kapitler om den matematiske kunst'' bliver skrevet af kineseren Chiu Chang Suan Ching.
Bogen blev samlet af bambusstrimler.

-1500 -1000 -500 0

År -800 til -500
Grækerne herskede i det meste af Mellemøsten, det nordøstlige Afrika og det sydøstlige Europa.

År -1800 til -300
Ægyptisk landbrug har brug for kalendere med årstider og måske også for hyppige jordopmålinger efter oversvømmelser.

År -500 til +300
Romerriget herskede over det meste af Europa, Nordafrika og Mellemøsten.

-1500 -1000 -500 0

-580 til -500
Spartanere gik i skole, men normalt fik de græske børn hjemmeundervisning, indtil de som teenagere evt. søgte skole hos en lærd, fx Pythagoras.

ΚΓ (23)

De græske tal var fra ca år 200 skrevet ud fra deres alfabet (hvor deres 27 bogstaver står for tallene 1-9 og 10-90 og 100-900).

Tidligere var de skrevet med en eller flere af tegnene for Ι,

5 (pente: Γ)
10 (deka: Δ)
100 (hekaton: Η)
1000 (Chirioi: Χ) eller
10000 (Myriade: Μ)

Det er denne skrivemåde, der blev til det, vi nu kalder 'Romer'tallene.

År -300
Euklids Elementer er senere blevet brugt som model for lærebøger i geometri for de 'højere uddannelser' - hvor de studerende lærte om det logiske bevis! ''Euklids Elementer'' kom første gang som bog på dansk i 1744.

År ca. -300
I Kina arbejdede man med regnestave, som kunne lægges, så de svarede til cifrene i disse tal:

𝍠 𝍡 𝍢 𝍣

Her er 7619 angivet med vandrette og lodrette streger.
Bambusbogen af Suán shú shu var måske kun noter.

Suánpàn
(kinesisk kugleramme)

År -186
Kineserne regnede med negative tal, dog ikke som facit.

𝍠 + 𝍣 (23)

Således skrives 23 på kinesisk i dag: 2 10 3

Tidslinjen fortsætter på de næste sider.

Matematikundervisningens historie

Matematik og historie

Historisk matematik

År 250
Diophantos skrev symboler for forskellige regneoperationer og for 'ubekendte'.

År 450
Kineseren Tsu Ch'ung-cheih fandt ud af at π måtte ligge mellem 3,1415926 og 3,1415927.

År 600
Brāhma-sphuṭa-siddhānta er en indisk bog på vers. Brahmagupta skriver om tallet 0 og om negative tal.

År 800
Al-Jabr wa-al-Muqabilah blev skrevet af Muhammad ibn Musa al-Kwarizmi. Bogen handler om arabisk algebra.

Årstal

0 100 200 300 400 500 600 700 800

Samfund

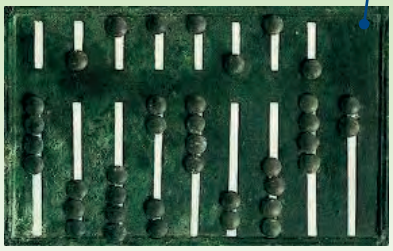
År -500 til +300
Romerriget herskede over det meste af Europa, nordafrika og mellemøsten.

Undervisning

Romerske mønter

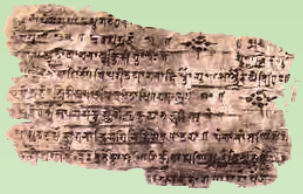
XXIII (23)

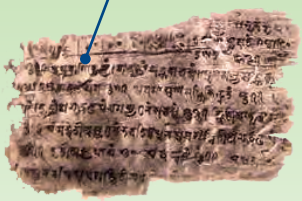
År 250
Romernes større udregninger og regnskaber blev ofte udført af særligt dygtige husslaver.



Abacus (regnemaskine) fra Kina.

År 600
Brāhma-sphuṭa-siddhānta
Små stykker af bogen.





(23)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 30

År 800
Forfatteren Muhammad ibn Musa al-Kwarizmi lægger navn til algoritme, og titlen lægger navn til algebra.

٢٣ (23)

Matematikkens Dag
MATEMATIK OG VIDENSKAB
Forlaget Matematik

År 0 til 1799

Matematik og historie

År 1220
Kineserne regnede med decimaltal.

Leonardo af Pisa, søn af italieneren Bonacci, skrev om fibonacci-tallene og om arabisk matematik.

År 1300
I stedet for at skrive ordet 'og' begyndte man at bruge tegnet

+

År 1220
'Stor hundred' var 120. (ordet 'Hundred' var kun ti tiere, 100)

År 1630
Filosof og matematiker, René Descartes (1596-1650) opfandt blandt andet koordinatsystemet, så også former og bevægelser kunne beskrives og beregnes med tal!

År 1650
Franskmanden Blaise Pascal (1623-1662) indså nødvendigheden og mulighederne for at regne på sandsynligheder.

1730
Leonhard Euler (1707-1783) standardiserede mange navne og tegn for matematiske begreber.

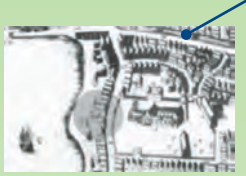
900 1000 1100 1200 1300 1400 1500 1600 1700

År 1250
Præsterne fik indført det arabiske positionssystem i Europa, men mange brugte stadig romertallene i deres praktiske arbejde.

Ved Lateranerkonciliet 1215 i Rom besluttedes det formelt, at hver katolsk katedral skulle have en katedralskole, hvor blandt andre kirkerne skulle give gratis undervisning.

År 1600
Søfarten og dermed også handelen fik god nytte af matematikeres beregninger i tabeller til navigation.

900 1000 1100 1200 1300 1400 1500 1600 1700



Aarhus Katedralskole

År 1250
Kun på de større katedralskoler i Europa blev der undervist i matematik (og ikke kun i regning).

Regning blev lært i en passende udstrækning af de, som skulle bruge det i deres arbejde, ellers tilkaldte man en regnemester til bogføring med videre.

År 1300
Hauksbok af islændingen Haukr Erlendsson har 7 sider om regning. Her kan du læse lidt af hvad der står:

Om fratrekking
Hvis du vil trekke et tall fra et annet, så skriv de to tallene som når du legger til, og sett alltid det minste tallet under, og dessuten like langt til høyre.

Hauksbok

Skælskør Latinskole

1500-tallet
Latinskoler i større byer havde ofte en særlig skrive- og regneklasse for de kommende bogholdere. Skrive- og regneundervisningen kostede det dobbelte af læseundervisningen, og regning var først og fremmest for drenge. I skrivning skrev de bl.a. tekstopgaver med regning og bogholderi.

1500-tallet
På landet måtte man mange steder nøjes med omgangsskole, hvor en 'lærer' gik rundt imellem flere sogne (kirker) for at holde skole. Omgangslærerne kunne fx være (de fattigere) elever fra de ældste klasser på latinskolen.

Børn skulle ofte arbejde, så de havde måske kun tid og lov til at gå i skole indtil de blev 7-8 år – eller på de tidspunkter, hvor de ikke kunne arbejde – om vinteren eller om aftenen!

1700-tallet
Købstæderne skulle nu sørge for tilbud om skrive- og regneskoler, hvor børn af det velhavende borgerskab undervistes i fag, for at støtte en praktisk handelsuddannelse.

Man begyndte flere og flere steder at adskille piger og drenge i skolerne.

Matematikundervisningens historie

Matematik og historie

Bestemmelser i Danmark

År 1814
Børn fik undervisningspligt fra de var 7 år til de blev konfirmerede.

Alle skulle som noget nyt også lære skrivning og regning (samt evt. sang og gymnastik, hvis læreren kunne).

Almueskolerne i købstæderne og på landet blev gratis for alle fag!

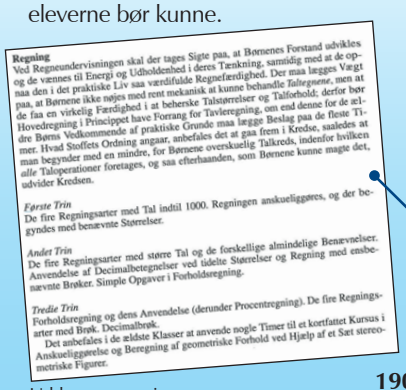
Realskolen kostede penge, og man kunne kun starte dér, hvis man var en dygtig dreng på mindst 9 år.

År 1814
Én skolestue vides at være på 2352 kubikfod, en anden at være på 55 m².

Omkring 1864
Det bestemmes, at piger og drenge skulle adskilles - mindst skulle de sidde hver for sig - og at de fx kunne have frikvarter hver for sig! Disse regler blev dog sjældent taget i brug på de små sogneskoler på landet. Derudover skulle de sidde efter deres karakterer, som nu blev udtrykt med:

slet
mdl (mådeligt)
tg (tåleligt godt)
g (godt)
mg (meget godt)
ug (udmærket godt)

Omkring 1914
Kultusminister, biskop H.V. Sthyr, lægger navn til et cirkulære der sætter faste mål for hvad eleverne bør kunne.



Regning
Ved Regneundervisningen skal der tages Sigte paa, at Børnenes Forstand udvikles og de vænnes til Energi og Udholdenhed i deres Tænkning, samtidig med at de opnaa den i det praktiske Liv saa værdifulde Regnefærdighed. Der maa lægges Vægt paa, at Børnene ikke nøjes med rent mekanisk at kunne behandle *Tallegnene*, men at de faa en virkelig Færdighed i at beherske Talstørrelser og Talforhold; derfor bør Hovedregning i Princippet have Forrang for Tavleregning, om end denne for de ældre mer. Hvad Stoffets Ordning angaar, anbefales det at gaa frem i Kredse, saaledes at man begynder med en mindre, for Børnene overskuelig Talkreds, indenfor hvilken *alle* Taloperationer foretages, og saa efterhaanden, som Børnene kunne magte det, udvider Kredsen.

Første Trin
De fire Regningsarter med Tal indtil 1000. Regningen anskueliggøres, og der begyndes med benævnte Størrelser.

Andet Trin
De fire Regningsarter med større Tal og de forskellige almindelige Benævnelser. Anvendelse af Decimalbetegnelser ved tildelte Størrelser og Regning med ensbenævnte Brøker. Simple Opgaver i Forholdsregning.

Tredie Trin
Forholdsregning og dens Anvendelse (derunder Procentregning). De fire Regningsarter med Brøk. Decimalbrøk.
Det anbefales i de ældste Klasser at anvende nogle Timer til et kortfattet Kursus i Anskueliggørelse og Beregning af geometriske Forhold ved Hjælp af et Sæt stereometriske Figurer.

Uddrag om regning.

Årstal 1800 1810 1820 1830 1840 1850 1860 1870 1880 1890 1900

1800-1900
Industrialiseringens begyndelse.
Dampmaskinen udbredes.
Der beregnes, opfindes, udvikles.

1880-1890
I 1880'erne udvandrede 88000 danskere til USA.

1887
Den første benzindrevne bil bliver opfundet.

Samfund

Omkring 1800
ikke-euklidisk geometri såkaldt 'kuglegeometri' blev beskrevet.

1800 1810 1820 1830 1840 1850 1860 1870 1880 1890 1900

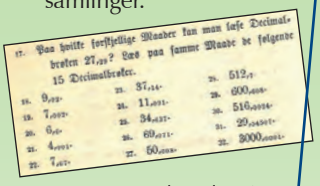
Organisering af undervisningen

År 1814
Man indskrives i skolen enten 1.maj eller 1.november (København havde andre datoer), og der var eksamen en eller to gange årligt, hvorefter man (måske) kunne rykke op i næste klasse.

Den daglige mødepligt kunne ændres af hensyn til børnenes arbejde - hver anden dag på landet og kun om eftermiddagen eller i en kort periode som aftenundervisning i byerne.

Der kom 'standarder' for skolebyggeri (der måtte ikke længere undervises i degnens private stuer).

Efter 1814
Der kom nye skolebøger beregnet til klasseundervisning. De tidligere var emneordnede opgavesamlinger.



17. Paa hvilke forskjellige Maader kan man løse Decimalbrøken 27,25? Løs paa samme Maade de følgende 15 Decimalbrøker.

Fra en hovedregningsbog til skolebrug (1884).

1814-1914
Forældrene betalte lærerens løn ved fx at sørge for brænde til at varme skolestuen op.
Da skolelæreren også selv var bonde, kunne han bede eleverne hjælpe ham med hans landbrugsarbejde. Derudover var skolelæreren ofte sognets kirkesanger og degn.

Omkring år 1864
Borgerskoler, byskoler og statsskoler var ofte med betaling.

Håndværkere gik til almueskolerne, hvis de ikke betalte for fx private 'tegneskoler' eller akademier.

Kvinder måtte nu gerne arbejde som skolelærerinder (til en lavere løn, da man sagde kvinderne ikke havde forsørgelsespligt)
Én lærer måtte undervise op til 50 børn ad gangen.

1899-1914
Almueskolen kaldes efter 1899 for 'Folkeskolen'.

For de som bestod optagelsesprøverne, blev der nu en mellemskole (6.-9. kl.) kaldet ''1.-4. mellem'' og én realklasse (10. kl.) i byerne!
Latinskolerne blev til Gymnasieskoler med 11-18-årige 'boglige' elever.

Lærerne fik hele lønnen udbetalt i penge i stedet for delvist i naturalier.

Matematikkens Dag
MATEMATIK OG VIDENSKAB
Forlaget Matematik

År 1800 til 2022

Matematik og historie

Omkring 1914
Der må nu højst være 37 elever pr lærer, der skal være undervisning i mindst 41 uger á 6 dage.

Karakterskalaen udvides til:
slet, slet+,
mdl-, mdl, mdl+,
tg-, tg, tg+,
g-, g, g+,
mg-, mg, mg+,
ug-, ug

1958-1964
Skolens ordning og fagenes indhold beskrives i 'Den blå betænkning'. Mellemskolen blev ændret til almen- og boglig linje for 6.-7. kl. og til 'fri mellem' og tre realklasser for 8.-10. kl.

Den Ørstedske karakterskala bliver udskiftet med 13-skalen:
00, 03, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 og 13

Landsbyskoleloven ophæves. Ca 60 % af børnene boede på landet.

Den blå betænkning

1969
Lørdag bliver skolefri dag. Før var det en halv skoledag for mange.

1972
9 års undervisningspligt indføres.

1975-1993
Kursusdelingen i 8.-10. klasse, kaldet grundkursus og udvidet kursus, indføres i 1975 og ophæves i 1993.

1993
Skolen er nu udelt. Undervisningsdifferentiering blev et princip for al undervisning!

1978
(Tal)færdighedsprøven indføres, og nu må eleverne bruge lommeregner til prøven i problemregning.

2022
Der er nu 10 års undervisningspligt og nationale test.

Man må bruge computer med geometri- og regneprogrammer i de obligatoriske afgangsprøver. Den mundtlige prøve i matematik er genindført.

2007
7-trins karakterskalaen indføres:
-3, 0, 2, 4, 7, 10 12

1910 — 1920erne Flyvemaskinen udvikles.

1920 — 1930erne Økonomisk depression og arbejdsløshed

1930

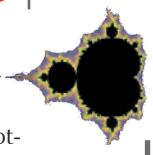
1940 — *1940erne* Militæret får brug for koder - og kodebrydere fx 'Enigma'

1950 — 1957 Den første satellit blev opsendt af Sovjetunionen.

1960

1970 — 1940-2014 Datamaskiner og EDB udvikles

1980 — *1980* Fraktaler som fx Mandelbrotmængden



1990

2000 — 1990-2022 Internettet udbredes og giver nye muligheder for videndeling

2010

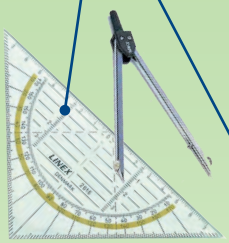
2020

1914
Da skoleuger skulle være på mindst 18-21 timer, kunne timerne stadig fordeles på tre ugedage, dvs hver anden dag!

Skole-halvårene begynder nu flere steder 1. april og 1. oktober i stedet for 1. maj og 1. november.

I København nåede kun 59 % at afslutte 6 klasser - resten gik stadig i en lavere klasse, selvom de var 14 år. På landsplan gennemførte kun ca 25 % af de, der startede i mellemskolen.

1920-1930
Den Kaperske metode bliver mere og mere populær. Metoden består af overhøring og gennemgang af nye opgavetyper som klasseundervisning samt elevernes selvstændig opgaveløsning. Metoden skulle sikre at lærerens viden nåede ud til så mange som muligt.

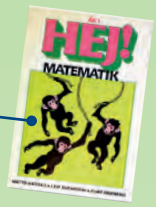


Omkring 1964
Nu får alle elever i 7. klasse geometri - også pigerne!
Den blå Betænkning anbefaler flere tegneredskaber end passer og lineal - fx tegnetrekant og vinkelmåler.
Om faget regning indtil 7. klasse skrives at regneopgaverne ikke må være for komplicerede.

1960-1970
i løbet af tiåret steg andelen af elever, der fortsatte deres skolegang efter 7. klasse fra ca 50 % til ca 94 %.

1967
Lærerne må ikke give klø til eleverne.
Der er ikke længere særlige fag eller klasser for piger og drenge, ligesom skolegårde er fælles.

Skoleåret starter nu 1.august, før i tiden var det 1. april.
Man må ikke længere nøjes med at gå i skole hver anden dag.



1971
Før var skolefaget matematik forbeholdt elever i de boglige linjer som fx mellemskolen, realen og gymnasiet; men faget skiftede navn og blev til regning-matematik. Nu skulle faget forankres i videnskabsfaget, matematik!

2022
Der er stadig flere regnetegn som gælder for det samme
: / ÷ og * · ×

Frit skolevalg i og imellem kommuner.

Tidslinje

I skal sammen fremstille en tidslinje

Brug hele klasselokalet til jeres tidslinje.

Målet er, at I kan

- opmåle og fremstille en tallinje og anvende den til at vise årstallet for forskellige begivenheder.

Materialer

Papir i lange baner
Skrive og tegnematerialer

Fremgangsmåde

1

Opsæt en lang tidslinje af papir
Find et sted, hvor I kan hænge en rulle papir op eller en serie af A4 papirer. Det kan fx være klasse-lokalet rundt langs væggene over døren og over vinduerne.

2

Tag mål i klasselokalet
Mål, hvor langt den del af klasselokalet, I kan hænge jeres papir op, er.

3

Tidslinjens begyndelse
I skal i klassen vedtage, hvor jeres tidslinje skal starte, fx 10 000 år før vor tidsregning eller fra vikingetiden, hvor de første danske konger fik magten.

Foto: Marianne Kongsted Cordes

Undersøg

Hvor mange år skal der være plads til på jeres tidslinje?

Hvor mange centimeter er der til hvert år?

Tegn og skriv et passende antal år ind på linjen.
Find nogle begivenheder, I kan huske årstallet på og skriv ind på årstallinjen
- fx på en stor post-it.

Byg en skalamodel

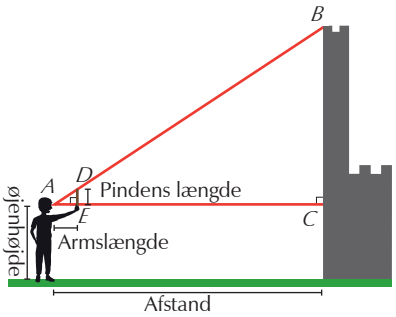
Opmål, tegn og byg

Byg en model af en kirke, en borg eller et gammelt hus.

Målet er, at I kan

- måle en bygning op og fremstille en skalamodel.

I skal arbejde i grupper med ca. 4 i hver gruppe.



Materialer

Måleredskaber
Tykt pap eller masonit
Farver

Ideer

Hvis man har bygninger til en hel landsby, er det et spændende men tidskrævende projekt.

Foto: Marianne Kongsted Cordes

Fremgangsmåde

1

Opmål bygningen

I skal måle jeres bygning i grundplanet.
I skal også måle højden af bygningen og placering af fx vinduer. Her er tre metoder:

Metode A
En elev stiller sig ved muren med en meterstok.
En anden tager et foto hvor hele muren kan ses.
Fotoet kan bruges til at finde bygningens højde.

Metode B
Højdemåling med en pind, se tegningen øverst.
I skal bruge sætningen om ligedannede trekanter.

Metode C
Mål vinklen med fx et klinometer og brug trigonometri eller målfast tegning.

2

Find et målforhold

Ud fra størrelse af det materiale, I skal bygge modellen i, kan I finde et målforhold (hvor mange centimeter fra den virkelige bygning skal svare til en centimeter på byggematerialet).

3

Fremstil modellen

Herefter kan I fremstille alle de dele, der skal bruges til at bygge modellen af virkelighedens bygning.

Har I tid, bliver det flot med nogle farver på modellen.

Matematik og historie

Klassetrin og omfang
Der er aktiviteter til alle klassetrin.
6 lektioner, måske flere hvis flere af opgaverne skal fuldføres fx, hvis modellerne skal farvelægges.

Elevforudsætninger
Almindelige færdigheder og kompetencer svarende til klassetrinnet.

Forløb **Fremstil en tidslinje** **Byg en skalamodel** **Mål en gravhøj** **Knud den Helliges gavebrev** **Matematik i krigens tjeneste** Matematiske stofområder	Matematiske kompetencer: **Problembehandling**	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra	■	■				
Geometri og måling	■	■				
Statistik og sandsynlighed						

Aktiviteter
Fremstil en tidslinje
Alle klassetrin.

Ideen er, at alle elever har adgang til en tidslinje, hvor de kan placere historiske begivenheder fra alle fag.

Byg en skalamodel
Mellemtrin og udskoling.

Man skal finde en eller flere gamle bygninger, som det er muligt at komme til at måle på.
Det kan være gamle huse, en kirke eller måske en borg. Bygningerne opmåles, der findes et passende målforhold og et passende materiale fx tykt karton, masonit.

Højdemålinger:
En elev står ved muren med en meterstok, en anden fotograferer bygningen. Fotoet kan bruges til at finde højden, placering af vinduer etc.
Andre metoder er "pindemåling" med måling af ligedannede trekanter eller vinkelmåling med klinometer og trigonometri.

Der findes et passende målforhold, fx det største mål i forhold til materialets dimensioner.

Mål en gravhøj
Mest udskoling

Formålet er at give et billede af, hvilket stort arbejde der ligger i at bygge en gravhøj i oldtiden eller vikingetiden. En gravhøj fra oldtiden kan findes i nærområdet i store dele af landet.
Der er tale om en matematisk modellering, da den givne gravhøj skal vurderes i forhold til nogle kendte rumlige figurer. Vurderingen af, hvor stor højden af et græstørv bliver med tiden, kræver nok at blive afsluttet med en klassediskussion. Resultatet vil nok være overraskende - fx kræver Jellinghøjene flere kvadratkilometer græstørv. Det har krævet en magtfuld konge!

Knud den Helliges gavebrev
Mellemtrin og udskoling

Målet for opgaven er, at eleverne erfarer, hvilken kæmpe gave kongen giver til Lund Domkirke.

Der er en del usikkerheder indbygget:
Hvor mange hektarer var et bol i den tidlige middelalder?
Hvad koster landbrugsjord i dag?
Alt dette må undersøges på nettet og diskuteres i klassen.

Matematik i krigens tjeneste
Mellemtrin og udskoling

For ikke at gøre emnet for aktuelt er her valgt et eksempel fra romertiden og et fra en lærebog for officerer fra 1610.

Begge dele handler om omkreds og areal. Også kaldet det isoperimetriske problem.

Afsnit 9

Matematik og fysik

Illustration: ICP

Penduler kan svinge

Et forsøg

I skal undersøge, hvor lang tid det tager for pendulet at svinge frem og tilbage. Det kaldes pendulets svingningstid.

Målet er, at I kan

- måle tid og længder
- anvende lineal og stopur
- vurdere undersøgelsen og se, om der er en sammenhæng.

Fremgangsmåde

Lav forsøget i grupper og sammenlign resultaterne bagefter.

1. Klip et stykke sytråd af på lidt mere end en meter.
2. Bind loddet i den ene ende af sytråden.
3. Lav en løkke i den anden ende af sytråden.
4. Mål længen af sytråden fra toppen af loddet til knuden i løkken. Det skal helst være en meter.
5. Tag tid på 10 svingninger og skriv tiden ned.
6. Halver afstanden mellem knude og lod. Mål 10 svingninger og skriv tiden ned.
7. Halver endnu engang afstanden mellem knude og lod. Mål 10 svingninger og skriv tiden ned.

Foto: Dorte Sørensen og Lene Hansen

Undersøg

Undersøg om der er sammenhæng mellem snorens længde og svingningstiden for 10 svingninger.

Afrund målingerne til hele tal.

Lav stænger af centicubes, der svarer til tiden i sekunder.
1 centicube er 1 sekund.

Læg stængerne op ved siden af hinanden med den længste først.

Er der en sammenhæng mellem sytrådens længde og svingningstiden?

Materialer

Sytråd
Lineal
Saks
Lod fx mellemstor møtrik
Stopur
Centicubes
Arbejdsark om pendulet

Ideer

Andre undersøgelser:
Gør sytråden længere eller kortere.

Prøv med forskellige lodder fx vægt eller facon.

Hold loddet højere eller lavere, når I starter svingningerne.

Arbejdsark om pendulet

Pendulets svingningstid

Snorens længde	Svingningstid i sek.
1 m	
0,5 m	
0,25 m	

Notater

Foto: Dorte Sørensen og Lene Hansen

Pendulet

Klassetrin og omfang
Indskoling, mellemtrin og udskoling.
2-6 lektioner alt efter hvor mange undersøgelser og efterbehandlinger der skal laves.

Elevforudsætninger
Almindelige matematikkundskaber på de forskellige trin.

Foto: Dorte Sørensen og Lene Hansen

Forløb Definition, hypotese, sætning Alt skal bevises Alt kan ikke bevises – endnu Matematiske stofområder	Matematiske kompetencer: Problembehandling	**Modellering**	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	**Hjælpemidler**
Tal og algebra		■	■			■
Geometri og måling		■	■			■
Statistik og sandsynlighed						

Foto: Dorte Sørensen og Lene Hansen

Aktiviteter
Elevoplægget
Pendulet kan svinge
Henvender sig til indskolingen. Elevoplægget bruges sammen med *Arbejdsark om pendulet*. Det kan være svært at holde ophængningspunktet stille. Alternativt kan bruges et stativ fra fysiklokalet.

Elevoplægget
Pendulets svingningstid
Henvender sig til mellemtrinnet. Elevoplægget bruges sammen med *Journalark om pendulet*.

Elevoplægget
Pendulets svingningstid som formel
Henvender sig til udskolingen. Elevoplægget bruges sammen med et dynamisk geometriprogram, fx GeoGebra.

Ekstra
Det er muligt at bevæge sig op eller ned i de forskellige elevoplæg afhængig af tid og klassernes formåen.

Til udskolingen kan I prøve at lave pendulmalerier. Se beskrivelsen på næste side. Man bør have gennemgået nogle af øvelserne om pendulet.

Evaluering
Opsamling mellemtrin og udskoling:

Lad eventuelt grupperne arbejde med hver sin del af forsøgsområdet afhængig af tidsforbruget.

Lad grupperne fremlægge for hele klassen eller lad to grupper fremlægge for hinanden.

Lissajous – pendulmalerier

Lissajousfigurer

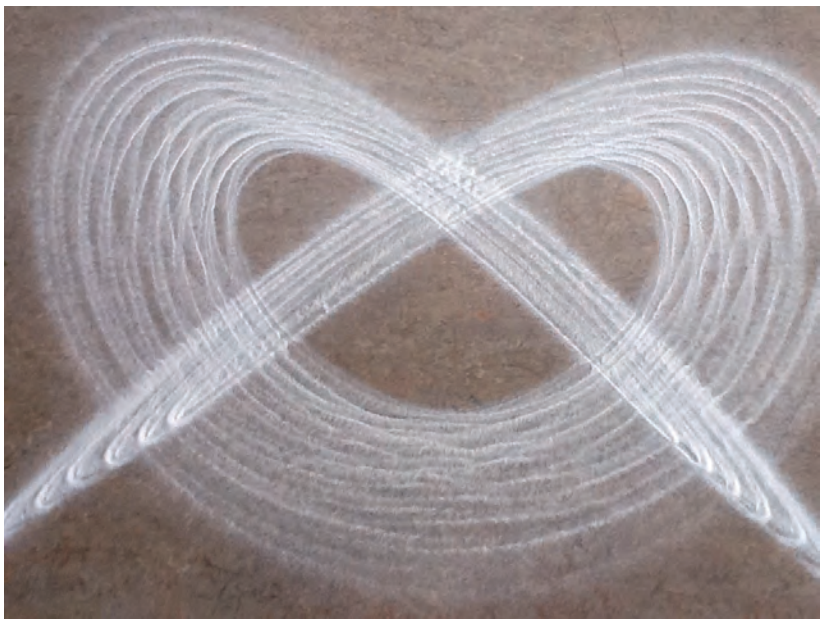


Foto: Svend Hessing

Fakta
Pendulmalerier
Lissajousfigurer er ikke bare til pynt, men anvendes inden for fysikken - elektronik og svingninger.

Den matematiske baggrund skyldes den franske fysiker Juels Antoine Lissajous (1822-1880) og den amerikanske sømand og matematikker Nathaniel Bowdetsch (1773-1838).

Fremgangsmåde
Man tager en tom konserves-dåse og laver et hul i midten af bunden af dåsen på ca. 3 mm.

Desuden skal der være to huller modsat hinanden lige ved dåsen kant, så der kan bindes en snor i.

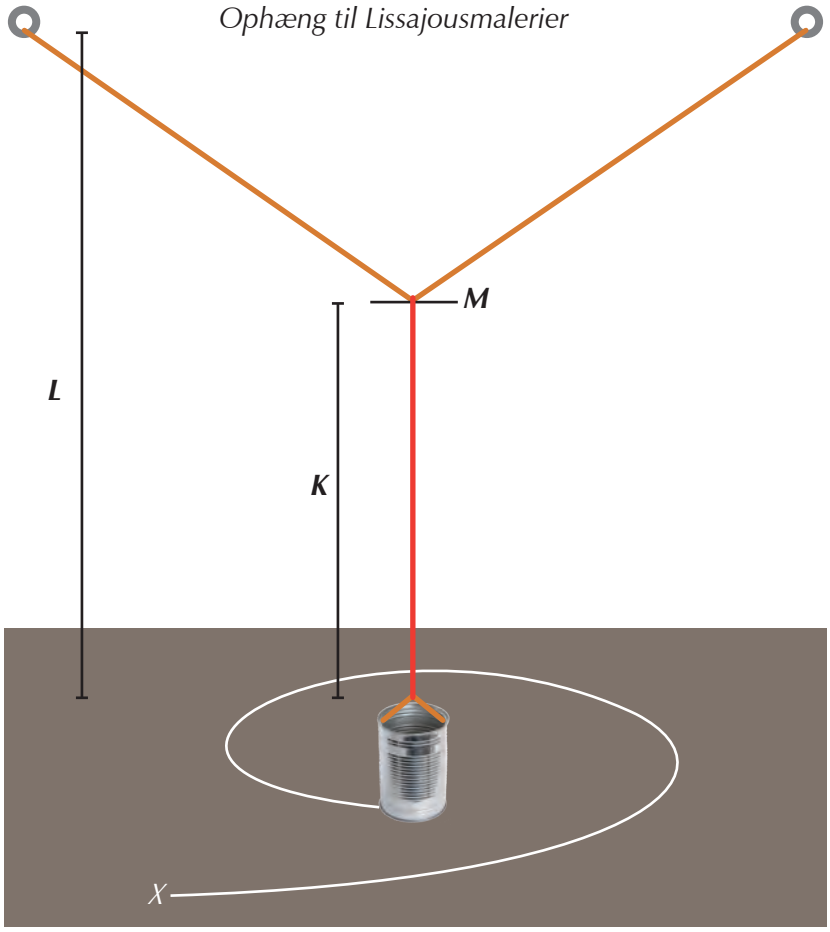
Dåsen hænges op som vist på tegningen.

Dåsen hænges 5 cm over gulvet.

Dåsen skal fastgøres til midten af fastgørelsespunktet.

Fyld fint salt i dåsen og sæt den i svingninger.

Søg på nettet efter formler for at finde snorens rette længde, så I får nogle særlig pæne og harmoniske lissajousfigurer.



Afsnit 10

Leg med Matematikken

Foto: Susanne Haugaard

- En leg du kan regne med

**I gamle dage brugte man simple redskaber til at regne med.
I starten af 1960-erne kom de første elektroniske regnemaskiner.**

Målet er, at I kan

- undersøge forskellige løsningsmuligheder
- forklare og forstå egne og andres refleksioner.

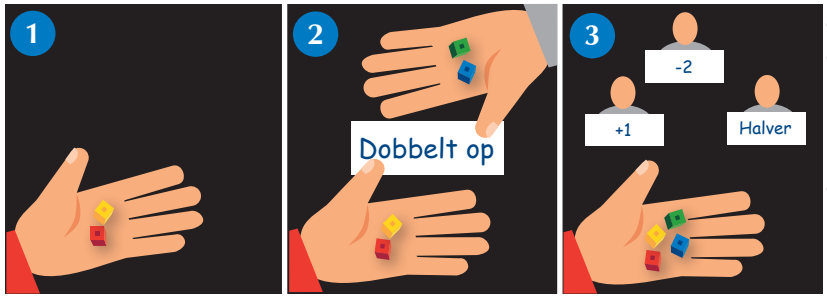
Regnemaskinen var et kæmpe spring for udviklingen i datalogien, den matematiske verden og dermed i samfundet. Men hvordan fungerer den egentlig?

Legen

Denne leg handler om at skabe erfaringer omkring de fire regningsarter samt få et indblik i en helt simpel og analog form for kodning.

Om legen

I denne leg er der et fokus på at opleve udviklingen af værdier, når de udsættes for de fire regningsarter. Legen er udtænkt til at fungere lidt ligesom en simpel lommeregner. En lommeregner gør kun én ting ad gangen, og kun præcist hvad den får besked på. Det er derfor vigtigt at give den de rette kommandoer. I legen starter du med forskellige værdier, som udvikler sig undervejs. Din værdi bliver større eller mindre, når du bevæger dig igennem maskinerne.



Tegning: Marianne Kongsted Cordes

Materialer

Kopiark
Centicubes eller andet tællemateriale

Sådan fungerer det

Der findes fire maskiner. De hedder **+, -, halver og dobbelt op.**
For at bruge en maskine skal man aflevere sin værdi til maskinmesteren, som står for at udføre maskinens job. Sådan fortsætter man, indtil alle fire maskiner er brugt.

Introduktion

Start med 4 centicubes.
Gå igennem maskinerne i rækkefølgen:
Dobbelt op
-2
Halver
+1

Hvor mange centicubes har du nu?

Hvis det er det samme, som du havde i starten, så lykkedes det! Hvis ikke, så prøv igen.

Undersøg

Start med 5 centicubes. Gå igennem maskinerne i forskellige rækkefølger, og skriv ned undervejs, hvilken vej du gik. Alle maskiner skal besøges nøjagtigt én gang pr. tur.

Hvilken rækkefølge gav det højeste resultat? Det laveste? Kunne du lande på det samme, som du startede med?

Fordybelse

Tilføj en maskine, som I selv finder på. Kan du tilføje en maskine, hvor du stadig kan lande på det samme, som du startede med?

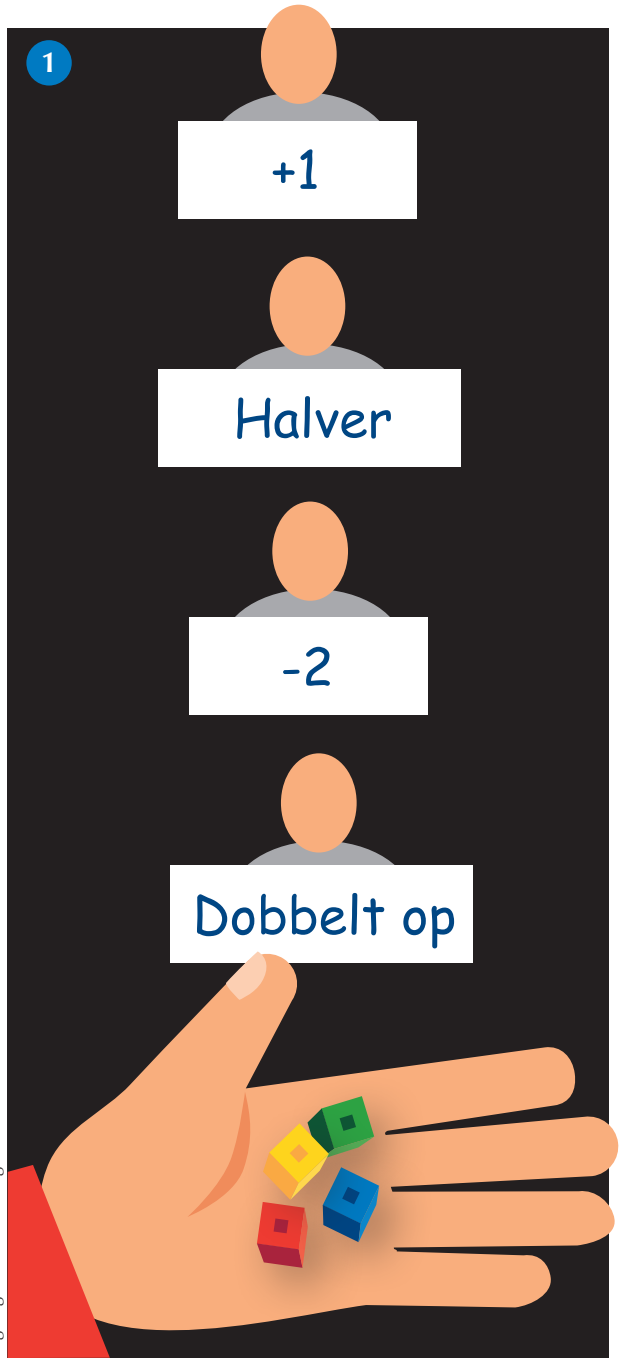
Ideer

Kan I lave 4 maskiner, hvor I får brugt både +, -, fordobling og halvering, og hvor I lander på henholdsvis 10? 20? 30?
Find selv på flere.

Sådan virker Fællesregneren

Følg regnemaskinens logik

Start med 4 centicubes. Gå igennem maskinerne i en bestemt rækkefølge. Noter rækkefølgen og hvad der sker. I skal være maskiner på skift.

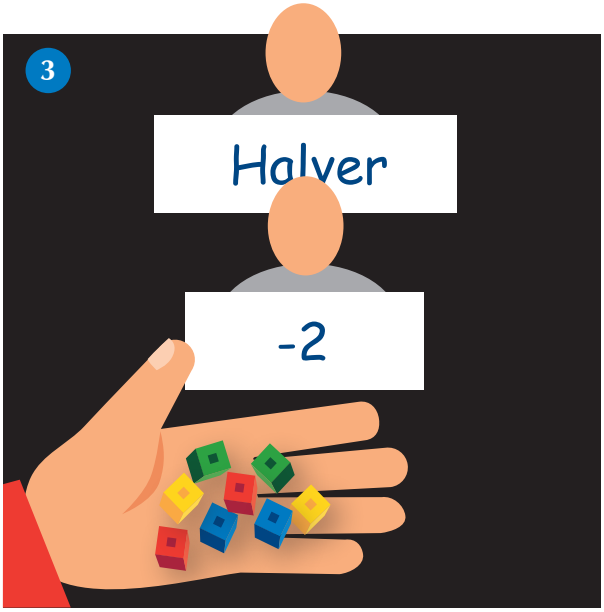


Tegning: Marianne Kongsted Cordes

Gå igennem maskinerne i rækkefølgen:

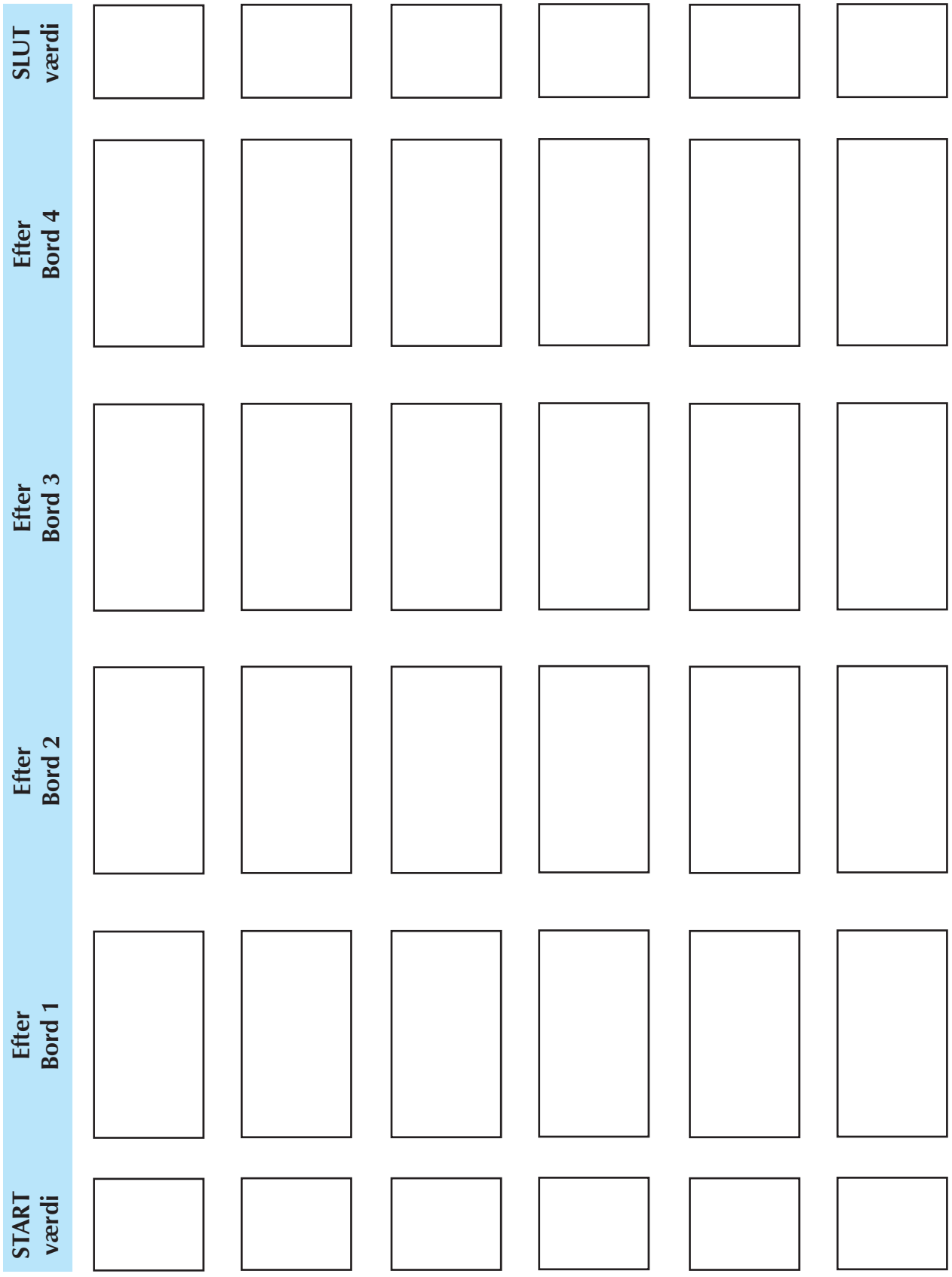
Dobbelt op	-2	halver	+1

Den første maskine giver dig dobbelt op.
Nu har du 8 centicubes.
Gå videre til den næste maskine.



Hvor mange centicubes har du efter maskinerne? Hvis det er det samme, som du havde i starten, så lykkedes det! Hvis ikke, så prøv igen.

Udregningsark til Fællesregneren



Fællesregneren

Klassetrin og omfang
Indskoling og mellemtrin.
Varighed: 2-4 lektioner.

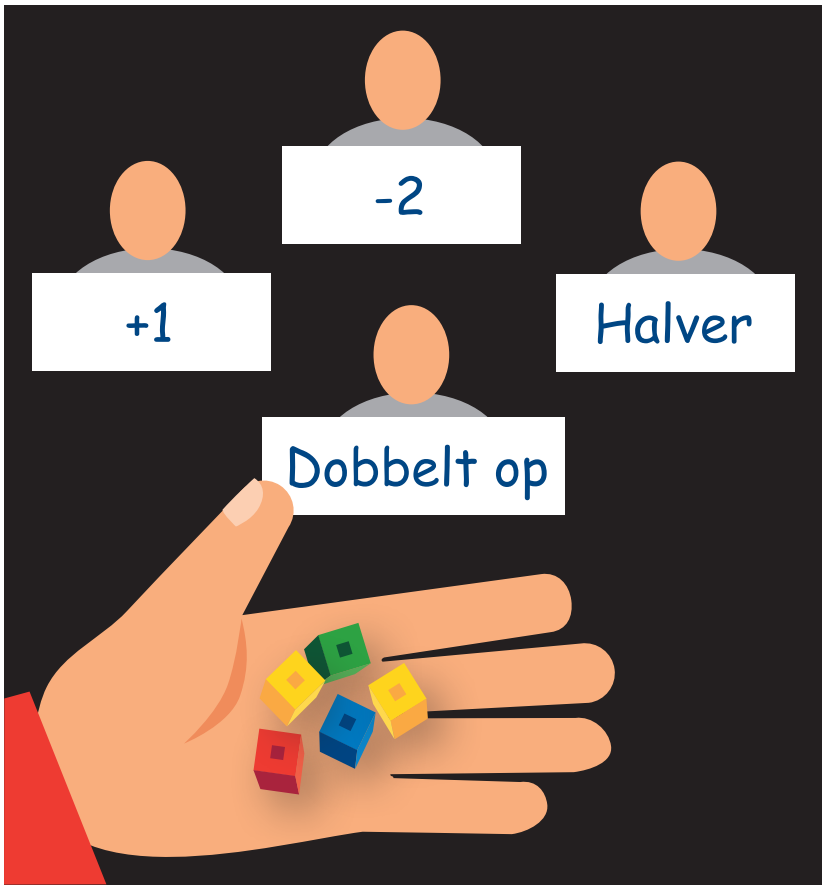
Elevforudsætninger
Det er en forudsætning, at eleverne kender til fordobling og halvering.

Din primære opgave er at facilitere de faglige diskussioner, der opstår i forbindelse med legens forskellige stadier.

Elevoplægget *Fællesregneren* kan eventuelt bruges som introduktion til arbejde i Scratch i udskolingen.

Forløb **Fællesregneren** Matematiske stofområder	Matematiske kompetencer **Problembehandling**	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra	■		■			
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

Udregningsarket til Fællesregneren er blot et eksempel på en opstilling. Afprøv forskellige muligheder og se forskellen.



Tegning: Marianne Kongsted Cordes

Aktiviteter
Eleverne tages igennem oplevelsen af at tænke som en maskine (computationel tankegang). Dette gøres ved at gå igennem en række repræsentationer for funktioner i den typiske elektroniske regnemaskine. Målet er, at eleverne erfarer, at rækkefølgen af deres handlinger påvirker deres slutresultat.

Ekstra
Eleverne kan prøve at lave 4 maskiner, hvor de får brugt både +, -, fordobling og halvering, og hvor de lander på henholdsvis 10, 20, 30. Find selv på flere, og prøv hinandens maskiner.

Gå eventuelt i gang med Scratch eller MakeCode og se, om I kan lave jeres egne regnemaskiner digitalt.

Evaluering
Evalueringen ligger i de samtaler, du har med eleverne undervejs og i afrundingen af aktiviteterne.

Historien om kryds og bolle-spillet

Alfen Nys og hans møde med et nyt spil

Historie til højtlæsning i klassen som introduktion.

Alfen Nys bor langt ude i skoven under et stort træ. Han er en ung alf på 100 år og er lige flyttet hjemmefra. Han er en lille alf på kun 15 cm uden sin hue.
Huen fik han i 100 års fødselsdagsgave af sin mormor. Han har den på, både dag og nat. Huen kan trylle ham andre steder hen, han skal bare sige nogle hemmelige trylleord. Trylleordene lærte han på sin 100-års fødselsdag af sin morfar. De bad ham om at passe meget på, hvor han ønskede sin hen, og at han ALDRIG måtte blive set af menneskene eller endnu værre - tale med dem.

Nys er ikke hans rigtige alfenavn, men han bliver altid kaldt Nys, fordi han er meget nysgerrig.

Det er en fin forårsdag, hvor solen skinner, og Nys går som altid en tur i skoven.
Han kigger på alle træerne, som er begyndt at springe ud, og han kan også høre børn længere inde i skoven. Nys ved godt, at han ikke må blive set af mennesker, men han er altså så frygtelig nysgerrig og vil rigtig gerne se, hvad børnene foretager sig. Han går derfor forsigtigt efter lyden, og han finder hurtigt børnene.
Han gemmer sig bag et stort egetræ, og han kan se, at børnene løber rundt og samler pinde, blade og kogler op fra jorden. Han undrer sig lidt over, hvad de skal bruge alle disse ting til, og står derfor længe og kigger. Nu ser han, at børnene begynder at lægge pindene sammen til et kvadrat. Kvadratet deler de op i 9 små kvadrater. Børnene er sammen to og to, og de skiftes til at lægge fx enten en kogle eller en mælkebøtteblomst i kvadratet.

Tegninger: S. Haugaard

Det ser sjovt ud, og børnene griner også, men Nys kan ikke forstå, hvad de er i gang med. Efter en times tid går børnene hjem, og Nys kan nu komme helt tæt på de indsamlede ting. Han kan dog stadig ikke helt finde ud af, hvad tingene skal bruges til, men han synes, det ligner et spil, og han prøver at flytte lidt rundt på tingene, men det giver ikke nogen mening. Det begynder at blive mørkt, så Nys må opgive at finde ud af mere i dag og begiver sig hjemad.

Næste dag går han hen til skolen, som ligger lige uden for skoven, og igen gemmer han sig, så han ikke bliver set. Han kan se, at der er en flok børn, som leger. Da han får kigget nærmere efter, kan han se, at de har bygget de samme mønstre med sjippetove, som de byggede ude i skoven med pinde.
Ved hver af de 9 felter er der 6 børn, som bliver flyttet rundt af en af deres kammerater. Han synes, det ligner samme leg som ude fra skoven, men han forstår stadig ikke reglerne, og det ser heller ikke ud som om, at de alle bruger de samme regler.
Heldigvis kan Nys nu se Tilde, som kommer gående over mod hans skjulested, og han bliver rigtig glad. Tilde er et menneskebarn, som hjalp Nys sidste år, da han sad fast under en sten. De er blevet rigtig gode venner. Da Tilde får øje på Nys, smiler hun og går over til ham.
Han spørger hende med det samme om, hvad børnene leger. Hun forklarer ham, at det er et spil, som går ud på at få sat alle brikkerne på en stribe. Hun forklarer, at man kan bruge mange forskellige ting som brikker, og at man som udgangspunkt spiller på en spilleplade med 9 felter, men at dette også kan ændres. Tilde spørger Nys, om de ikke skal gå ud i skoven, spille spillet og finde deres egne regler. Det vil Nys rigtig gerne. Har I ikke lyst til også at prøve at spille spillet med jeres egne regler?

Kryds og bolle

Undersøg spillet og find strategier

Læg seks sjippetove ud som en stor spilleplade. Brug jer selv som spillebrikker.

Målet er, at I kan

- undersøge forskellige spilleregler og undersøge, om der er nogle strategier, som er bedre end andre
- udarbejde en hypotese i forhold til en ny spilleregel og muligheden for at vinde.

Spilleregler

Der spilles efter de almindelige regler til kryds og bolle.

Kryds starter i første spil - næste omgang er det bolle.

6 - 12 deltager (hver brik består af en eller to elever)

Da det er menneskebrikker, må de gerne diskutere næste træk, og her kan det være en holdleder, som har det sidste ord. Holdledelsen kan gå på skift mellem børnene.

For at kunne se forskel på brikker benyttes pandebånd eller veste.

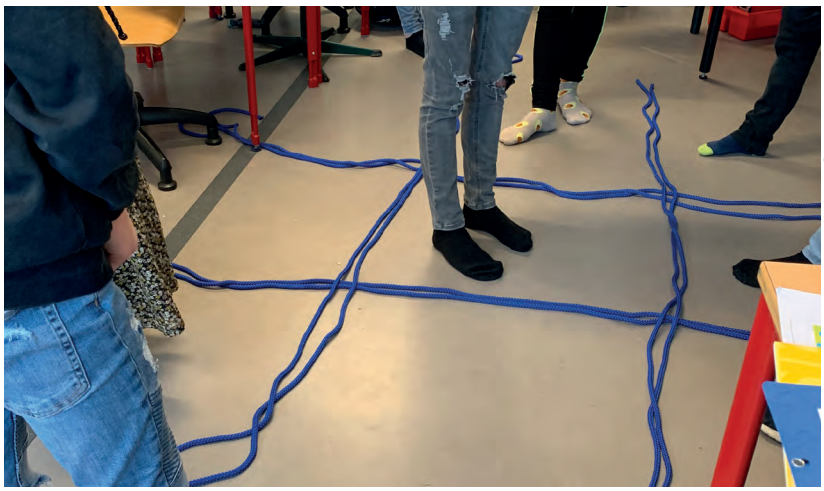


Foto: Susanne Haugaard

Foto: Susanne Haugaard

Undersøg

Undersøg andre regler.

Forslag til ændringer:
Spil efter almindelige regler, men nu med et tvunget startfelt.

Giv brikkerne numre. Brikkerne skal gå ind på brættet i rækkefølge og derefter flyttes i rækkefølge.

Når et hold har forladt et felt, skal feltet blokeres for holdet i næste spillerunde. Find en måde at markere det blokerede felt på.

Prøv at ændre banens størrelse og antallet af felter.
Hvad skaber det af muligheder eller problemer?

Bland eventuelt ændringerne.

Materialer

Sjippetov eller lignende til opmærkning af spillepladen

Pandebånd i karton eller veste, så man kan se, hvem der er på hold sammen.

Tænk engang

Kryds og bolle er et klassisk og simpelt topersoners strategi spil, hvis historie kan spores helt tilbage til det 12. århundrede før vores tidsregning.

De ældste eksempler på spillet er fundet ridset ind i tagsten i bygninger, der stammer fra det gamle Ægypten.

Kryds og bolle

Klassetrin og omfang
Indskoling, mellemtrin og udskoling.
Varighed: 2-6 lektioner.

Elevforudsætninger
Kendskab til reglerne i kryds og bolle.

Aktiviteter
Eleverne skal komme med ideer til ændring af spillereglerne og udarbejde en hypotese om spillet bliver sjovere, sværere, lettere.
Er der et godt første træk?
Kan der altid findes en vinder?

I nogle tilfælde ved udarbejdelse af nye spil med meget indviklede regler kan det være en fordel at benytte spillepladen.
Det kan klart anbefales, at eleverne også får mulighed for spille spillene med dem selv som brikker.

Spillet er velegnet til at blive spillet udenfor i skolegården eller i skoven.

Evaluering
Klassen udvælger i fællesskab kriterier for, hvad der er et godt kryds og bolle spil.

Hver gruppe udvælger det spil, de synes bedst opfylder klassens kriterierne for et godt spil.

Grupperne lærer hinandens spil.

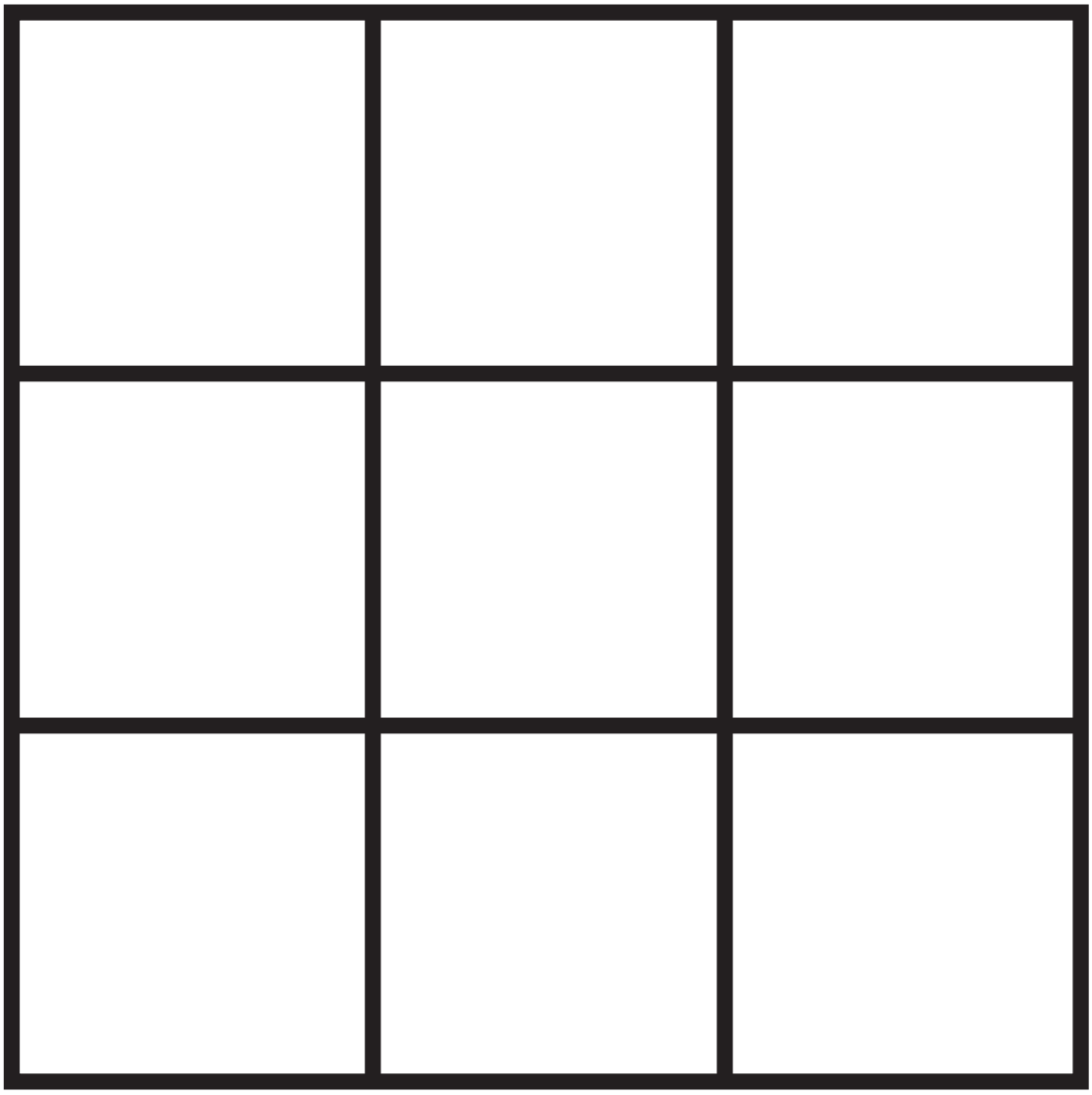
Forløb **Kryds og bolle-spil**	Matematiske kompetencer	Problembehandling	Modellering	**Ræsonnement og tankegang**	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder							
Tal og algebra							
Geometri og måling							
Statistik og sandsynlighed				■			

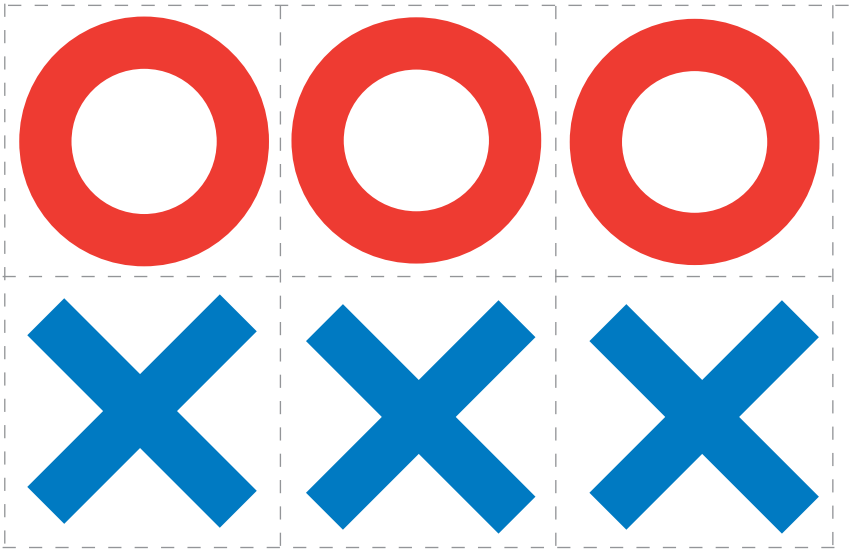
Foto: Susanne Haugaard

Fokus ord for indskolingen
- Kvadrat
- Felter
- Mønstre

Fokus ord for mellemtrin/ udskoling
- Hypotese
- Strategi
- Undersøgelse

Skabelon til Kryds og bolle-spil





Nyttige papirer

Kan man i 1. - 3. klasse fornemme brugen af denne slags dagligvare og se matematikken?

Fotos: Klaus Asbæk

Målet er, at I kan

- arbejde med flader
- forstå addition og multiplikation og at de er vigtige ord
- se mønstre.

Papir

Hvad bruger man denne slags papir til?

Hvor meget bruger du fx ved ét besøg?

Hvordan beskriver man, hvor meget man bruger?

Bruger alle lige meget?

Hvordan undersøger man det i skolen?

Undersøg

Ser alt toiletpapir ens ud?

Hvad er forskellen?

Hvad kan man bruger det til?

Kan man bruge det til matematik?

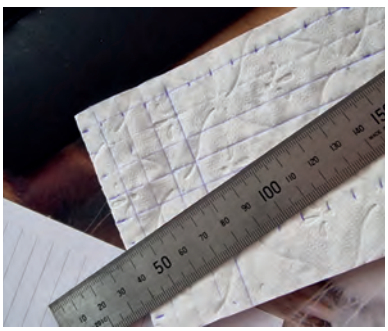
Kan man finde ud af:
Hvor meget det fylder?
- hvordan?
- gør det.

Hvor langt det er?
- hvordan?
- gør det.

Ideer

Farvelæg mønstre på forskellige måder.

Tegn dit eget toiletpapir-mønster.



Materialer

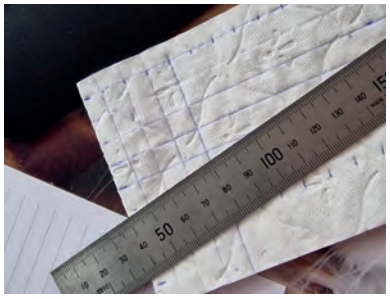
Toiletpapir
Lineal
Blyant
Farver
Computer

Indskolingsruller og Mellemruller

Klassetrin og omfang
Indskolingen/mellemtrinnet
Varighed: 2-4 lektioner

Elevforudsætninger
Forståelse for hverdagssituationer.
Forståelse af addition og evt. multiplikation.
På mellemtrin er forståelse om areal og omregning praktisk at have viden om.

Forløb **Indskolingsruller** **Mellemruller**	Matematiske kompetencer					
Matematiske stofområder	Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra		■				
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						



Evaluering
Man samtaler i klassen om de enkelte oplevelser og i gruppearbejder gerne med fremlæggelse af undersøgelserne.

I evalueringen bør eleverne opfordres til at tænke "skævt", så snakken kan blive udefra og ind til emnet.
Ikke alt behøver være lige til at skrive ned på papir, så måske skal man også lade eleverne vise, hvad de erfarede – også gerne de "fede" fejl.

Aktiviteter
Afhængig af om det er gruppe- eller individuelt arbejde, gives en pakke toiletpapir eller X antal ruller til indledende undersøgelser.

Eleverne skal prøve at tænke sig til metoder, de kan bruge, for at finde en størrelse på forbrug af fx toiletpapir.
Andre scenarier kan indtænkes.

De yngste kan lave flere ting på egen hånd og sammen i små grupper.

På mellemtrinnet kan man sagtens lave små hold, hvor man også kan differentiere ved at udvide med PPT eller videofremlæggelse.

Fotos: Klaus Asbæk

Musik og nodevidenskab

Illustrationer: ICP

Takt og tone

Noder er ren matematik

Nu skal vi grave lidt ned i musik og nodevidenskaben. Noder er den rene matematik, bygget systematisk op omkring brøker. Det fantastiske ved noder er, at det er et universelt sprog, så lige meget hvor du befinder dig i verden, taler og skriver vi samme nodesprog.

Målet er, at I kan

- danne en $\frac{4}{4}$ takt
- fremføre en lille koncert med $\frac{1}{4}$ noder og $\frac{1}{4}$ pauser.

Vi skal arbejde med $\frac{4}{4}$, og vi skal danne fire fjerdedels-takter af fjerdedels-noder, og fjerdedels-pauser.

Hvis der står det samme tal i tælleren og nævneren, har vi en hel, og i denne opgave skal vi lave hele $\frac{4}{4}$ takter.
Vi skal således bruge fire $\frac{1}{4}$ noder for at få en hel takt, fordi $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}$
Derved har vi en hel.

Når vi bruger $\frac{1}{4}$ pauser, gælder det samme som ved $\frac{1}{4}$ noder.

Altså $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}$

Nu kan vi begynde at mixe noder og pauser til en takt.

Brøker og noder

Når vi har en brøk, består den af en tæller en nævner og en brøkstreg.

Brøkstreg → $\frac{1}{4}$ ← Tæller
← Nævner

Her er en $\frac{4}{4}$ takt

$\frac{1}{4}$ node ser sådan ud *Da*

$\frac{1}{4}$ pause ser sådan ud *Schyy*

Ideer

Lav en lille koncert, hvor I spiller jeres egne $\frac{4}{4}$ takter.

Materialer

Kopiarket *Da og schyy* med $\frac{1}{4}$ noder og pauser.

Undersøg

Brug kortene fra kopiarket til at sammensætte dine egne $\frac{4}{4}$ takter. Der skal bruges 4 kort til en takt.

Vi kalder $\frac{1}{4}$ noden for *Da* og fjerdedels pausen for *Schyy*.

Prøv, om du kan spille eller sige de takter, du har lavet.

Skriv dine egne takter på papir.

Leg dirigent og lad de andre i klassen prøve, om de kan spille eller sige dine takter.

Fotos: ICP

Da og Schyy

Kopiark

Klip kortene ud og sæt dem sammen til $\frac{4}{4}$ takter.

Da	*Da*	*Da*	*Da*
Da	*Da*	*Da*	*Da*
Schyy	*Schyy*	*Schyy*	*Schyy*
Schyy	*Schyy*	*Schyy*	*Schyy*

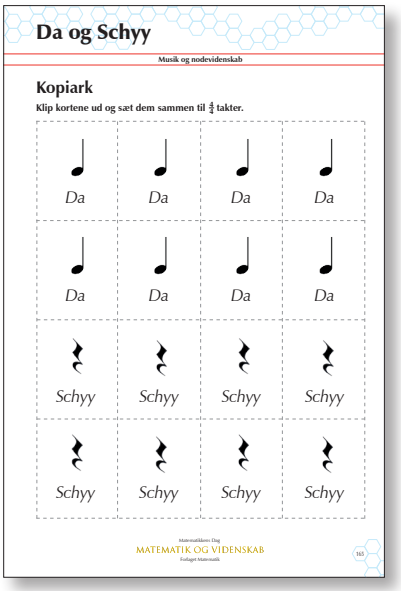
Takt og tone

Klassetrin og omfang
Indskoling
Varighed: 4 lektioner

Elevforudsætninger
Eleverne behøver ikke særlige forudsætninger.

Det er en fordel, at læreren har sat sig lidt ind i nodeværdierne og brøkerne.
Et tværfagligt samarbejde med musik er oplagt.

Aktiviteter
Gennemgå elevoplægget i klassen.
Lad eleverne selv lege med at danne takterne.
Husk at kopiere rigeligt af nodekortet *Da og schyy*.


Da og Schyy

Musik og nodevidenskab

Kopiark

Klip kortene ud og sæt dem sammen til $\frac{4}{4}$ takter.

Da	Da	Da	Da
Da	Da	Da	Da
Schyy	Schyy	Schyy	Schyy
Schyy	Schyy	Schyy	Schyy

Matematikkens Dag
MATEMATIK OG VIDENSKAB
Forlaget Matematik

Evaluering
Hold en lille koncert, hvor eleverne får lov at fremvise og sige deres musik og takter.

Forløb Takt og tone	Matematiske kompetencer	Problembehandling	**Modellering**	Ræsonnement og tankegang	**Repræsentation og symbolbehandling**	Kommunikation	Hjælpemidler
Matematiske stofområder							
Tal og algebra			■		■		
Geometri og måling							
Statistik og sandsynlighed							

Foto: ICP

Brøker og noder

Noder er ren matematik

Nu skal vi grave lidt ned i musik og nodevidenskaben. Noder er den rene matematik, bygget systematisk op omkring brøker. Det fantastiske ved noder er, at det er et universelt sprog, så lige meget hvor du befinder dig i verden, taler og skriver vi samme nodesprog.

Målet er, at I kan

- lave en kobling mellem brøker og noder
- Forstå hvordan man bygger en takt op
- Undersøge forskellige nodeværdier.

Vi skal arbejde med $\frac{4}{4}$ takter, fjerdedels-noder, ottendedels-noder, sekstendedels.noder og fjerdedels-pauser.

Hvis der står det samme tal i tælleren og nævneren, har vi en hel, og i denne opgave skal vi lave hele $\frac{4}{4}$ takter.
Vi skal således bruge fire $\frac{1}{4}$ noder for at få en hel takt, fordi $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}$
Derved har vi en hel.

Når vi bruger $\frac{1}{4}$ pauser gælder det samme som ved $\frac{1}{4}$ noder.
Altså $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}$

Nu kan vi begynde at mixe noder og pauser til en takt.

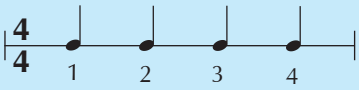
Når vi bruger $\frac{1}{8}$ noder, skal der dobbelt så mange til for at udfylde en $\frac{4}{4}$ takt. Så for hver $\frac{1}{4}$ går der to $\frac{1}{8}$ noder.
Vi skal også bruge $\frac{1}{16}$ noder.
Der er 16 af dem på en $\frac{4}{4}$ takt.
De skal spilles dobbelt så hurtigt som $\frac{1}{8}$ noder.

Brøker og noder

En brøk består af en tæller, en nævner og en brøkstreg.

Brøkstreg → $\frac{1}{4}$ ← Tæller
← Nævner

Her er en $\frac{4}{4}$ takt



$\frac{1}{4}$ node ser sådan ud

$\frac{1}{4}$ pause ser sådan ud

$\frac{1}{8}$ node ser sådan ud

$\frac{1}{16}$ node ser sådan ud

Undersøg

Brug kortene fra kopiarket til at sammensætte dine egne $\frac{4}{4}$ takter. Der skal bruges 4 kort til en takt.

Vi kalder $\frac{1}{4}$ noden for *Da*, $\frac{1}{8}$ noderne for *Di-di*, $\frac{1}{16}$ noderne for *Tyg-ge-gum-mi*, og $\frac{1}{4}$ pausen for *Schyy*.

Prøv om du kan spille eller sige de takter, du har lavet.

Skriv dine egne takter på papir.

Leg dirigent og lad de andre i klassen prøve, om de kan spille eller sige dine takter.

Foto: ICP

Ideer

Undersøg, hvad der sker, hvis vi begynder at bruge $\frac{1}{32}$ noder. Hvordan ser den ud, og hvad sker der med dens udseende i forhold til $\frac{1}{8}$ og $\frac{1}{16}$ noder.

Materialer

Kopiarkene *Noder* og *Brøker*.